

基礎数理科学教育を求めて

Seeking for the Fundamental Education of Mathematical Science

榊 真^{*}
Makoto SAKAKI

要 旨

数学の基礎教育から専門教育へのつながりの問題を現象の定式化教育の視点からとらえ、個体群動態論とミクロ経済学を題材とした実践例や数学的な扱いとの対応などを紹介する。

キーワード：数学、数理科学、現象の定式化、個体群動態論、ミクロ経済学

数学の基礎教育において、線形現象と非線形現象に対応する形で、線形代数学と微分積分学がスタンダードな登竜門になっている。21世紀教育の「数学の基礎」においても専門基礎的な部分は、(A)(線形代数学)、(B)(1変数の微分積分学)、(C)(多変数の微分積分学)となっている。これらは高校数学から連続する内容であり、テキストについても、高校の教科書や参考書のようなスタイルのものがどんどん出版されている。さて一方、専門教育の方へのつながりはどうであろうか？他大学や日本数学会等から得られる情報によると、これは全国的に共通する問題のようである。

よく指摘される問題の1つに、現象の定式化が不得意、というものがある。数学的に与えられた問題は解けても、考えている現象を数式を用いて表現することができないといった話である。現象の定式化は数学と他分野とをつなぐ最初の「のり」あるいは「橋」のようなものであり、これがなければ、教育的に不連続かつ離散的になってしまう。

筆者が高校生の頃は高校物理の中に剛体の力学まで含まれており、そこで現象の定式化の訓練が行われ、科目横断的な考え方にも接することができたと思っている。今は物理の履修率が低いだけでなく、それ以前の問題として、身の回りのことを数式に結びつけるような文章題の訓練自体が少ないようである。自分の専門は幾何学であり、身近なものを数学的にとらえる場面がよくあるが、学生はなかなか「もの」と「数式」との対応がつかない。空間把握力にも問題がある。土台となる基礎学力の方もあやしかったりする。いずれにしても自分の昔と同じように考えるわけにはいかないことだけは確かである。

筆者は理学部時代は数学科に所属し、現在は理工学部数理システム科学科に所属している。18年度からは数理科学科になる。数学と数理科学の基礎教育が二本柱であり、現象の定式化教育を数理科学教育の第一歩「数理の基礎」としてとらえ、改組以来8年余の間、さまざまな試行錯誤と悪戦苦闘を繰り返してきた。その中から2つの例を紹介してみたい。

改組して間もない頃、学科の図書室でたまたま、R.ハーバーマン著の「生態系の微分方程式」を手に取り、数理生態学の個体群動態論において、1階の微分方程式や差分方程式が自然な形で出てくることを知った。力学において運動方程式で2階の微分方程式が出てくることを考えると、数学的な敷居はやや低そうである(最初のうちは)。その後、関連する本を、数学的に厳密な扱いも含めて読み進め、また、

^{*} 弘前大学理工学部 数理システム科学科

Department of Mathematical System Science, Faculty of Science and Technology, Hirosaki University

それまでほとんど利用することのなかった数式処理ソフト「Mathematica」を勉強して、講義＋演習＋計算機実習形式の3年次半期用のメニューを作り上げた。章構成は下記のとおりである。

- 1．微分方程式(に関する準備)
- 2．個体群動態と力学系(1種個体群、2種生態系、多種生態系、その他)
- 3．離散力学系(についてまとめる)

数学的には力学系(or 動的システム)の授業であるが、それを個体群動態論を題材として展開させた総合学習的のものである。受講のための基礎知識は大学初年次レベルの微積分と線形代数であるが、授業における数学的な展開を考えると3年次配当が妥当と思われる。参考のために、上記の第2章における個体群動態論の事項と数学的な扱いとの対応を表1に挙げる。

表 1

個体群動態論の事項		数学的な扱い
1．1種個体群	成長率	差分、微分
	離散定成長	等比数列
	連続定成長(マルサスの方程式)	微分方程式(変数分離形)
	ロジスティック方程式	微分方程式(変数分離形)
	離散ロジスティック方程式	漸化式、計算機実習
2．2種生態系	ロトカ・ボルテラ捕食系 ロトカ・ボルテラ競争系 ロトカ・ボルテラ共生系	連立非線形微分方程式 ベクトル場 線形化(ヤコビ行列) 連立線形微分方程式 行列の固有値、固有ベクトル 複素数、複素関数 計算機実習
3．多種生態系	多種ロトカ・ボルテラ方程式	連立非線形微分方程式 線形化(ヤコビ行列) 連立線形微分方程式 行列の固有値、固有ベクトル 複素数、複素関数 計算機実習
4．その他	年齢分布 遅延成長 空間分布	行列 遅延微分方程式 偏微分方程式(反応拡散方程式)

一方、その間に、学科の学生の中に経済学マニアグループが現れ、人文学部の経済学の授業をどんどん受講しているという情報が入ってきた。それまで経済学の本を直接読んだことはなかったが、経済マニア学生から話を聞くうちに、だんだんと感化されてきて、学科の図書室に数理経済学の本を入れるようになり、自分でも、武隈慎一著の「ミクロ経済学」(一橋大学のテキスト)を読み始めた。数学的にみると、関数の設定、グラフの読み方、方程式の導出など数学の基本的な道具の使い方から始まり、非常に教育的であり、微分方程式はしばらく出てこないの、前述の個体群動態論よりも数学的な敷居はさらに低そうである。最大最小問題が出てきたり、経済変数の変化をとらえたりするので、微分の知識は最低限必要である。いずれにしても、うまく編集すれば2年次配当が可能そうである。しばらくすると、経済均衡の話が平衡個体群の解析と力学系の視点から数学的に結びつくことに気づくこともできた。こ

れは使えると思って、さっそく 2 年次後期用に編集して演習科目として実行してみた。授業におけるミクロ経済学の事項と数学的な扱いとの対応は表 2 のとおりである。授業では市場均衡の後、不完全競争（独占、複占）を扱ったが、その部分は省略してある。

表 2

ミクロ経済学の事項		数学的な扱い
1. 消費者行動		
1.1. 効用関数	1 財の効用関数	1 変数関数
	1 財の限界効用	微分
	限界効用逓減の法則	2 階微分
	2 財の効用関数	2 変数関数
	無差別曲線	等高線、陰関数
	2 財の限界効用	偏微分
	限界代替率	陰関数の微分
	限界代替率逓減の法則	陰関数の 2 階微分
1.2. 効用最大化	効用最大化	(条件付き)極値問題
	効用最大化の条件	接線、接点
	所得消費曲線、価格消費曲線	曲線の媒介変数表示
2. 生産者行動		
2.1. 費用関数	費用関数	1 変数関数
	限界費用	微分
	利潤最大化	極値問題
	平均可変費用	平均変化率
2.2. 生産関数	1 生産要素の生産関数	1 変数関数
	1 生産要素の限界生産性	微分
	限界生産性逓減の法則	2 階微分
	2 生産要素の生産関数	2 変数関数
	2 生産要素の限界生産性	偏微分
	等産出量曲線	等高線、陰関数
	限界代替率	陰関数の微分
	費用最小化	(条件付き)極値問題
	費用最小化の条件	接線、接点
3. 市場均衡	均衡点、均衡価格	グラフの交点、方程式の解
	需要と供給の法則	グラフの振動
	供給価格、需要価格	逆関数
	クモの巣の調整過程	漸化式
	クモの巣の安定条件	微分係数

いざ演習をやってみると学生も慣れてないので、数学的にやさしい問題であっても言葉に惑わされてか、そうそううまくはいかない。純粋に数学の問題として解いてしまって妙な解答になることもある。考える時間をもっと長く与えたり、演習問題のバラエティを増やすなどまだまだ改善すべき点は多い。最近、マクロ経済学の本を読み始めたが、ミクロ経済学と同様、関数、グラフ、方程式作りの作業が豊富で非常に教育的であり、これも 2 年生用の題材として使えそうである。

微分以上の知識を必要とする2年次以降の専門科目の話をしてきたが、それ以前の段階においても題材を工夫すればいろいろな可能性があるのではないかと思う。また、表1、表2のような対応表を、他にもいろいろな分野について作ることが可能であると思う。数学的なレベル順に数学が出てくるとは限らないので、数学的な扱いの部分レベル別に階層分けすることも必要であろう。

この原稿を書きながら、高校生の頃、趣味で、数学と物理の本を並べて対応作業をしていたことを思い出したが、今振り返ると、それが始まりだったのかもしれない。

「数理の基礎」を求めて旅と戦いはまだ続きそうである。

【参考文献】

- 1) R.ハーバーマン、生態系の微分方程式、現代数学社、1992年
- 2) 寺本 英、数理生態学、朝倉書店、1997年
- 3) 吉沢太郎、微分方程式入門、朝倉書店、1967年
- 4) R.デバニー、カオス力学系の基礎、アジソン・ウェスレイ、1997年
- 5) 武隈慎一、ミクロ経済学、新世社、1989年
- 6) 武隈慎一、マクロ経済学の基礎理論、新世社、1998年