

中学校数学科における数学の有用性を実感できる学習指導

—数学的モデル化に焦点を当てて—

教職実践専攻・教科領域実践コース

学籍番号 21GP305 氏名 濱谷 大輔

1 はじめに

現代社会において、数学は様々な場面で活用されている。それは専門的な研究としてだけでなく、私たちの日常生活においても多様に役立てられている。しかし、中には「数学を学んで何の役に立つのか」「数学を学ぶ意味が分からない」と疑問を抱く生徒も少なくなく、それを理由に数学を学ぶことを諦めたり、数学の有用性を論理的思考の伸展にのみ見いだしたりすることにつながっているように考えられる。中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編においても数学を学ぶ楽しさや実社会との関連について肯定的に捉えている中学生が少ないことを課題として挙げており、改善に向けて、数学的に考える資質・能力を、数学的な見方・考え方と数学的活動に相互に関連させながら育成することを目標として掲げている。（文部科学省，2018）なお、数学的な見方・考え方とは「物事の特徴や本質を捉える視点や、思考の進め方や方向性」（文部科学省，2018，p.21）を、数学的活動とは「事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行すること」（文部科学省，2018，p.23）を意味している。現実の世界での事象を基にした問題解決の過程、数学の世界での事象を基にした問題解決の過程の2つを、数学的な見方・考え方を働かせながら展開することで資質・能力の育成を目指す。（図1）この内、私が注目したのが現実の世界での事象を基にした問題解決の過程である。日常生活や社会の事象の中に数学が活用されていることを学ぶ、あるいは実際に問題解決を経験することで数学の有用性を実感したり、数学を学ぶ動機づけを与えたりすることができる。そして、この活動過程は「数学的モデル化」と呼ばれる考え方そのものである。これを踏まえて本研究では、数学的モデル化の授業実践を通じて、生徒の数学を学ぶことへの意識の変容に対する教員の働きかけについて考えていく。

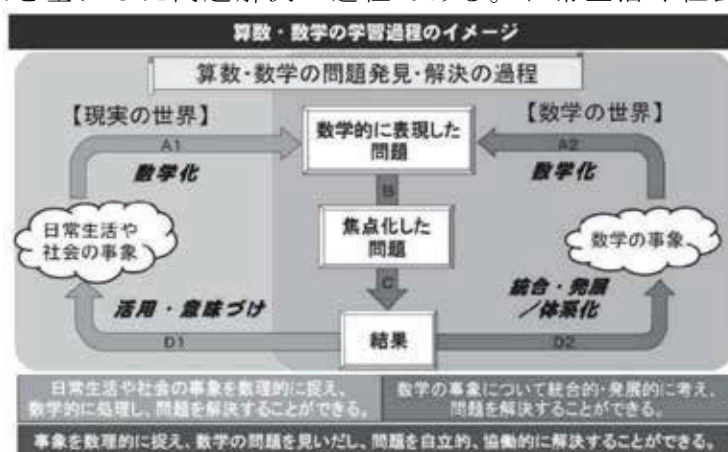


図1 数学的活動における問題発見・解決の過程
(文部科学省，2018，p.23)

2 研究の概要

(1) 数学的モデル化

数学的モデルとは「事象を、ある目的に従って、数学的处理が可能な、数値的表現や代数的表現、グラフ表現、幾何的表現、離散グラフ表現したもの」（西村，2012，p.13）である。この数学的モデルを作成していく過程を数学的モデル化過程という。数学的モデル化過程にはいくつかの表し方が存在するが、多くの論文で参考とされていること、思考の方向性が明確であることを鑑み、今回は三輪が規定したものを扱う。三輪は数学的モデル化

について、次の4段階に分けて規定している。

「それまでの経験・観察をもとにして、ある事象が探究を要するという認識があるという前提の下で、

- ①その事象に光を当てるように、数学的問題に定式化する（定式化）。
- ②定式化した問題を解く（数学的作業）。
- ③得られた数学的結果をもとの事象と関連づけて、その有効さを検討し、評価する（解釈、評価）。
- ④問題のより進んだ定式化をはかる（より良いモデル化）。」（三輪，1983，p.120）

（以後、数学的モデル化とは、数学的モデル化過程全体を指すこととする。）

①では、定式化を通じて、解決したい問題に対して、数学的表現でもって数学を適用しやすくしたり、仮定の設定や条件の整理等を行ったりする。この定式化とは、変数の生成・選択、関係の生成・選択といったように、事象における有意味な要因や要因間の関係を見だし、目的に応じて取捨選択したり、数学的に表現したりすることを指す。②では数学的な原理・法則、手法を活用して問題解決に当たる。これは図1の数学的に表現した問題から結果に至る過程と類似して捉えることも可能である。このようにして得られた数学的結果を③で検討、評価していき、満足いかないものであれば、④としてモデルの改良を図る。（図2）なお、数学的モデル化は順序通りに進行するとは限らず、逆行、往復、飛躍することも起こりうるものであり、全体として捉えて段階を辿るものであることに留意する。

（2）数学的モデル化の重要性

数学的モデル化を取り扱う意義として、はじめに生徒の数学観の変容が考えられる。清野によると、現在の学校数学における問題点として、

「①子どもたちは、仮定は特定できるが『仮定を設定する価値』を感じていない。

②子どもたちは、学校数学で扱う文章題を『現実の世界』と無関係であり、作りものであるととらえている。」

（清野，2002，p.117）

の2点が挙げられる。すなわち、生徒の中で学校数学と日常数学との間に乖離が生じていることが問題として捉え

られており、その解決の一方策として数学的モデル化が重視されている。（図3）また、この問題点を中心として、三輪、西村の意見を基に、次の3点についても考えられる。1つ目は、数学的モデル化には数学的な考え方の様々な側面が含まれており、その育成に効果的な点である。図2にあるように各過程において様々な思考法・着想が含まれており、数学的モデル化を取り入れることでこれらの育成が見込める。2つ目は、社会の要請も相まって、数学の応用が教育の不可欠な要素となってきた点が考えられる。ここでいう数学の応用とは、「人々がその暮らしの中で数学を応用するとき実際にしていること」（三輪，2004，p.223）を指す。これについて西村は「現代社会に対して能動的に参加し、個人的な目標と社会的な目標を達成するために必要な力」（西村，2012，p.30）の育成に向けて数学の応用面を扱うことが必要であると述べている一方で、三輪は学校教育における数学の応用が不十分であることを指摘している。このような背景から数学の応用が重要であるという認識が高まり、数学的モデル化が注目されるようになった。そして、数学的モデル化では現実



図2 数学的モデル化過程
（清野，2002，p.115）

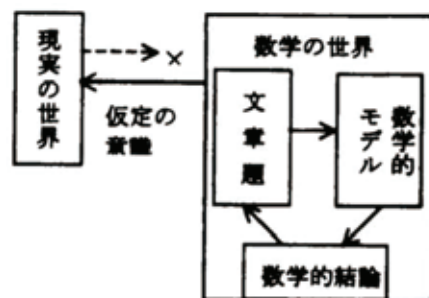


図3 学校数学の問題点
（清野，2002，p.117）

の事象を取り扱うことから、数学に対する意識や態度に変容をもたらさうとして、3つ目に、数学に対する動機づけを与えるとともに、知識開発の活動に積極的に参加させう点が挙げられる。特に数学的モデル化のような知識開発の活動について三輪は「極めて知的探究的であるという特徴から、今後いっそう重要性を増す」（三輪，2004，p.224）ものと捉えている。以上の理由から、数学的モデル化の重要性・必要性が強調されている。

（3）仮説

（1），（2）より、生徒が数学の有用性を実感するためには「数学的モデル化」を取り入れた授業実践が効果的であると考えられる。このことを踏まえ、次のような仮説を立ててその検証に取り組むこととした。

「現実の事象について、数学的モデル化に沿って問題解決することによって、生徒が数学の有用性を見だし、さらに学びたいという意欲が向上するのではないか。」

（4）研究の目的と方法

本研究の目的は、中学校数学科において、生徒が数学の有用性を実感し、学びたいという意欲が向上することを志向して、数学的モデル化に焦点を当てた学習指導を行い、その効果を明らかにすることである。このために、鹿毛の意見を参照して意欲を次のように定めた上で、3回の実践研究を通じて生徒の意欲の向上を捉えていく。

意欲とは『『やりたい』という強い希求を行為の原動力として、意図的、計画的に目的の実現までやり抜こうとする心理現象』（鹿毛，2013，p.3）であり、意志と欲求の複合的心理状態を意味している。そして、意欲には行動・感情・認知の3側面が存在し、それらが統合的に機能しながら人と環境との間でダイナミックに変化する。（鹿毛，2013，p.8）表1は意欲的な姿及び意欲的でない姿について具体的に示した例である。（表1）意欲的な姿とは、生徒の実態、授業場面等によって多様な形で表出される。このことを踏まえ、本研究では意欲的な姿を具体的に定めず、多様に見られる生徒の姿について、意志と欲求という観点を基に、意欲的であるかどうかを検討する。

表1 意欲的な姿と意欲的でない姿
（鹿毛，2013，p.9）

	意欲的な姿	意欲的でない姿
行動的側面	行為を始める 努力する、尽力する 一生懸命に取り組む 試行する 持続的に取り組む 熱心に取り組む 専念する 熱中する 没頭する	受動的で先延ばしにしようとする あきらめる、身を引く 落ち着かない 気乗りがしない 課題に焦点が向いておらず不注意 注意散漫 飽え易き状態 準備不足 不参加
感情的側面	情熱的である 興味を示している 楽しんでいる 満ち足りている 誇りを感じている 活き活きしている 興奮している	退屈している 興味がない 不満げである／怒っている 悲しんでいる 焦っている／不安を感じている 恥じている 自己否定している
認知的側面	目的を自覚している アプローチする 目標実現のために努力する 方略を吟味する 積極的に参加する 集中する、注意を向ける チャレンジを求める 熟達を目指す 注意を払って最後までやり抜く 細部にまで丁寧で几帳面である	無目的である 無力な状態である あきらめている 気の進まない様子である 反抗的である 頭が働いていない 回避的である 無関心である 絶望している 精神的圧迫を感じている

3 実践研究1「弘前の桜の開花日を予想しよう」

（1）授業における工夫

数学的モデル化の授業実践における教員の手立てとして西村は次の指針を挙げている。

「指針1）不十分な状況を作る

指針2）参照点として、新たなデータや模型・教具等を利用させたり、すでに扱った問題や事象を想起させたりする

指針3）互いに参照することが効果的な考えを取り上げる

指針4）『解釈』を促進するための発問をしたり、『解釈』を学級で練り上げたりする」

（西村，2012，p.197-198）

これらを参考に、授業実践では次のような工夫を行った。

①生徒が興味・関心を抱きやすい問題設定や発問を行う。

②生徒自身が求めた結果を検証し、その妥当性について再度検討する時間を設ける。

(2) 検証の視点

数学の有用性や意欲について、行動観察・ワークシートの確認を通じて、生徒に次のような姿が見られたならば、仮説が成り立ったとすることとした。

- ① 数学的モデル化の段階に沿った活動ができている。
- ② 自身が立てた結果を検証、評価し、より良いモデル化へと改善を図ろうとしている。
- ③ 「数学が活用されていることが分かった」「より理解を深めたい」という記述が見られる。

(3) 授業実践の概要及びその実際

弘前市立 A 中学校第 2 学年において、1 次関数のまとめとして「弘前の桜の開花日を予想しよう」という題材で授業実践を行った。(表 2) 弘前市の過去 20 年分の 3 月の平均気温と開花日のデータを基に、グラフや計算を活用して桜の開花日を予想する活動を通じて、1 次関数の有用性を実感できることをねらいとして構想した。(図 4) なお、本授業実践は教科書に記載されている題材であったことや数学的モデル化に対する理解が不十分であったことを考慮し、予備的实践の意味合いで臨んだ。



図 4 実践研究 1 のワークシート

表 2 授業実践の学習内容及び数学的モデル化の対応と実際の生徒の姿

段階	学習内容	数学的モデル化	目指す生徒の姿	実際の生徒の姿
1	問題を提示する。(工夫①) 『弘前公園の桜参りに行ったことありますか？今日はその桜の開花日を皆さんと予想してみたいと思います。』			
2	桜の開花予想の方法を知る。 開花を判断する要因を判別する。 平均気温に焦点を当てる。 平均気温と開花日に関係があると仮定する。 3月の平均気温をx度、4月y日とする。	定式化 変数の生成 単純化、変数の選択 仮定の設定 記号化	・動画に集中している。 ・地元の話について取り上げられていて興味が高まっている。 ・求めることが分かっている。	・気象予報士が説明している動画を注視している。 ・気象予報士の説明から、桜の開花日を予想するための要因を発見することができる。
3	弘前市の過去20年分の3月の平均気温と開花日のデータを考察する。 表から傾向を読み取る。 グラフに座標を打ち、傾向を読み取る。 グラフに直線を引き、式に表現して考察する。	数学的作業	・取組事項を活用しようとしている。 ・自らの考えを持つことができる。 ・様々な解法で検討している。	・表の値の変化に注目して考えている。 ・グラフに座標を打ち、桜の開花日の傾向を検討している。 ・分かったことをメモしている。 ・グラフに直線を引き、考察している。
4	2018, 2019, 2020, 2021年の3月の平均気温を提示し、予想を立てる。	解釈、評価	・より簡潔な解法について考えている。 ・予想に誤差が生じて盛り上がる。 ・より正確に予想できないか再度検討している。	・学級全体の予想がばらつき、盛り上がる。 ・自身の予想に自信を持っていた生徒が、予想が外れた際に考えを振り返る。 ・周りの生徒と活発に議論し、新たな見方・考え方を見いだす。
5	周りの人と意見を共有し、予想を見直す。			
6	全体で予想を共有する。			
7	2018, 2019, 2020, 2021年の桜の開花日を提示して、実際に検証する。	解釈、比較、検討、評価		
8	自身が立てた予想を再度検討する。(工夫②)	より良いモデル化		・グラフの形を曲線と捉えて検討している。
9	教員の例を提示する。			
10	振り返りを書く。			・1次関数を有効的に活用したい。 ・今まで習った数学の学習で様々なことが予想できる。 ・とても難しく、面倒だけれども、とても重要なことで、将来役立つであろうもので、しっかり覚えて活用していけたらいい。 ・大体の予想まですることができなくて難しかった。

(4) 意欲に関する生徒の姿

「弘前の桜」という身近な事象を取り上げたり、気象予報士のインタビュー動画を流したりしたことにより、生徒の反応が活発になり、また、教員や動画を注視する様子が見られた。現実の事象によって生徒の意識が問題に向けられることが分かった瞬間であった。

予想の段階では、多数の生徒が表から、あるいはグラフに座標を打ち、そこから直観的に予想を立てていたが、中には大体の座標を通るように直線を引き、それを基に予想している生徒も見られた。いずれにしても、数学的な見方・考え方を働かせながら問題解決に向けて思考している様子を捉えることができた。

予想を検証する際には、自身の予想に自信を持っていた生徒が、予想が外れたことで考えを振り返り、再度検討している様子があり、自然とより良いモデル化へと活動が展開された場面も捉えられた。また、周りの生徒と意見を共有することで異なる見方・考え方に気付いたり、曲線と捉えて予想するといったような新たな考えを検討したりして、予想の改善につなげることができた生徒の姿も多く見られた。

(4) 生徒の振り返り

1 次関数が活用されている場面を知り、他の事象においても活用したいという意欲が見られた一方で、問題に対する難しさを感じた生徒も一定数いた。また、気付いたこととして「1 次関数はかなりの誤差がある」「座標がバラバラで 1 次関数は思いつかなかった」といった記述もあり、1 次関数の有用性を実感できなかった生徒もいることが分かった。

(5) 考察

数学的モデル化の観点から見ると、程度に差はあるものの、すべての生徒が数学的な見方・考え方を働かせながら開花目を予想、検証し、より良い解決を目指して再度検討するという、数学的モデル化の 4 段階に沿った活動が展開されていたと考えられる。その過程においては、他者と協働で活動に積極的に取り組む姿勢や数学の活用場面を知ることで意欲的になっている様子が捉えられ、現実の事象を取り扱うことのよさを実感できた。

課題としては、数学の有用性を見いだす所までつなげられなかったこと、意欲的な姿の見取りが不十分であったことが挙げられる。前者については、数学の有用性を実感できなければ意欲の変容も見込めないため、改善が必要である。既習事項を適切な時機に、生徒の考えを踏まえながら提示したり、多様な考えを比較・検討したりすることで数学のよさを実感できるように働きかけていく。後者は、意欲的な姿をどのように見取るかが不明確であったことが原因である。意欲が多様な形で表出されるならば、その姿を捉える記録方法についても検討が求められる。意欲の見取り方を確立した上で授業実践に臨んでいく。

4 実践研究 2「適切なご飯の量を導こう」

(1) 授業における工夫

実践研究 1 の成果と課題を踏まえ、授業実践では次のような工夫を行った。

- ①生徒が興味・関心を抱きやすい問題設定や発問を行う。
- ②現実の事象に照らし合わせることで、数学的結論をより現実在即していく。

(2) 検証の視点

数学の有用性や意欲について、行動観察・前方からのビデオ撮影・ワークシートの確認を通じて、生徒に次のような姿が見られたならば、仮説が成り立ったとすることとした。

- ①数学的モデル化の段階に沿った活動ができている。
- ②意志及び欲求の観点も含めて、意欲的に活動に取り組んでいる。

(3) 授業実践の概要及びその実際

弘前市立 A 中学校第 1 学年において、1 次方程式の利用の導入として「適切なご飯の量を導こう」という題材で授業実践を行った。(表 3)「学校給食における生徒 1 人 1 回当たりの合計 kcal が定められているのに対し、献立にある各料理の一般的な量を摂取するとその基準を超えてしまう」という問題について、ご飯の量を調整することで解決を目指す授業内容となっている。(図 5)



図 5 実践研究 2 のワークシート

表 3 授業実践の学習内容及び数学的モデル化の対応と実際の生徒の姿

段階	学習内容	数学的モデル化	目指す生徒の姿	実際の生徒の姿
1	問題を提示する。(工夫①) 「12～14歳の生徒1人1回当たりの学校給食摂取基準は850kcalと定められています。では、1回の給食で、ご飯をどれくらい食べるのが良いのでしょうか。」			
2	ご飯の量を求めるための式を立てる。 分かれていることを挙げ、ご飯の量を量る単位を決定する。 ご飯の量とその他の料理との関係を見つける。 ご飯の量を x 杯(g , kcal)とする。	定式化 変数の生成、変数の選択 仮定の設定 記号化	・問題解決に向き合っている。 ・「給食」を取り上げたことに興味を持っている。 ・反習事項が使えないか検討している。	・給食の献立の問題と知り、談笑がある。 ・ご飯の量の単位として「どんぶり」、「しゃもじ」から「杯」を見いだす。 ・「粒」という発言により学級が盛り上がる。 ・分からないことや確認したいことを周囲の生徒と話し合っている。
3	立てた式を計算してご飯の量を求める。 図や表で関係を表している。 算術的に計算する。 方程式を解く。	数学的作業	・問題解決に真摯に取り組んでいる。 ・様々な解答が出てきて楽しんでいる。 ・正しいか見直している。	・開始の合図も前から問題に向き合っている。 ・教室中を動き回って意見を共有する。 ・適当にご飯の量を決定しては意味が無いと周囲の生徒に話している。 ・ノート、ワークシートを振り返り、活かそうとしている。 ・教員に自身の考えを説明しようとしている。
4	求めた数学的結論が通しているか確かめる。(工夫②) 求めたご飯の量が現実的であるか確かめる。 自ら決定した単位で実際にご飯を盛り付けることができるか想像する。	解釈・評価	・自身の解法を振り返る。 ・自身の食事に即して問題を考えることで楽しんでいる。	・解答例を真摯に見つめている。 ・解答例を見て、気づきやうなずき様子がみられる。 ・求めたご飯の量を実際に盛り付けられるならばどの程度かについて様々な方法で伝えている。 ・自身の解答を見つめ直したり、修正したりしている。
5	より簡潔で適当なご飯の量を求める。(工夫③) 計算の間違いを修正する。 方程式を立てて解き、比較する。 献立や条件を変えて問題に取り組む。	より良いモデル化	・より簡潔な解法がないか再度検討している。	・自らの状況に応じて条件を変えると方程式も変わることを知り、うなずきが見られる。
6	身近で活用されている例を紹介する。			・Excelの表を見て、数値の変化に注目している。
7	振り返りを書く。			・方程式に当てはめると、簡単に求めることができるということが分かりました。 ・給食を使った話で分かりやすかったしおながかったです。 ・満谷先生の式と同じような式で自分とのちがいが分かって、自分が間違いをしていたので気を付けたいと思いました。 ・最初どうやって求めたらいいかわからなかったけど方程式で求めると答えがでることがわかりました。 ・ご飯の何を食べればいいのか分らなかった。方程式にあてはめるとよいということがわかった。

(4) 意欲に関する生徒の姿

授業実践において観察された生徒の姿について、表2の意欲的な姿の具体例と対応させながらまとめた。(表4)表2との対応を挙げたのは、表2における意欲的な姿が既に意志と欲求とが複合的に表現されていることを示しており、比較・検討において有効であると考えたからである。表4を含め印象的な姿が多々見られたが、1時間の授業実践のみであっても意欲が多様に表れていることが分かる。また、給食の時間にも題材に関する会話が随所で聞かれ、数学と現実の事象とのつながりを実感している様子を捉えることができた。

表 4 実際に捉えられた生徒の意欲的な姿

	実際に捉えられた生徒の姿	表1で示されている意欲的な姿	12人中
定式化	給食の献立の問題と知り、談笑がある。	興味を示している・楽しんでいる	4人
	ご飯の量の単位として「どんぶり」、「しゃもじ」から「杯」を見いだす。	アプローチする	2人
	「粒」という発言により学級が盛り上がる。	楽しんでいる・アプローチする	10人
	分からないことや確認したいことを周囲の生徒と話し合っている。	行為を始める・積極的に参加する	7人
数学的作業	開始の合図の前から問題に向き合っている。	専念する・集中する、注意を向ける	1人
	教室中を動き回って意見を共有する。	試行する・方略を吟味する	9人
	適当にご飯の量を決定しては意味が無いと周囲の生徒に話している。	注意を払って最後までやり抜く	1人
	ノート、ワークシートを振り返り、活かそうとしている。	目標実現のために努力する・熟達を目指す	2人
	教員に自身の考えを説明しようとしている。	生き生きしている・積極的に参加する	5人
解釈・評価	解答例を真摯に見つめている。	持続的に取り組む・興味を示している	12人
	解答例を見て、気づきやうなずき様子がみられる。	満ち足りている	2人
	求めたご飯の量を実際に盛り付けられるならばどの程度かについて様々な方法で伝えている。	生き生きしている・積極的に参加する	2人
	自身の解答を見つめ直したり、修正したりしている。	熱心に取り組む・熟達を目指す	3人
より良いモデル化	自らの状況に応じて条件を変えると方程式も変わることを知り、うなずきが見られる。	試行する・熟達を目指す	8人
	Excelの表を見て、数値の変化に注目している。	興味を示している・集中する、注意を向ける	12人

(5) 生徒の振り返り

方程式のよさ及び数学が現実の事象に活用できることを理解できた様子が窺える。実際、算術的にご飯の量を求めようと検討する生徒も数名いたが、1つの式の意味を理解するこ

とに時間がかかったり、立式を間違え異なる結果となったりしている記述が見られ、方程式を活用すると簡潔に求めることができたことが実感できていると推測できる。また、「給食」という身近な事象と方程式とのつながりについて経験も含めて学ぶことにより、納得や解決の容易さを感じていることも分かった。一方で、「他の場面においても活用したい」、「より理解を深めていきたい」といった今後に向けての考えの記述は見られなかった。

(6) 考察

給食に関する題材を扱った数学的モデル化の授業実践に取り組み、多様な意欲的な姿を捉えることができた。実際の生徒の姿からは「解決しよう」という意志の下で活動に取り組んでいることが分かり、その各所で「やってみよう」「より簡潔に求めたい」といった欲求が表れていた。また、身近な活用例を紹介する場面や授業後の生徒の様子、振り返りからは方程式のよさや有用性を実感することができた姿を見取することができる。従って、本授業実践を通じて、生徒に新たな視点を提供することはできたのではないかと考えられる。

一方で課題も数点挙げられる。1つ目は、「何を求めればよいか分からない」という生徒が数名いたことである。分からないことがある状態では表1における「退屈している」「無目的である」といった姿につながりかねない。今後の授業実践では定式化をより重視し、現実の事象から数学の文章題に至るまでの過程を共に作り上げることで、生徒全員が問題の意図を理解できている状態の構築を目指す。2つ目は、本授業実践を扱う時機の見極めである。本授業実践は単元の導入として扱ったが、今後学ぶ内容である比例式が一部含まれていたり、 x とおいてはいるがそれが何を表しているかが分からなかったりと、生徒にとって難しい内容となってしまった。方程式のよさを実感するという点ではねらいが達成されたように感じるが、単元終了後の発展として扱うことでまた異なる気付き・発見があるのではないかと推測される。本時で扱うことが妥当かという視点が今後求められる。3つ目は、検証の視点が抽象的であったことである。多様な生徒の姿を捉えることは重視しつつも、授業者として目指す生徒の姿を想像することは授業を構想・実践する上で欠かせないことである。どのような生徒の姿を目指し、そのためにどのような工夫を講じるのかを具体的に検討した上で授業実践に臨み、実際の生徒の姿を観察していく。

5 実践研究3「よく揚がる風を作ってみよう」

(1) 授業における工夫

実践研究3では、1・2で取り上げてきた、西村が挙げる教員の手立てとしての指針に加え、意欲の側面からの工夫についても検討した。鹿毛は学習意欲を育む教育環境を構想するに当たって、「しかけ」と「関わりあい」の2つの側面に言及している。

「しかけ」とは「実際の学習場面に先立って教育的意図を持つ実践者によって設計され、明確化、具体化された計画的な側面（教育環境のデザイン）」（鹿毛, 2013, p. 244）を指す。表5に挙げられる方策のように、授業のねらいがどのような「しかけ」を講じることで達成されるかを検討することで、学習者の意欲が高まるような教育環境を整えていく。（表5）

一方で、「環境の要素と当該学習者との間で現在進行形で生起する双方向的な影響過程に基づいて展開する創発的な側面（教育環境のダイナミズム）」（鹿毛, 2013, p. 244）が「関わりあい」である。構想通りには展開されない授業において、教員には状況を的確に判断し、適切に介入することが求められる。その際に重要なのが、学習者を中心として、一人ひとりを大切にするという教育的態度であり、それを軸として学習者の自律性や関係性を支えていくようにモデリング、コーチング、フィードバック等のコミュニケーションを図ることが、意欲の向上において必要不可欠である。（鹿毛, 2013, p. 278-304）

表5 「しかけ」としてデザインするアプローチの指針と方策
(鹿毛, 2013, p.245)

	アプローチ	指針	方策(代表例)
課題環境デザイン	課題のタイプ	■興味や好奇心を喚起する	○概念の葛藤を引き起こす課題を用いる ○課題を学習者が既に興味を持っているトピックに関連させる
		■注意を持続させる	○メディアや問いを工夫する ○多様な学習方法を組み合わせる
		■学ぶ意味や価値を実感させる	○課題を現実的、社会的な文脈や想像的な文脈と関連づける
	課題の困難度	■「学び方を学ぶ」ことを促す	○学習の計画、実行、評価に関する自己調整スキル(メタ認知の方略など)を獲得する機会を課題に埋め込む
		■チャレンジを提供する	○成功するか失敗するかわからないような目標(達成できる見込みが50%程度の目標)を設定する
		■達成を保障する	○学習のプロセスで失敗しても最終的にはやり直せることが可能になるように配慮する
コンテロール環境デザイン	個人差への対応	■量的、質的個人差に配慮する	○ひとり一人の学習ニーズを分析して課題の内容と困難度を調整する
	応答性	■応答的環境を創る	○学習者の働きかけに対して適切に応じるダイナミックな場をデザインする
	随伴性	■行為に随伴した成功を保障する	○遠隔目標ではなく近接目標の設定を促す ○努力帰属、方略帰属を促すようなフィードバックを提供する
	権限性	■オリジン感覚を保障する ■選択の機会を提供する	○外発的随伴性の使用を控える、あるいは低減する ○学習の方法や内容を学習者自身が決定できる機会を設ける
目標・評価環境デザイン	目標・評価システム	■協同的/個人的目標・評価システムを構築する	○相対基準の利用や評価結果の公表をなるべく避け、社会的比較の強調を控える ○グルーピングを工夫し協同達成を保障する機会を設定する
		■マスタリー目標の学級風土を醸成する	○理解の深化やスキルの向上に目を向けさせる ○誤りや失敗を学習改善に活かす有意義な情報としてとらえるなど、学習プロセスを重視する信念(学習観)を培う
	評価構造	■学習者を評価主体にする	○学習のプロセスや成果を自己評価する機会を設ける
		■学習の内容や進捗を評価基準とする ■評価状況を改善する	○工夫された絶対評価(到達度評価、ルーブリックなど)や個人内評価(縦断的、横断的)を積極的に用いる ○不安や緊張を低めるような評価場面を工夫する ○評価によって学習プロセスを可視化し、評価情報を学習に活かす ○評価不安、テスト不安の個人差に配慮する

これらの意見も取り入れ、授業実践では次のような工夫を行った。

- ①現実の事象から数学の問題に至るまでの過程を生徒と共に作り上げる。(3(1)指針1・4及び表5「学ぶ意味や価値を実感させる」「選択の機会を提供する」)
- ②既習事項の想起や意見共有を通じて、全員の課題解決達成を保障する。(3(1)指針2・3及び表5「達成を保障する」「行為に随伴した成功を保障する」)
- ③現実の事象に照らし合わせることで、数学的結論をより現実 に即していく。(3(1)指針4及び表5「マスタリー目標の学級風土を醸成する」)

(2) 検証の視点

数学の有用性や意欲について、行動観察・前方からのビデオ撮影・ワークシートの確認を通じて、生徒に次のような姿が見られたならば、仮説が成り立ったとすることとした。

- ①数学的モデル化の段階に沿った活動ができている。
- ②表6に示す「目指す生徒の姿」が見られる。
- ③「数学が活用されていることが分かった」「より理解を深めたい」という記述が見られる。

(3) 授業実践の概要及びその実際

弘前市立A中学校第1学年において、平面図形の基本の作図の1つである「垂線」の学習として「よく揚がる凧を作ってみよう」という題材で授業実践を行った。(表6)バランスの悪い凧の観察を通じてよく揚がる凧の特徴を検討し、「対称な図形(凧型)を作図するためにはどうすれば良いか」という発問から垂線の作図へとつなげている。(図6)

(4) 意欲に関する生徒の姿

実践研究2と同様に、授業実践において観察された生徒の姿について、表2で示している意欲的な姿の具体例と対応させながらまとめた。(表7)本授業実践においても、表7に示した姿を含む、様々な生徒の多様な意欲的な姿が捉えられた。

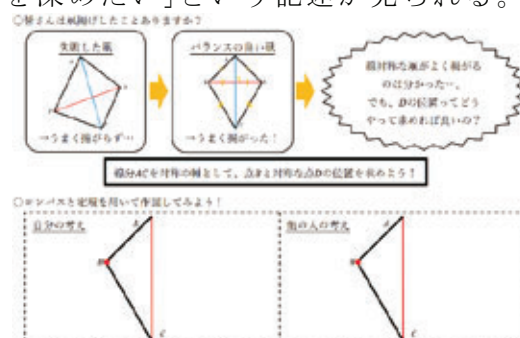


図6 実践研究3のワークシート

表 6 授業実践の学習内容及び数学的モデル化の対応と実際の生徒の姿



段階	学習内容	数学的モデル化	目指す生徒の姿	実際の生徒の姿
1	問題を提示する。 「もうすぐお正月ですね。私は久しぶりに親戚と風 揚げすることになったので、実は今から格好良い風 づくりに取り組んでいます。試しにこのような風を 作ってみたのですが、中々うまく揚がらなくて困っ てます。ぜひ皆さんの力を貸してください。」 			
2	問題を整理する。(工夫①) 試作品の風がうまく揚がらない理由を挙げる。 よく揚がる風の特徴を整理する。 線対称な図形についてより詳細に確認する。	定式化 単純化、理想化 仮定の設定 記号化	・問題場面を注視している。 ・うまく揚がらない理由につ いて、自らの考えを発言している。 ・何に取り組めば良いかが分 かっている。	・全員が風の実物やテレビに映したパワーポイントを 注視している。 ・発言やジェスチャー等で自らの考えを表現している。 ・疑問や方策について、隣同士で確認し合っている。 ・前時までのワークシートを振り返っている。
3	問題に取り組む。(工夫②) 「バランスの良い風を作る ために、線分ACを対称の軸 として、点Bと対称な点Dの 位置を求めよう。」  図形を縦や横等の様々な角度から捉える。 コンパスと定規を用いて作図する。 正六角形や円等の他の図形の特徴を活用する。	数学的作業	・様々な風をかくて解法を検討 している。 ・自らの考えが正しいか周りに 尋ねている。 ・どうすれば垂線を作図できる か悩んでいる。	・紙を折り曲げて作図が対称になっているか確かめて いる。 ・自身の考えについて、自信を持って説明している。 ・次の活動になっても解決するまで取り組んでいる。 ・他の意見を参考にして、自身の考えを修正している。
4	全体で垂線の作図の手順を確認する。			
5	垂直で線対称な風が良く揚がるのかを動画で検証する。	解釈・評価	・解法への疑問が湧き、気にな っている。 ・うまく揚がった風を見て盛り 上がる。 ・垂線を作図することで本当に うまく揚がるのか検証している。	・他の生徒が行った作図を注視している。 ・発表を聴きながら時折ワークシートに記入している。 ・教員の説明に対して、顔を上げて聴いている。 ・教員の説明や動画での検証に対して、納得してうな ずいている。
6	より複雑な形の風を作るためにはどのように工夫すればよいかを 検討する。(工夫③)	より良いモデル化		・複雑な形の風への応用で、納得してうなずいている。 ・教員の説明に対する疑問を質問している。
7	振り返りを書く。			・異なるやり方もあるのがおもしろいと思いました。 ・前使っていたことを使っていたのがすごかった。 ・僕も風を作ってみようと思った。 ・意外と簡単だったけど最初は思ったほど難しかったです。 ・コンパスは円をかくだけでなく、長さをはかること もできるから、分からない点もかくことができた。

表 7 実際に捉えられた生徒の意欲的な姿

	実際に捉えられた生徒の姿	表 1 で示されている意欲的な姿	12人中
定式化	全員が風の実物やテレビに映したパワーポイントを注視している。	行為を始める・集中する、注意を向ける	12人
	発言やジェスチャー等で自らの考えを表現している。	情熱的である・目的を自覚している	6人
	疑問や方策について、隣同士で確認し合っている。	興味を示している・方略を吟味する	3人
	前時までのワークシートを振り返っている。	努力する、尽力する	2人
数学的作業	紙を折り曲げて作図が対称になっているか確かめている。	試行する・アプローチする	2人
	自身の考えについて、自信を持って説明している。	活き活きしている	9人
	次の活動になっても解決するまで取り組んでいる。	没頭する・興味を示している	2人
	他の意見を参考にして、自身の考えを修正している。	目標実現のために努力する	3人
解釈・評価	他の生徒が行った作図を注視している。	集中する、注意を向ける	12人
	発表を聴きながら時折ワークシートに記入している。	熱心に取り組む・注意を払って最後までやり抜く	6人
	教員の説明に対して、顔を上げて聴いている。	持続的に取り組む・集中する、注意を向ける	12人
	教員の説明や動画での検証に対して、納得してうなずいている。	誇りを感じている	6人
より良いモデル化	複雑な形の風への応用で、納得してうなずいている。	満ち足りている・熟達を目指す	3人
	教員の説明に対する疑問を質問している。	興味を示している・積極的に参加する	1人

(5) 生徒の振り返り

コンパスの特徴や作図に関する考察について述べられている振り返りが多く、数学的な見方・考え方が養われたことが分かった。一方で、「風にも数学が潜んでいる」「今後活用したい」といった、風について言及していた振り返りは少なかった。

(6) 考察

本授業実践は教材開発の段階から取り組み、学習内容との整合性や生徒の授業中の様子を踏まえて、題材としては適切であったと捉えている。その上で、本授業実践においても多様な意欲的な姿が見られた。特に、工夫①を講じたことによって全員が問題場面を正確に把握し、その後の数学的作業での様々な活動につながったのではないかと考える。また、工夫②を意識して生徒と関わった結果、最終的には全員が作図を完成することができ、達成感に満ちた表情をしていたことは印象に残っている。このことから、本授業実践において講じた工夫が、生徒の意欲の向上を図るという点で効果があることが分かった。

一方で、「数学が活用されていることが分かった」「他にも学びたい」といった振り返りが少なかったことから、数学の有用性が実感できたとは十分には言えない。原因はより良いモデル化として提示した発展問題の取り扱いにあると捉えている。結果的に納得した生徒は一定数いたものの、疑問を抱く生徒も少なくなかったり、難しさを感じる生徒も多かったりしていた。表5の「課題の困難度」に示されているように、発展問題ではあるが、その難易度に留意する必要がある。また、本授業実践は単元の途中の学習内容を扱っていることも影響していると考えられる。本時あるいは次時以降において活用できる場面があれば積極的に触れていくことで、単元の途中であっても十分に発展につなげることができる。具体的な活用場면을提示・検討していくことで本授業実践での課題改善に取り組んでいく。

6 成果と課題

本研究における成果として次の2点が挙げられる。1つ目は、現実の事象、特に生徒が経験したことのある事象を取り扱うことで、題材を注視したり、自身の考えや想いを表現する場面が増えたりと、意欲的な姿が多様に見られた点である。問題場面の想起が容易となり、問題に取り組みやすくなったことが推測できる。「他の場面でも活用したい」といった記述が少なく、数学の有用性の実感に効果的であったかは検証できなかったが、数学のよさや活用方法に関する振り返りは多かったことから、学習内容の理解を深めることはできたのではないかと考える。2つ目は、数学的モデル化のある段階が充実すると、その後の段階も活発になり、生徒の意欲の向上につながった点である。段階別に生徒の意欲的な姿を検証したが、各段階の活動が個々に重要であるだけでなく、それらが連動して機能することでより充実した活動となり、効果的に生徒の意欲に働きかけうることが分かった。このことから数学的モデル化の4段階を重視することの必要性が理解できる。以上より、数学的モデル化の授業実践が意欲の向上への一助となり得ることが言える。

一方で、成果に伴って課題も明確となった。意欲がダイナミックに変化するのであれば、それに対して臨機応変に関わる必要があるが、まだ十分にできていない。「しかけ」を意識した授業実践の積み重ねを通じて、意欲の向上につながる「関わりあい」の実現を目指す。また、3回の実践研究において様々な意欲を見取ってきたが、真に数学的モデル化の授業実践によって表出した姿であるかという点については吟味が必要である。他授業実践との比較や数学的モデル化特有の意欲的な姿の見取り等、より深い分析・検証が求められる。

これらの成果と課題を基に、引き続き数学的モデル化・意欲の研究に取り組みながら授業実践に臨んでいく。そして、多くの生徒が数学の有用性を実感し、さらに数学を学びたい・活用したいと意欲を高められるような学習指導を目指し尽力する。

引用・参考文献

- 1) 三輪辰郎 (1983). 数学教育におけるモデル化についての一考察. 筑波数学教育研究, (2), 117-125
- 2) 清野辰彦 (2002). 学校数学における数学的モデル化の学習指導に関する研究－教科書の問題の分析と評価を中心に－. 学芸大数学教育研究, (14), 113-122
- 3) 三輪辰郎 (2004). 数学教育におけるモデル化の教授－学習の意義と課題. 日本科学教育学会年会論文集, 28 (0), 223-224
- 4) 西村圭一 (2012). 数学的モデル化を遂行する力を育成する教材開発とその実践に関する研究. 東洋館出版社
- 5) 鹿毛雅治 (2013). 学習意欲の理論－動機づけの教育心理学. 金子書房
- 6) 文部科学省 (2018). 中学校学習指導要領 (平成29年告示) 解説. 日本文教出版