「楽しい科学・サイエンスへの招待」における数学教材について

On Mathematical Teaching Materials in "Pleasant Sciences and Invitation to Sciences"

榊 真*

Makoto SAKAKI

要旨

理工学部の科学広報活動「楽しい科学・サイエンスへの招待」で扱っている体験型の数学教材と、それらの教育的な趣旨や背景について紹介する。

キーワード:科学広報活動、理数系生産支援、数学教材

理工学部では平成11年から、地域社会への科学広報活動の一環として、「楽しい科学・サイエンスへの招待」を開催している。開催時期は、ここ数年、総合文化祭期間中の1日がとられている。この企画は理数系離れ対策としての意味合いもある。学生確保策として高校生だけをターゲットにしているのでは不十分であり、もっと一般に理数系のすそ野を広げ、理数系に対して"その気にさせる"ことが重要になってきている。理数系生産支援活動としてとらえることもできそうである。

筆者の所属学科である数理科学科の企画タイトルは「さわってみよう、かずとかたち」と「広がる数学の世界」で、毎年3桁台のお客さんを集めている。内容は一言で言うと"数理科学遊園地"である。数学・数理科学に関連する体験型・知能開発型の"数理おもちゃ"を準備して、お客さんに楽しく遊んで(=学んで)もらっている。小学生+保護者が多いので、表面的には、数学の知識なしで遊べるようにアレンジする必要がある。数字や漢字は使用可であり、形やパターンを扱う題材は大いにOKである。

ここでは、数理科学科で扱っている体験型の数学教材と、それらの教育的な趣旨や背景について紹介してみたい。最初のうちは暗中模索であったが、8年間の間に、学科の教員や学生たちのアイデアと試行錯誤によって内容が充実してきた。今までに扱ったことのある題材は次のようなものである。

「多面体工作」「折り紙」「作図」「平面・立体パズル」 「4色ぬり」「魔方陣・図形陣」「ナンバープレース」「迷路」 「グラフィック体験」「せっけん膜の部屋」

「多面体工作」は、プラスチック製の三角形、四角形、五角形、六角形のパーツを組み合わせて作るもの(商品名はポリドロン)と、画用紙の展開図から作るもの(持ち帰り可能)の2種類があり、工作をしながら空間把握力や作業計画・調整力が養われることを期待している。子どもたちは複雑な形が好きなようで、毎年、見たこともない形の立体がポリドロンで作られている。

^{*}弘前大学理工学部数理科学科

「折り紙」は、色紙を折ってパーツを作り、組み合わせて、いろいろな形の立体を作るコーナーである (持ち帰り可能)。また「作図」は、正多角形や完全グラフ (正多角形の頂点をすべて結んだもの) など をコンパスと定規で描くコーナーである。子どもの集中力は相当なもので、描き方がわかると、24-完全グラフなどを延々と描き続けたりする (すべての頂点を結ぶために $24 \times 23 \div 2 = 276$ 本の線を引く)。 「折り紙」も「作図」も根気のいる作業であり、集中力やパターンを読み取る力の養成を期待する。ここではあまり意識しないが、作図は 2 次方程式、折り紙は 3 次方程式に対応する教材として使用することが可能である。

「平面・立体パズル」では、回転立体パズル、移動パズル、知恵の輪、敷き詰めパズルなどを用意している。表面には出てこないが、パズルの中に演算操作、漸化式、2進法など、さまざまな数理構造が内蔵されている。「4色ぬり」は、アメリカや青森県などの地図を使って、隣り合う領域が別の色になるように4色でぬっていくものである。4色問題は位相幾何学の話になるが数学的な質問をされた覚えはあまりない。「パズル」と「4色ぬり」では、全体を見回しながらの調整力やパターンを読む力の養成を期待する。

「魔方陣・図形陣」は、数方陣、多角形陣、星陣、円陣などで、いくつかの数の計が定数になるような数の並び方を考えるものである。例を1つ挙げる。

(四方陣)

	14		12
8			
	5		3
		9	

1、2、4、6、7、10、11、13、15、16を入れて、縦、横、斜めの計を全部「34」にしてください。 (1から16を使った四方陣は他にもたくさんあります)

これらは連立方程式や場合の数、数列などに関連しているが、表面的には、算数の問題である。他段階の場合分けによる論理迷路と考えることもできる。未知数を与えられた条件の下で調整していく過程は、相当、脳を刺激するものがあり、全体を見回しながらの試行錯誤力の養成を期待する。数独や不等号ナンプレなどの「ナンバープレース」も同様の趣旨である。子どもの家庭学習用に問題用紙を持ち帰るケースも少なくない。

「迷路」では、コンピュータでランダムに迷路を作成して、画面上と印刷物のどちらでも遊べるようにしている。「グラフィック体験」は、パラメータを含んだ曲線や離散力学系などのグラフィックをコンピュータで描くコーナーである。パラメータの数値を変えるとグラフィックの形や模様がどんどん変化していく。コンピュータ万華鏡の世界であり、理屈はともかく試してみようという体験コーナーである。

「せっけん膜の部屋」は、ぬるま湯で溶かしたせっけん水の入ったバケツやタライに、針金や発泡スチロールで作った閉曲線を入れて、いろいろな形の曲面を作ってみる体験コーナーである。閉曲線の形や組み合わせ方によって、思わぬ形の曲面が現れる。それらは変分原理に基づく曲面であり極小曲面といわれる。水遊びの部屋と化しているが、数学に関係していることを主張するために、曲率や偏微分方程式、複素解析などによるミニ解説を黒板に書くようにしている。

その他、数学史からの話題、幾何模型、関連図書の展示、研究紹介などのコーナーも設けている。以上、主な題材について紹介してきたが、ここで、本企画の題材とそれらの数学的な背景との対応を表にまとめておく。

(対 応 表)

題材	数 学 的 な 背 景
多面体	空間幾何
作図	平面幾何、ピタゴラスの定理、2次方程式、n乗根、複素平面
折り紙	平面・空間幾何、2次方程式、3次方程式
(パズル)	
ルービックキューブ(2、3、4)	群論 (代数)
ハノイの塔	漸化式
五連環、九連環 (知恵の輪)	2 進法
4 色ぬり	位相幾何
魔方陣・図形陣	連立方程式、場合の数、数列
不等号ナンプレ	連立不等式、場合の数
グラフィック	曲線、離散力学系、曲面
せっけん膜	微分幾何、変分法、偏微分方程式、複素解析

数学の知識なしで遊べるようにアレンジしているが、表面的なことと内在的なこととの間のギャップは大きく、理屈や原理は大学以上のレベルのものも少なくない。小学生の段階で理解できる理屈や原理に基づく題材、中学生の段階で、、、高校生の段階で、、、などのようにレベル別にきれいに階層分けできるとも限らない。これは、現象を数理的に扱う際に、数学的なレベル順に数学が出てくるとは限らないことと対応する。教科学習と総合学習との間の交通整理、知識と知能、縦割りと横割り、数学と数理科学、、、など、さまざまな対比や課題が頭に浮かんでくるところである。

参考文献15)で、身の回りのことを数式に結びつけるような訓練の少なさを問題として挙げたが、さらにその前に、数理を内蔵した遊びや体験がベースとして重要である。もちろん身の回りに数式そのものが転がっているわけではないので、とりあえずは間接的なものにならざるを得ない。参考文献16)の運慶のように、木の中に内蔵された仁王を掘り出すのは難しいかもしれないが、内蔵された何かを感じる機会になればと思う。

毎年、学科の学部生や大学院生に手伝ってもらっているが、学生たちもお客さんに混ざって遊んでいることがよくある。お客さんは小学生+保護者が多いが、大学生にとってもインパクトがあるようである。同じ小説を読んでも年代によって感じ方が異なることがあるが、それと同様のことであろうか。理屈や原理のレベルを考えると大学における数学教材としての可能性も示唆される。

個々の内容的なことだけでなく、会場全体のお祭り的+アカデミックな雰囲気作りも重要である。雰囲気はスタッフだけで作るものではなく、お客さんと共に構築されるものであり、そのような心構えでの準備と接客が必要である。

小学生が大学生や社会人になるまでの年月を考えると、すそ野の先の方で土地を耕しているようなものかもしれないが、その後の学習への支援に少しでもなってくれればと願っている。

最後に参考文献について説明する。折り紙について参考にしたのは、2) ~ 5) などであるが、書籍検索をすると他にもいろいろと出てくる。作り方を主題にしたものと、数学的な扱いを主題としたものと両方がある。7) は全国の神社や仏閣に奉納された算額 (数学の絵馬)のHPであり、作図問題として解釈できるものも多い。10) は魔方陣、図形陣の問題を作る際に参考にさせてもらった。12) は筆者が買ったので載せたが、ナンプレ雑誌はブームのようで、他にもたくさんある。14) は自然における形づくりについて変分原理の視点から解説した読み物であり、せっけん膜だけでなく、生物や結晶の形づく

りなどについても書かれている。17) はロシアの子ども用の絵本の訳本であるが、算数レベルのことから大学の専門レベルのことまでが、社会的・歴史的な視点を織り交ぜながら書かれている。ロシアの英才教育用の絵本であろうか?18) は身の回りの視点を交えながら、総合学習的な観点で編集されている雑誌である。特に17)、18) は宝の山であり、今後のさらなる教材開発に役立つものと思われる。

[参考文献]

- 1) 東京書籍:ポリドロンのHP (http://www.tokyo-shoseki.co.jp/polydron/)
- 2) 川村みゆき、多面体の折紙、日本評論社、1995年
- 3) 川村みゆき、はじめての多面体おりがみ、日本ヴォーグ社、2001年
- 4) 中学校数学1、大日本図書、2005年
- 5) R. ゲレトシュレーガー、折紙の数学、森北出版、2002年
- 6) S. ギンディキン、ガウスが切り開いた道、シュプリンガー、1996年
- 7) 和算の館 (http://www.wasan.jp/)
- 8) パズルショップ・トリトのHP (http://torito.jp/)
- 9) 秋山久義、知恵の輪読本、新紀元社、2003年
- 10) 加納 敏、魔方陣・図形陣の作り方、冨山房、1980年
- 11) パズル通信ニコリのHP (http://www.nikoli.co.jp/)
- 12) ナンプレマガジン Special、アイア (隔月刊)
- 13) 涌井良幸、涌井貞美、パソコンで遊ぶ数学実験(ブルーバックス)、講談社、2003年
- 14) S. ヒルデブラント、A. トロンバ、形の法則、東京化学同人、1994年
- 15) 榊 真、基礎数理科学教育を求めて、21世紀教育フォーラム、創刊号、弘前大学21世紀教育センター、 2006年、13~16頁
- 16) 夏目漱石、夢十夜(第六夜)
- 17) 山崎 昇 (監訳)、みえる数学の世界 (1~3巻)、大竹出版、2000~2001年
- 18) おもしろビタミン数学(マスマス)、日本数学検定協会(年2回刊)