創造的な問題解決型の学習の実現に向けた研究

―集団検討の場面に焦点を当てて―

弘前大学大学院　教育学研究科

教科教育専攻　数学教育専修

14GP209　　田　中　宏　一

創造的な問題解決型の学習の実現に向けた研究
―集団検討の場面に焦点を当てて―

論文主旨

本研究は，創造的な問題解決型の学習の実現のために，中野博之（2009）の授業過程をもとに，特に集団検討のもたせ方を工夫することによって，たとえ多様な考え方が出てきたとしても，子ども一人ひとりの自力解決の力につなげることができることを明らかにすることで，この授業設計の有効性を明らかにすることを目的とするものであった．

そこで，中島健三（1981）と松原元一（1977）の先行研究を基に，本研究における「創造的な学習」と「数学的な見方，考え方」の定義を図った．そして，中野博之（2009）先行研究を考察し，集団検討に焦点をあてた問題解決型の授業過程の教育的価値について明らかにした．

5 学年の面積の学習は，求積公式が明らかになっている図形に変形し，その求積公式を活用して求積公式が明らかになっていない図形の面積を求める．これは，既習の学習内容を活用して未知の問題を解決していくという創造的な学習が展開されていると考えられることから，創造的な問題解決型の授業場面を 5 学年の「台形の求積方法を考える」学習に設定した．

授業の実現に向けて小学校における面積指導について，教科書と先行研究を分析した．その結果，4 学年の面積の学習と 5 学年の面積の学習の間に等積変形や倍積変形の指導が十分になされていないことや，子どもにとって等積変形と倍積変形の考えを認識することに困難さがあることが指摘されていることが明らかになった．そこで等積変形と倍積変形の素地指導を 5 学年面積の単元に組み込み，中野博之（2009）の問題解決型の授業過程において，集団検討のもち方に焦点をあてて授業設計を行った．

実践の結果，多様な解法による考え方が出てきたとしても，教師の働きかけの工夫といった集団検討のもたせ方を工夫することによって，子どもは既習の学習内容に置き換えて説明したり，説明を聞いたりして既習の学習内容と関連づけるといった，数学的な見方や考え方を駆使していることが明らかとなった．台形の求積方法を考えるときに，すべての子どもが既習の学習内容を活用して求積することができたことから，創造的な問題解決型の学習が実現したと考えられる．中野博之による問題解決型の授業過程における集団検討のもたせ方の工夫は，創造的な学習の実現において有効であったといえる．

目　　次

序　章

本　論　文　の　概　要

序章　本研究の背景と目的

本研究では，中野博之(2009)が「「活用力を育成する」視点からの問題解決型の授業の考察と改善」に示している問題解決型の授業過程の改善を基に，集団検討の場面に焦点をあてて，第5学年「台形の求積方法を考える」授業での創造的な問題解決型の学習の実現を目指す.

第１節　　本研究の背景と目的

１．創造的な問題解決型の学習指導を取り上げることについて

平成19年に一部改正された学校教育法の中の第30条第２項で,「〜生涯にわたり学習する基盤が培われるよう，基礎的な知識及び技能を習得させるとともに，これらを活用して課題を解決するために必要な思考力，判断力，表現力，その他の能力をはぐくみ，主体的に学習に取り組む態度を養うことに，特に意を用いなければならない.」と示された．これを受けて，小学校学習指導要領解説算数編（2008）において,「算数科においては，問題を解決したり，判断したり，推論したりする過程において，見通しをもち筋道を立てて考えたり表現したりする力を高めていくことを重要なねらいとしている。こうしたねらいは他教科等においても目指しているところであるが,特に算数科の中では，帰納的に考えたり，演繹的に考えたりするなどの場面が数多く現れる。さらに算数の内容のもつ系統性や客観性から見ても，上記のねらいに最も大きな貢献ができると考えられる。」(p. 21)と示している．つまり，算数科においては，その教科の性質上，問題解決を通して数学的な考え方や主体的な態度を育成し，社会の要請に応えることを目指している.

さらに，平成26年の中央教育審議会諮問においても，科学技術の革新といった激変する社会情勢に対応するために,「ある事柄に関する知識の伝達だけに偏らず，学ぶことと社会とのつながりをより意識した教育を行い，子供たちがそうした教育のプロセスを通じて，基礎的な知識・技能を習得するとともに，実社会や実生活の中でそれらを活用しながら，自ら課題を発見し，その解決に向けて主体的・協働的に探究し，学びの成果等を表現し，更に実践に生かしていけるようにすることが重要である」と述べられている．そして「そのために必要な力を子供たちにはぐくむためには,「何を教えるか」という知識の質や量の改善はもちろんのこと,「どのように学ぶか」という，学びの質や深まりを重視することが必要」と述べられている.

これらは，高度情報化社会の現代において，蓄積されていく知識の量や知識が更新されるスピードが加速度的に早まっていることから，教育現場でも，教師から子どもたちへの知識の伝達や知識の再生のみを問う時代ではなくなっていることを示すものである．社会そのものが，一層問題解決の力をもった人間の育成を要請していることの現れである.

中島健三は，昭和33年，43年の小学校学習指導要領の編纂に携わっているが，中島健三(1981)は，昭和33年の学習指導要領改訂について，次のように述べている．

> 「昭和23年に発行された算数・数学科指導内容一覧表（学習指導要領の改訂）によって，各学年で指導する主要な内容の程度が大幅に引き下げられたことで，この学力水準をいかに引き上げるかが大きな問題であった．p. 33」
> 「「数学的な考え方の重視は，第1節でも考察したように，当時，科学技術をはじめとする社会的な進展が著しくなりはじめた状況で，教育として，新しい時代への対応として，既習の知識だけには頼れない創造的な能力の育成を一般に考えざるを得ない状勢であったことはもちろんであるが，算数・数学の場合には，特に，上に述べたようなことを受けて打ち出した方策でもあった．」(pp. 33-34)

これは，ゆとり教育によって週5日制度が学校現場にもたらされた結果，学習内容が削減され，学力低下が社会問題となり，平成23年の小学校学習指導要領において，「生きる力」「確かな学力」が掲げられた昨今の状勢と非常に似ている．数学的な考え方の育成を重視した算数教育の背景がここに見てとれる．

筆者は，小学校の教員として約20年間教鞭に立ってきた．どのようにしたら子どもが分かり，理解することができる授業ができるか，といった視点で授業を考えてきた．しかし，全国学力・学習状況調査など，各種テストによる数値の結果が社会的に大きく取り沙汰されるようになってから，学校現場では，そうした調査やテストを意識し，数値を上げるための（例えば全国学力・学習状況調査B問題の数値など）授業のあり方を研究する事例が増えてきている．

このような学校現場の様子を見ると，20世紀初頭の教師の算数・数学教育のとらえ方と大差がないように思う．20世紀初頭，ジョン・ペリーは数学の学習における有用性を7つ挙げているが，（3）試験に合格することにおいてだけは，「これまで無視されていなかった唯一のものであり，教師たちによって実際に認められていた唯一のものである．」(p. 17）と述べられているからである．「算数では教える内容がこれこれあるから，その内容を覚えさせなければならない」「将来，進級する上で必要な受験科目だから，学習内容を定着させねばならない」「教えなければならないものだから，教えている」そんな声を学校現場で耳にすることからも，算数教育の実質的な側面でのみとらえている教師は少なくない．

今後さらに予想される変化の大きい社会情勢に対応する力を子どもに身につけさせるためにも，創造的で社会とのつながりを意識した人間の育成を目指した授業を展開していく必要があると考えた．

２．台形の求積方法を考える授業を取り上げることについて

筆者の今までの経験上，学校現場には，問題解決型の授業を重ねても子どもの問題解決の力がなかなか向上しないという声がある．問題解決型の学習に対する批判があるのはこうした学校現場からの声を吸い上げたものであろうと考えられる．

また，算数教育の大きな目標の一つに「数学的な考え方の育成」があるが，学校現場では活用問題や発展問題，全国学力・学習状況調査のＢ問題の正答率といった数値で子どもの数学的な考え方の様相をとらえていることがある．目標数値といったものが各自治体で設定されていることからもその様子が伺える．

中野博之（2009）は，活用する力の育成の視点で問題解決型の授業改善を主張している．問題解決型の授業過程で何が子どもの様相に起こっているのか，教師はどんな働きかけをすることが子どもの活用する力の向上につながるのかを明らかにしている．その結果，問題解決型の授業過程を次のようにとらえ直し改善することを主張している．

「問題を解く→お互いの考えについて話し合う→友達と自分の考えを比較しながら自分の考えを省察する→（省察した結果を生かして新しい）問題を解く→・・・(p.132)」（中野博之，2009，p.132）

特に自力解決後の集団検討によって，子ども一人ひとりの数学的な考え方の育成が図られていることを述べている．

多様な意見が出てきやすい５年生面積の学習において，図形の変形の着想は問題解決の上で必要な既習の学習内容である．原田耕平（2009）の先行研究を見ると，子どもにとって等積変形や倍積変形のとらえに困難性があることが挙げられていた．しかし，鈴木真由美（2001）や清野佳子（2011）の先行研究では，等積変形や倍積変形を既知として学習指導が進められていた．高橋昭彦（2012）の先行研究によると，等積変形や倍積変形の指導が十分になされていない従前の授業の指摘がある．また，清野佳子と鈴木真由美の先行研究では，多様な求積方法の共通理解や垂直関係にある２線分の積で面積を求められるといった図形の面積の共通点を学級全体で共通理解を図ることの困難さがあることが指摘されている．

そこで本研究では，これらの困難さを子どもに克服させるために，未知の問題に対して既習の学習内容を活用して問題を自力で解決していくといった創造的な問題解決型の学習の実現を目指す．そのために，第５学年の面積の学習を中野博之の問題解決型の授業過程で設定し，学級全体の集団検討のもたせ方を明らかにしていくことにする．こうした学習を積み重ねていくことによって，ゆくゆくは子ども自身が既習の学習内容を意識して新しい問題を自力で解決していくことを目指す．

第５学年面積の学習の中で，台形の求積方法を考える学習は，長方形や平行四辺形，三角形に帰着させて解決を進めていくといった，活用できる既習の学習内容が豊富な学習場面である．

そこで，本研究では台形の求積方法を考える学習場面を検証することにした．

第２節　　研究の方法

１.研究の目的

本研究の目的は，創造的な問題解決型の学習の実現のために，中野博之の授業過程をもとに，特に集団検討のもたせ方を工夫することによって，たとえ多様な考え方が出てきたとしても，子ども一人ひとりの自力解決の力につなげることができることを明らかにすることで，この授業設計の有効性を明らかにすることである．これにより，今後の問題解決型の授業設計を考える際の一助となると考える．

２.研究の方法

本研究の目的を達成するために，まず，創造的な学習について探る必要がある．本研究における創造的な学習を規定することによって，授業設計のための理念を明らかにしていく．次に，中野博之の先行研究の基礎的考察をすることによって，中野博之が主張する問題解決型の授業に内包されている教育的価値について明らかにしていく．そして，教科書や先行研究を分析することによって，第５学年面積の学習の実態と子どもの実態を明らかにしていく．最後に，中野博之が主張する問題解決型の授業過程に基づいて授業設計をし，多様な考えが出る授業でもその有効性を考察する．

第３節　　本論文の構成

本論文の構成は，以下のものである．

第１章では，中島健三（1981）と松原元一（1977）の先行研究を基に，創造的な学習と数学的な見方，考え方についての基礎的考察を行う．そしてそれを受けて，本研究における創造的な学習の意味と数学的な考え方の捉えを規定する．まず第１節では，創造的な学習の捉えと創造的な学習と数学的な見方，考え方との関連について考察する．第２節では，数学的な見方，考え方について，松原元一（1977）の先行研究を基に考察する．第３節では，第１節，第２節の考察をもとに，本研究における創造的な学習と数学的な見方，考え方の捉えについて規定して述べる．

第２章では，現在行われている問題解決型の学習の改善の示唆を得るために，中野博之（2009）の先行研究を基に，考察を行う．第１節では，活用する力の育成の視点からの問題解決型の授業過程について考察を行う．第２節では，中野博之（2009）が主張する問題解決型の授業過程の教育的価値について考察を行う．

第３章では，現在行われている第５学年面積の学習指導の実際と児童の実態についての考察を行う．第１節では，現在行われている面積指導の実態について，現行の教科書における面積指導の展開の比較分析を，また図形に対する子どもの認知発達の実態について原田耕平（2009）の先行研究を基に考察を行う．第２節では，先行研究における第５学年の面積の等積変形と倍積変形の扱いについて考察を行う．第３節では，第４学年と第５学年の面積指導のギャップを埋めるための示唆を得るために，高橋昭彦（2012）の先行研究を基に考察を行う．

第４章では，中野博之が主張する問題解決型の授業過程をもとに，台形の求積方法を考える学習の授業設計を行う．第１節では，台形の求積方法を考える授業のもとになる子どもにとっての既習の学習内容について考察し，単元構成を設計する．第２節では，集団検討における話し合いの持たせ方について，中野博之（2009）の問題解決型の授業過程に基づき，子どもに対する教師の働きかけについて設定する．

第５章では，第４章で行った授業設計に基づいて授業を行い，考察し，成果と課題を明らかにする．第１節では，授業の実際と考察の視点について述べる．第２節では，プロトコルや子どものノートを分析したものをもとに考察を行う．第３節では，授業の成果と課題について考察を行う．

終章では，本実践を通して得られたことを研究のまとめとする．

第１章

創造的な学習についての基礎的考察

杉山吉茂は，次のように述べている．

「数学的な考え方が，学ぶ力の重要な役割を果たすのは，それが数学を創造，発展させるときに見られる考え方であるからである．」（杉山吉茂，2006，p.139）

この一文は創造的な学習と数学的な見方や考え方との関連を示唆している．創造的な学習と数学的な見方や考え方とは密接な関係があると思われる．創造的な問題解決型の学習の実現を目指すにあたり，本章では創造的な学習とはどんな学習を指すのか，また，数学的な見方や考え方がどのように関連しているのかについての基礎的考察を行う．

第１節　創造的な学習とは何か

１．創造的な学習のとらえ

創造的な学習を考えるにあたり，「創造」という言葉が一般的にどのように解釈されているのか明らかにする．『日本語大辞典第二版』によると，「創造」の意味は以下の通りとなっている．

「創造：それまでにないものを新しくつくり出すこと．」（講談社，1995，p.1248）

一方，『日本大百科全書 14』における「創造」の意味は以下の通りとなっている．

「創造：これまでになかったものを新しくつくり出すこと．この概念は，既存の要素あるいは素材の独創的組み合わせによる新しいタイプの事物の産出から，まったくの無からの世界そのものの創出に至る広い範囲で使われる．（後略）」（小学館，1986，p.83，後略は筆者による）

一般的に「創造」とは，それまでにないものを新しくつくり出すことであると捉えられ，さらに，既有のものを組み合わせた創造と，無からの創造の２通りの意味が内包されていると考えることができる．

教育学の立場から，「創造」はどのように捉えられているのか見ていくことにする．教育学者である長田新は次のように述べている．

「吾々は吾々の色で見，吾々の音で聞き，吾々の心臓で感ずる．総じて人間は自分で構成し得るものを自分の構造にしたがって構成するのであって，理解といい認識といっても，皆なこのような意味の自己構成でなくてはならない．以上のように考えてすべての教育は結局自己構成でなくてはならない．吾々各自の人間性に内在する精神力による純粋の自己生産以外に教育はない．だから自発若しくは自己発展が教育活動の唯一最高の原理である．自己発展の原理とは自己活動・自己生産の原理であって，認識の一切の可能性が依拠する最後の中心点を自我そのものと見る原理である．」

（長田新，1958，pp.193-194）

長田新は，自分の理解や認識が生みだされる根源は自己活動・自己生産による自己構成に基づいていると述べている．自己構成は，自分自身が獲得し，自分で構成してきたものに依拠しているものであり，理解や認識が生みだされることは，まさに創造的であることから，「創造」の根源は，無からの創造ではなく，今まで自分をつくり上げているものに基づくと捉えることができると考えられる．

この文章は，子どもが自己活動によって学習する前と後で理解や認識を新たにした場合，それがすなわち自己を発展させたことにつながっているということを指摘している．

次に，算数・数学教育における創造的な学習とはどのような意味なのか見ていくことにする．中島健三は，次のように述べている．

「（前略）算数・数学の指導でいう「創造的」とはどんなことか．それは，たしかに，何かしら「新しいものをつくり出すこと」であるが，「新しいもの」といっても，小学校や中学校の段階では，世間の人がまったく知らない新しい数学的な内容を初めてつく出すことは必ずしも期待できない．実際にも，指導内容としてカリキュラムの上で取り上げられていることは，学問的には既によく知られた初等的なことがらにすぎないわけである．」

（中島健三，1981， p.70）

中島健三は，今まで明らかにされていない全く新しい数学的な内容をつくり出すことを子どもに期待しているわけではないという．中島健三は，「創造的な指導」という場合に目指していることについて，次のように述べている．

「算数や数学で，子どもにとって新しい内容を指導しようとする際に，教師が既成のものを一方的に与えるのではなく，子どもが自分で必要を感じ，自らの課題として新しいことを考え出すように，教師が適切な発問や助言を通して仕向け，結果において，どの子どもも，いかにも自分で考え出したかのような感激をもつことができるようにする」（中島健三，1981，p.70）

子どもによって生みだされた学習の結果は決して新出されたものではないのは確かである．しかし，学習の当事者である子ども自身の視点で見た場合，今までになかった見方や考え方が生みだされたり，新しい問題を解決することができたりした場合，創造といってもよいと考えられる．

また，教師は子どもに必要感をもたせたり，「自らの課題として新しいことを考え出すように，適切な発問や助言を通して仕向け」たりするといった支援的な関わりをすることによって，どの子どもにとっても「いかにも自分で考え出したかのような感激」といった，子どもの自己発展を促す役割を述べている．

さらに中島健三は，算数・数学にふさわしい創造的な活動について，次のように述べている．

「たとえ，教師による発問や場面の設定が契機となっているにしても，自分の認識の上に立って―自主的に行うことが必要なのであるから，まず，「課題」を自分でとらえつかんでいることが先決である．その課題があって―もちろん，はじめはそれほど的確ではなくても，解決の過程を通して，しだいに明確にしていくこともあろうが―それについて解決の方策を探究するという形で進められるべきはずのものである．そこで，「創造的」というからには，既習の知識や習慣的な方法だけでは処理できない，何か新しいもの，より進んだものを探りあて考え出すことが要求されているわけである．」（中島健三，1981，p.83，傍点は中島による）

「そこでは，基本的なものとして，たとえば，より簡潔にしたい，より明確にしたい，より統合されたものにしたい，といったことをあげてきている．このような観点から見て不都合があったら，何とか工夫改善しなければ気がおさまらないという心情にかられて構成されるのが，ここでいう算数・数学の創造的な活動を推し進める原動力としてふさわしい「課題」であると考えるのである．」（中島健三，1981，pp.83-84，傍点は中島による）

中島健三は，学習者である子ども自身が，今までのやり方ではうまくいかない，また，今までのやり方をあてはめたいという自らの心情が強い動機となり，未習の問題を解決しようとする原動力となって創造的な学習が行われると指摘している．

中島健三は，創造的な学習が，“何か新しいもの，より進んだものを探りあて考え出さなければならない”，“何とか工夫改善しなければ気がおさまらない”といった，学習者自身の必要感や強

い心情が原動力と述べているが，これは長田新（1958）が述べた“自己活動・自己生産”を引き起こす動機であると考えることができる．

さらに中島健三は，分数の乗法という具体的事例を用いて次のように述べている．

「「30×p で，p が分数 4/5 のときにも「かけ算」という形式が成り立つようにしたい」という願望にもとづいて，「30×3/5 という式がかりに成り立つ」と考えてみようとするのである．そのとき，p が整数のときのように「累加の考え」で×（かける）を用いるわけにはいかないから，p が整数のときにもっていた性質のうち，分数のときにも使えそうな性質を取り出して調べてみることになる．（中略）結局，「30×p で，p が２ばい，３ばいになれば，30×p も２ばい，３ばいになる」という実在の世界のきまりを取り上げて（これは，A×p という乗法の意味を，p に比例するという「構造的な性質」を取り上げて，規定することにあたる），それを比例という一般的なアイデアで見直す―ここで，整数のときだけでなく，小数・分数のときにもあてはめて考えてよいと考える―ことにしている．」

（中島健三，1981，pp.86-87，傍点は中島による．30×3/5 の表記も中島による）

この事例では，整数の乗法のときに用いた「累加の考え」では解決できない，「累加の考え」では整数と同じように式表現ができない，という現状の行き詰まり感が発生している．そして，「乗数が分数でも整数のときと同じように式表現できないだろうか」といった疑問や「同じ式表現にしたい」といった必要感に迫られて，それを打破するための創造的な活動，即ちここでは「比例という一般的なアイデアで見直す」が行われている．当然，そのアイデアは，子どもの中にある．子どもの中にないのであれば，比例のアイデアを使うことができないからである．その結果，「小数や分数でも整数と同じ式表現をしてもよい」という現状の解決を見，疑問や不安が解消され，安心感を得る．その結果，子どもは学習前よりも認識を広げ，深めたことになる．

これは，創造的な活動の結果，子どもは自己構成による自己発展を遂げたと考えられる．何とか工夫し現状を改善したいという学習の当事者の子ども自身の心情や問題意識が動機であり，何とかするための方法が創造的な活動であり，その結果，問題の解決を見，子どもは学習前よりも認識を広げ，深めるという自己発展が見られるからである．

また，例えば式の表現の仕方や比例の考え方といった，学習の当事者である子ども自身の既習の学習内容を基にして，新しい問題を解決していることがわかる．やはり，長田新と同様に中島健三の主張も，無からの創造を指しているのではなく，既有のものを組み合わせたものとして「創造」を捉えられていると考えることができる．

こうした，学習を通して子ども自身によって生みだされた学習の結果を「創造」として捉えることは，すでに 70 年以上前において，萌芽を見てとることができる．昭和 17 年（1942）文部省初等算数七教師用における総説に，中島健三と同じ思想を認めることができる．

「(4) 自力解決に信念をもたせること.

算数の目的が，考察・処理の能力を養い，それを実践に導き，新なものを工夫創造せしめることにある以上は，児童自身の能動的な力を養うことに最善の努力を払わなくてはならない．この力は，努めれば何事でも出来るという自信をもたせることによって養われる．算数には特別な能力が必要であると考え，自分にはそのような力が欠けていると考えるようになっては，出来るものも出来なくなる．即ち，この信念に立ってこそ，考え抜く態度も，やりおおせる気力も生じてくるのである．問題の解き方の雛形を教えて，それを覚え込ませ，類題を解かせるようなことに終始しては，この信念を得させることは出来ない．なるべく児童に工夫させ，発見させるように指導することが大切である．些細なことでも自ら解決し，自ら見出し，自ら造ったという経験は，無上の喜びであると共に，自己の力に自信をもち，次の解決・発見・創造の原動力となるのである．新文化創造の任務を双肩に担う次代の国民に，この任務に対する責任感と，任務遂行の能力に対する信念とを併せ得させるように深く考慮すべきである.」

(文部省，1942，p.31)

昭和 17 年文部省初等算数七教師用における総説も，中島健三が述べているように，学習の当事者の子ども自身の工夫や発見といった子どもの自己活動に基づいた問題解決を通して得た経験や達成感といった心情の獲得に創造の意味をおいていることが分かる.

以上のことから, 算数・数学教育における「創造的な学習」は, 中島健三 (1981) や文部省 (1942) が述べていることも, 長田新 (1958) が述べている自己構成による自己発展にあたるものであり,「創造」の解釈は，無からの創造ではなく，今まで自分をつくり上げているものに基づくと捉えていると考えられる.

また,「どの子どもも自分で考え出したかのような感激が得られるようにすることということ」(中島健三，1981) とは，自己構成による自己発展を子ども自身が自覚したときに得られる心情と考えられる．長田新や中島健三の主張から，教師が既成のものを一方的に子どもに与えてしまっては，自己構成による自己発展にはならないということを示していると考えられる．そして，中島健三や昭和 17 年文部省初等算数七教師用における総説が述べる創造的な指導とは, 学習の当事者である子ども自身が自己構成による自己発展が為されるような学習指導であると捉えることができると筆者は考えた.

以上のことから，創造的な学習における「創造」は，自己構成によって生じる自己活動，自己生産であり，創造的な学習の一連の過程を通して自己発展につながる自主的活動であると捉えることができると考えた.

2．創造的な学習と数学的な見方，考え方との関連

中島健三は，以下のように「数学的な考え方」は創造的な学習に必要不可欠な考え方であることを指摘している．

「「数学的な考え方」は，一言でいえば，算数・数学にふさわしい創造的な活動ができることを目指したものである．」（中島健三，1981，p.49）

また，松原元一は近代の数学的考えの論議に対して以下のように述べている．

「近代の論議では「数学的な考え」の特色を説明して，抽象化，統一化，発展的に考える，単純化，同一等々の多くの言葉が並べられている．お粗末も甚だしい．これらの言葉を「数学的な考え」の説明とせずに，「物理的考え」「経済的考え」等々のあらゆる広義の科学的考えの説明としてもそのまま通用する．すべての科学は体系をもつ．事象に体系を与えるにはまず抽象化し概念化しなくてはならない．すなわち必ず抽象化が伴うし，前のいろいろの説明の言葉はすべてが抽象化が根源であり，そのふえんである．数学的に考えるには抽象化がなくてはならないが，逆に抽象化することが数学的に考えることであるとはいえない．すべての科学は抽象化してなされるのは今述べたとおりである．数学における抽象の仕方と物理学における抽象の仕方，経済学，教育学等々における抽象の仕方には，対象の相違に伴う歴然とした相違があるのはいうまでもない．」

（松原元一，1977，pp.152-153）

松原元一は，数学的な考え方は，数学を対象としているので，他の科学的考え方とは違った抽象の仕方の特質があることを指摘している．

そして，杉山吉茂は数学的な考え方について次のように述べている．

「数学的な考え方については，多様な解釈がある．数学を用いて考える考え方，数学でよく用いられる考え方，数学を学習する過程，数学を創り上げていく過程の中に見られる考え方などいろいろ言われている．その言葉の詮議はさておくとして，要するに，数学的な知識や技能を獲得する過程において育てていくことができる考え方一般を含めたものと考えてよいであろう．」（杉山吉茂，2012，p.247）

三氏とも共通していることは，数学的な考え方とは，算数・数学を対象とし，算数・数学における学習の中で問題を解決していく過程の中で用いられる考え方であるということで一致してい

る．つまり，数学の力で創造的な学習活動の中核を成す考え方が数学的な見方や考え方であると捉えることができる．

第２節　数学的な見方，考え方について

松原元一は，子どもや生徒が問題を解決していく過程を観察し，多くの実践に基づきながら子どもの思考の様相について明らかにしている．筆者が学校現場で経験してきた子どもの問題解決における思考の様相を振り返ったとき，松原元一（1977）が述べている算数・数学の問題解決の過程で見られる思考の様相が確かに見られていた．また，筆者自身が算数・数学の問題を考える際に松原元一（1977）が述べているような思考活動を行っていることから，本研究における重要な考え方であると筆者は考えた．そこで，松原元一の数学的な見方，考え方について考察することにした．

松原元一は数学的な考えの特質として次の２つに集約している．

「その１　集合」（松原元一，1977，p.151）
「その２　関数」（松原元一，1977，p.165）

さらに，「集合」と「関数」という数学的特質について以下のとおりに詳しく述べている．

＜集合＞

「数学的に考えることの第一歩は対象を一つの集合としてとらえることにある．」（松原元一，1977，p.156）

「集合とは，ここでは「ものの集まり」ときめておこう．ここでいうものとは何んであってもさしつかえはない．子どもの集まりのような具体的なものばかりでなくて，抽象的なものの集まりであってもよくて，その対象には制限はない．ただし集合となるためには次の二つのことが要請されるものと約束しよう．
一，範囲が明確に限定されていること
二，集合に含まれる一つ一つの要素がはっきり区別できること」
（松原元一，1977，p.157，傍点は松原による）

「数学の対象になるには，まずこのような第一段の抽象化が必要であって，水であろうがジュースであろうが等しく数の集合におきかえられてしまうのである．」（松原元一，1977，p.158）

そして，次のような授業場面での子どもの様子を具体例に挙げて述べている．

「10 円のお金をもっていて５円の買物をすれば残りが５円になることを知っていた子どもに，教師が「おまんじゅうが 10 個あります．５個食べたら，いくつ残りますか」とたずねた．お金の問題ができるのであるから教師は当然できるものと期待していたのであるが，一人の子どもにその期待を裏切られた．子どもの最後のつぶやきは「おまんじゅう５個なんて食べられない」というのであった．（中略）しかし大勢の他の子どもたちは「５個残る」と答えている．（中略）ともかく，この子どもたちははっきりと「おまんじゅう」も「食べる」ことも捨象してしまっているのである．これができなかったらたとえ１個食べるというあり得る内容の問題であっても解答には手間どるだろう．」

（松原元一，1977，pp.158-159，中略は筆者による）

つまり，数学的に考える第一歩が集合の考えであり，対象を集合として捉えられない場合，数学の立場からの解決が困難であるという．この集合の考えの次にくるのが関数であるという．

松原元一は，「写像全体のことを関数ということにする」（松原元一，1977，p.173）と述べている．その写像の中に，関数と変換の考えがあるという．

＜関数…写像＞

「ものの集合の一つ一つの要素に一本一本の指を対応させたり，数詞の一つ一つを対応させることを一対一の対応という．誰でも誕生日はもっている．A さんは三月三日生まれ，B 君は五月五日生まれなど．この場合，人の集合と日付の集合との間に誕生日ということで対応がつけられるが，一対一の対応ではない．一人一人違った人に一つ一つ違った日付が対応しているとは限らない．C 君も五月五日生まれであるかもしれない．しかし誕生日を二つ以上もっている人はいないから，人一人に対しただ一つの日付が対応している．このように一つの集合のどの要素をとってみてもほかの一つの集合のただ一つの要素が対応しているとき一意の対応という．二つの集合 X と Y があって X のどの要素にも Y のどれか一つの要素が対応しているとき，集合 X と Y の間に一意対応があるという．一対一対応も一意対応の特別な場合である．この対応が，あらゆる数学の基礎に横たわっている大切な，ものの見方である．」（松原元一，1977，pp.165-166）

この一意対応こそ写像である．松原元一は，この写像についての具体例を挙げているのでいくつか取り上げてみる．

「　１，X 自然数の集合１,２,３,…の全体

Y 自然数のうちの偶数の全体

すなわちX＝｛１,２,３,…｝Y＝｛２,４,６,…｝

$f(1) = 2$ ， $f(2) = 4$,

６，　X 三角形の集合

Y 有理数（実数）の集合

f 一つの三角形にその面積を表す数を対応させる

１０，　X 封書の目方を表す数の集合

Y 郵便料を表す数の集合

f 郵便料金

１１，X 数の集合（すべての有理数）

YX と同じ集合

f $y = 2x+1$ xはX の任意の数で，yはこの式で求められるY の数

このyのことを$f(x) = 2x+1$ と書いてもよい．」

（松原元一，1977，pp.167-pp.171）

松原元一はこうした写像について，習慣的に別名で呼ばれるものがあると先に挙げた具体例のいくつかを用いて以下に述べている．

「関数　集合Y が数の集合であるような写像を関数という．集合X は数の集合であってもなくてもよい．（中略）いずれにせよ，習慣による呼び方だけの問題であるから，どのように呼んでも事実上何んの変わりもない．本質はみな写像であるから名称にこだわる必要はない．

変換　X とY が同種の集合である写像を変換と言うことが多い．（中略）１ではX もY も数の集合であるから変換といってもよいし，１１なども一次式による変換といわれている．図形の移動（平行移動，回転移動，対称移動）なども異動前の図形と異動後の図形とを対応させる写像で，みな変換である.」

（松原元一，1977，p.172，中略は筆者による）

松原元一は，以上のような数学的特質を次のようにまとめている．

「「集合Ｘで発生している問題を解決するのに集合Ｙの性質を使う．そのためにＸをＹに変換する」このように考えると数学のほとんどのことがこの手法によって解決されているといっても過言ではない．集合Ｘとしてとらえた問題を上手に解決するために適切な集合Ｙを見つけて，ＸとＹとの間に関数を設定する．すなわちＸをＹに変換してＹの性質を使ってＸ上の問題を解くのである.」（松原元一，1977，p.175）

そして，次のように数学的にものを見，数学的に考えることについて，次のように結論づけている．

「一，対象を集合としてとらえる．ここで先の方をすでに見直した第一段の抽象化がある．
二，その集合に対し，別に都合のよい数学的構造をもった第二の集合へ変換する．つまり関数を設定する．ここで飛躍的な抽象化がなされることが多い．
三，第二の集合の特性を使って解決に導く．その後でその結論を第一の集合またははじめの課題に当てはめて課題自身の具体的な言葉に直すことも多い.」（松原元一，1977，p.190）

松原元一が主張する数学的な見方，考え方の捉えをもとに，「別に都合のよい数学的構造をもった第二の集合へ変換する」を「既習事項」と捉えることができることを中野博之（2012）と太田伸也（2009）は述べている．

「「習ったことをうまく使えないかな」と子どもに促すことは，目の前の問題（集合 x）を既習事項（集合 y）に置き換えることであり，「数学的な考え」を育てることと考えてよいだろう.」（中野博之，2012，p.43）

「従って，考えさせる授業では，子どもが問題に当面し，捉えた問題（集合X）に対して，そのときの自分の手持ちの‘道具’を使って解決に取り組み，その試行錯誤の中から解決に都合のよい問題（集合Y）を見出す過程に焦点が当てられる.」（太田伸也，2009，p.44）

ここでいう手持ちの‘道具’とは，既習の学習内容であると考えられる．中野博之（2012）と太田伸也（2009）の捉えを，例えば，第５学年の台形の求積方法を考える学習にあてはめて考えてみると，以下の通りになると考えることができる．

X 目の前の問題（台形の求積方法を考える）

Y 既習事項である平行四辺形に変形（置き換える，変換する）する

f 平行四辺形の求積公式で台形の求積をする

子どもが実際に問題を解決しようと活動しているとき，無から何かを生みだすことはない．必ず自分自身の経験や既習の学習内容をもとにして解決しようとする．台形の求積公式は未知である．「今までの図形の面積の求積は，求積公式が明らかになっている図形に変形して解けたから，台形も同じような考えで解決できないだろうか」という類推が働く．中野博之（2012）や太田伸也（2009）が述べるように，松原元一（1977）が述べている「別に都合のよい数学的構造をもった第二の集合へ変換する．」（松原元一，1977，p.190）が，ここでいうところの既習の学習内容である長方形や平行四辺形，三角形の求積公式である．そして，子どもは，台形を別の都合のよい集合，すなわち既習の学習内容である長方形や平行四辺形，三角形に変形させることによって，変形させた求積公式を用いて台形の求積を行う．さらに，多様な置き換え（つまり既知の図形への変形）Y で解決したことを，元の台形のどの数値を使って求積していたのか，共通点を探ることによって，上底と下底，高さを使って求積していることから，台形の求積公式を得る．これは，松原元一のいう「三，第二の集合の特性を使って解決に導く．その後でその結論を第一の集合またははじめの課題に当てはめて課題自身の具体的な言葉に直すことも多い」にあてはまる．

このように，子どもが問題解決にあたって思考する過程を考慮した時，松原元一による数学的な見方，考え方における「二，その集合に対し，別に都合のよい数学的構造をもった第二の集合へ変換する．つまり関数を設定する．ここで飛躍的な抽象化がなされることが多い．」（松原元一，1977，p.190）を中野博之（2012），太田伸也（2009）が述べているように「既習の学習内容」と捉えることができると考えた．

以上のことから，本研究における数学的な見方，考え方のとらえを，松原元一の数学的な見方，考え方に基づくことにする．

第３節　本研究における創造的な学習と数学的な見方，考え方の捉え

以上の考察を受け，本研究の題目「創造的な問題解決型の学習」の「創造的な学習」の意味を次のように定義する．

＜本研究における「創造的な学習」の定義＞

学習の当事者である子ども自身が自己構成による自己発展が為されるように，教師は既成のものを一方的に与えるのではなく，子どもが自分で必要を感じ，自らの課題として新しいことを考え出すように，教師が適切な発問や助言を通して仕向け，結果において，どの子どもも，いかにも自分で考え出したかのような感激をもつことができるようにする学習．

また，本研究における数学的な見方，考え方の捉えを，松原元一（1990）の考えに基づくことにする．

＜本研究における「数学的な見方，考え方」の定義＞

一，対象を集合としてとらえる．ここで先の方をすでに見直した第一段の抽象化がある．

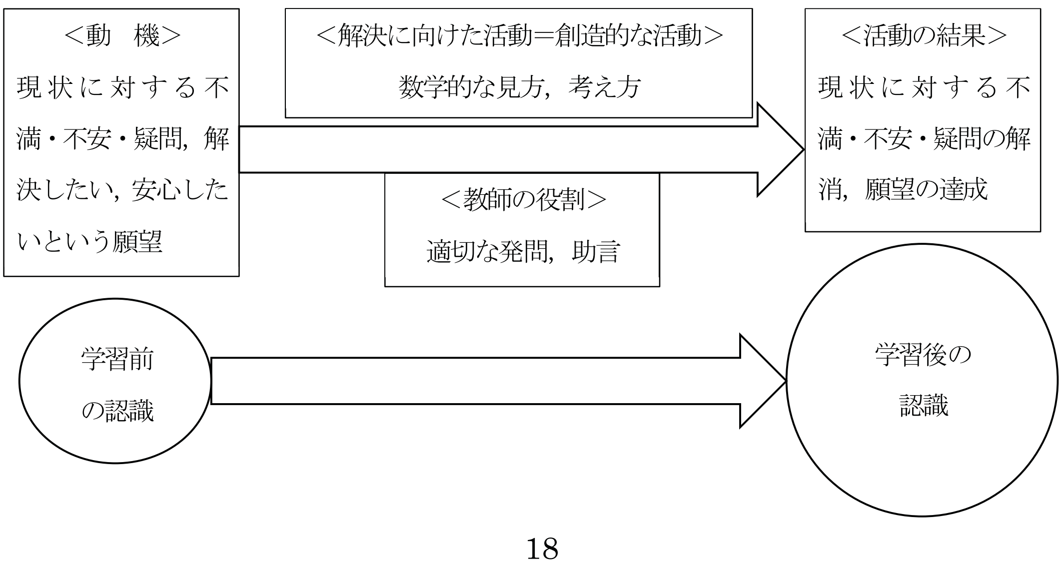
二，その集合に対し，別に都合のよい数学的構造をもった第二の集合へ変換する．つまり関数を設定する．ここで飛躍的な抽象化がなされることが多い．

三，第二の集合の特性を使って解決に導く．その後でその結論を第一の集合またははじめの課題に当てはめて課題自身の具体的な言葉に直すことも多い．

第４節　本章の総括

本章では，創造的な学習に関する基礎的考察を行った．創造的な学習における「創造」は，自己構成によって生じる自己活動，自己生産であり，創造的な学習の一連の過程を通して自己発展につながる自主的活動であるということができる．そして，創造的な学習に反して教師が既成のものを一方的に与えることは，子どもの内面からの動機によるものではない．また，解決する必然性に欠けている．そこではなんとかして解決したいという思いもない．自己活動であるためには，子どもが自分で必要を感じ，自らの課題とすることが不可欠である．つまり，そこで行われる問題解決に向けた学習活動が創造的活動であり，創造的な学習であると考えられる．また，創造的な学習を進める上で，教師には子どもに動機を生じさせるような問題場面を設定したり，解決に向けた創造的な活動において適切な発問や助言をしたりする役割があるという示唆を得た．また，創造的な学習活動では，未習の問題を既習の学習内容に置き換えて解決するといった松原元一（1977）が述べている数学的な見方，考え方を用いて問題を解決していることが明らかになった．そして，創造的な学習と数学的な見方，考え方を規定した．第１章で明らかにしたことを図に表すと以下の通りとなると考えられる．

創造的な学習における自己構成による自己発展の過程 ※筆者による



第２章

活用する力の育成の視点からの問題解決型の授業に関する基礎的考察
―中野博之（2009）の先行研究を基に―

第１章では，創造的な学習の一連の過程を通して学習の当事者である子ども自身が自己構成による自己発展が為されていくことを明らかにした．つまり，創造的な学習は，その性質上，問題解決型の学習形態をとる．なぜなら，学習の当事者である子ども自身が主体的に未習の問題を既習の学習内容に置き換えて未習の問題を解決していくからである．したがって，創造的な学習と問題解決型の学習は密接な関係にあると考えられる．しかし，現在行われている算数・数学の問題解決型の授業において課題がないわけではない．

本章では，現在行われている問題解決型の学習の課題を明らかにするために，中野博之の問題解決型の授業過程について考察し，問題解決型の授業改善の示唆を得る．

第１節　活用する力の育成の視点からの問題解決型の授業過程について

中野博之は，現在行われている算数・数学の問題解決型の授業について，活用する力の育成が課題となっていることを指摘している（中野博之，2009）．こうした現状になっている原因として，中野博之は次のように述べている．

> 「こうしたことの原因には問題解決型の授業がすべての教師にまで広まっていないことが考えられるが，それとは別に問題解決型の授業が形式だけのものとなり，授業過程の意味を教師が考えていないことも考えられる．」
>
> （中野博之，2009，p.127）

こうした現状を改善するために，中野博之は現在行われている問題解決型の学習の改善のための視点を，松原元一の「数学的な見方，考え方」と関連付けながら，活用する力に焦点を当てて述べている．

> 「２．活用力について
>
> 実際に問題を解く時，問題を自分の分かっているものに置き換えることを試みるが，これは「都合のよい集合への変換」ととらえることができる．これを小学生なりの言葉で表現すれば「習ったことを活用しよう」「習ったことに換えられないかな」となり，つまりは既習の学習内容を活用して問題を解決することに他ならない．したがって「活用力の育成」を目指すことは松原がとらえた数学的な考え方の育成につながるものと考えられるのである．」（中野博之，2009，pp.127-128）

これは，自力解決の場面において，子どもは既習の学習内容を「活用」して問題を解決していると捉えることができることを指摘しているものと考えられる．そこで行われている子どもの思考の様相は，松原元一（1977）がとらえた数学的な見方，考え方を示しているということである．

筆者の経験から，学校現場においての「活用する」場面は，次のように捉えられていると考えられる．

・主に１時間の授業後，その授業で使われた着想を用いて似たような適用問題を解くこと

・単元終末に単元全体の学習を通して得られた着想を用いた応用問題を解くこと

・現実の社会における問題を解くこと（例えば，コピー用紙の枚数を知るために，紙全体の厚さと 10 枚分の紙の厚さを測り，比例の考えを用いて解決するといった）

・全国学力・学習状況調査のＢ問題を解くこと

確かに上記のことは，「既習の学習内容を使って」問題を解決することと同じと考えられ，活用の観点からははずれていない．その一方，１時間の授業で主問題の解決場面を「活用する」場面と考えて授業をする教師は，筆者のこれまでの経験上見たことがない．１時間の授業での主問題を基礎・基本の習得と考えている教師が大半を占めていることが原因と考えられる．授業の形態を見ると，問題解決型の授業過程をなぞっているのだが，実際行われていることは，教師が問題把握の場面でどの子どもにも自力解決ができるように，「見通し」を「持たせて」から，「持たせた」考え方で自力解決をさせることが多い．こうした過程では子ども自身の「何とか工夫改善しなければ気がおさまらない」といった心情もなければ願望もなく，教師や機転の利く一部の子どもによる他人から与えられた着想を「使わされて」自力解決しているものと考えられる．これでは「いかにも自分で考え出したかのような感激をもつ」ことはなく，有用性や必要性を感じることもない．

中野博之は，日々の算数・数学の授業で問題解決型の授業を行っていない現状を指摘している．問題解決型の授業において，自力解決の場面は，未習の問題を既習の学習内容に置き換えて解決していく場面と捉えることができるが，集団検討の場面になると次のような問題点が指摘されるという．

> 「「集団検討の時間は一部の子どもが活躍する」「できない子どもの考えができる子どもの考えの『たたき台』となるという批判については，現在行われている多くの問題解決型の授業の問題点を浮き彫りにしていると考えられる．」（中野博之，2009，p.128）

これに対して中野博之は，１年「繰り下がりのあるひき算」の授業における集団検討での学級全体の思考（公的ディスコース）の様相と個々の子どもの思考の様相を関連させて考察を行っている．その結果，次のように考察している．

> 「全体の流れ（公的なディスコース）において，「わからない」という意見から根拠を問うたり，共通性を問うたりすることによって，繰り下がりのあるひき算と既習事項との関連が明確になった．また，それだけではなく，たし算とひき算が逆演算の関係であることや，「１から 10 までの数の構成

（合成と分解）」という数の原理や「10 といくつ」という十進位取り記数法の原理についても取り扱うことができた．前述の ON 児（※第２時で答えが出せなかった子ども）はこうした既習事項を，友達の発表の中から聞き，そのことによって「10 といくつ」に分ける考え方を理解していったと考えられる．さらに，ひき算のきまりの発見につながる発言も出され，UK 児のようにそのきまりを活用しようとする姿も見られた．」

（中野博之，2005，p.19，※は筆者による）

この考察に先立つ授業では，集団検討において，ある子どもの発言に対して「わからない」という意思表示をした子どもがいたところから，他の子どもが言葉の説明だけでなく黒板のブロックの操作を交えながら，関連する既習事項を使って説明を加えている姿が見られている．その結果，ON 児のように問題の解決に至らなかった子どもが次の時間の自力解決で，禅師に提示された友達の考え方を活用して問題の解決に至っている．たとえこの時間の自力解決ができなかったとしても，集団検討で吟味していく中で，既習の学習事項を ON 児のように自己構成し，次の時間の問題解決をみるという自己発展につなげていることが中野博之の考察から読み取ることができる．

さらに集団検討の場で発言しなかった子どもの思考の様相を中野博之は考察している．

「話し合いの場で発言せず，聞くことに終始した子ども 11 名のうち９名が，実践授業の中の４問を複数の考え方で解いたこと，そして，発言の有無にかかわらず 35 名の子どもの中で 24 名が４問を複数の考え方で解いたこと，そして，発言の有無にかかわらず 35 名の子どもの中で 24 名が４問を複数の考え方で解いたことから，本実践での公的なディスコースが個々の子どもの考え方に与えた影響は，大きいものといえよう．また，ひき算のきまりや学習指導要領では２年生で扱う加減の逆演算の関係を，友達の考え方から取り入れている姿を見ると，子どもは問題解決型の授業に聞くという形で参加しながら，友達の考え方を柔軟に取り入れることも明らかになった．」（中野博之，2005，pp.19-20）

たとえ集団検討で発言しなかったとしても，その子どもが何も考えていないと同義ではない．中野博之の集団検討における発言のない子どもたちは，他の子どもの発言から得た自分が到達できなかった着想を自分の中に構成したからこそ，次の自力解決において，多様な解決方法を提示することができたのである．まさに自己構成による自己発展の姿であるといえる．

中野博之は，以上の研究をもとに，集団検討の場面における授業過程の改善を示唆している．

「（1）集団検討では「わからない」を大切にし，既習の学習内容を根拠にして説明をさせる

（2）既習の学習内容との共通点を明確にする

（3）次時の自力解決に生かせる省察をさせる」（中野博之，2009）

これらの項目の詳細を以下に示す．

「（1）集団検討の場では，友達の説明をきいている子どもに，質問ではなく，その説明が「わかる」のか「わからないのか」の意思表示をさせ，そのことを起点として既習の学習内容を活用した説明がなされるようにする．さらに教師は子どもの説明の根拠が「学級で共通に扱った既習の学習内容」となるように指導をする必要もある．こうすることによって，自分の考えを友達に説明する活動が目の前の問題を既習の学習内容に置き換えていく活動となっていく．」

（中野博之，2009，pp.131-132）

「（2）実践では子どもは活用した学習内容がいつのどのような学習であったのかまでは言及していない．したがって，いつのどのような学習内容を活用しているのかを明確にしていくことは教師の大切な役割となる．こうすることで既習の学習内容が活用されていることをより明確にできる．さらに説明された個々の考えの共通点を見抜き，根底にある原理やアイディアを明確にして次の問題解決に活用できるようにしていくことも教師の大切な役割となる．」（中野博之，2009，p.132）

「（3）授業は共同学習を取り入れながらも，個々の子どもの活用力を伸ばしていくことを忘れてはならない．そのために教師は問題解決型の授業過程を「問題を解く→お互いの考えについて話し合う→友達と自分の考えを比較しながら自分の考えを省察する→（省察した結果を生かして新しい）問題を解く→・・・」というサイクルで見直し，このサイクルによって個々の子どもの活用力を伸ばしていくととらえる必要がある．」（中野博之，2009，p.132）

こうした指摘は，問題解決型の学習における集団検討でなされるべき活動を明示しているものと考えられる．そして，集団検討で吟味されたことが子ども個々人の自己構成につながるような省察をさせることを提唱しているとも考えられる．なぜなら，次の自力解決の場面で前時の集団

検討で得られた考えを活用することは，自己構成によって可能となるからである．

以上のことから，活用する力の育成の視点から問題解決型の授業をとらえなおした時，学習後の適用問題や特定の問題場面だけではなく，自力解決で取り組む場面すべてが「既習の学習内容に置き換えて問題解決をしている」ことから，既習の学習内容を「活用」している場面と捉えることができる．

第２節　集団検討に焦点をあてた問題解決型の授業過程の教育的価値について

杉山吉茂は授業を進めるための条件の一つに「開いた心」を挙げている．

> 「授業は「考える場」である．一人ひとりの考える場であると同時に，集団で考える場でもある．その集団の中に身をおくことによって，一人で考えていたのでは到達し難い解決を得，幅広い思考の方法を学ぶのである．
> 未熟な思いつきを徐々に高めていき確かな知識を得ていくのである．子どもが，いろいろな考えを述べあうということは，そのようないろいろな考えをもとにして一つのよりよい解決へ向かって進んでいるものと見ることができる．」（杉山吉茂，2012，p.71）

自力解決は子ども一人ひとりの個人の主体的な取り組みであり，自己構成の場である．しかし，人間一人の力には限界がある．教室での共同学習の効果の一つとして，自分一人では到達できない多様な考え方に触れることができることが挙げられる．しかし，そのためには，杉山吉茂が述べるように，子どもがいろいろな考えを述べ合うことができる学級の雰囲気が必要不可欠である．

さらに杉山吉茂は，

> 「ときには，一見つまらぬと思われる考えが，実はすばらしい解決につながることもありうる．したがって，つまらぬもののように見えても，これを受け入れる態度をだれもがもっていなければなるまい．つまらぬからと言って一笑に付してしまったり，まちがっているからと言って嘲笑したりすれば，つまらぬ考えはでてこなくなろうが，同時にまた，すばらしいアイディアを含んでいる考えも出てこなくなろう．まちがったことを言って笑われるような雰囲気の中では，黙っていることが最も安全な身の処し方になる．」（杉山吉茂，2012，p.71）

と述べ，

> 「思考の冒険をする者はなくなり，創造的・独創的な着想は期待できない．
> もしそのような授業が続けられれば，そこから育つ人間は，従順ではあ

るが主体性のない，悪い意味での常識人となってしまうのではないだろうか.」（杉山吉茂，2012，p71）

と，他者に対する尊重の精神や対等な人間関係，柔軟な発想を受け入れる雰囲気といった学級文化が構築されてなければ，創造的な学習が生まれないばかりか，主体性に欠けた人間を育てることにつながる危惧を指摘している.

ドイツの教育哲学者である O.F.ボルノーは，対話の成立のためには，一定の前提が満たされなくてはならないという．そこでのキーワードに杉山吉茂と同様の「開いた心という前提」がある.

「対話はまず話者の完全な開いた心を要求します．（中略）真剣に一つの問を解明しようとして辛苦する対話は，各人が互いに他に対して完全に自己を開き，留保と底意なくみずからの考えるところを率直に述べるときにのみ成功するのです.」（O.F.ボルノー，1988，p.192，中略は筆者による）

これは，「話者」の開いた心を示している．さらに，対話が成立するためには他者に「耳を傾ける」といった聞き手の開いた心について，次のように述べている.

「そのためには，まずかれが自己自身の優越性への信仰を諦めること，かれがあらゆる権威的要求を断念して，他者を原則的に同等の権利をもつ相手として承認するということが必要です．このことは，たとえ自分の問題をまだ確信しているとしても，彼自身がまちがっていて，たとえこれまでひどく邪道であると思われていたにせよ，その邪道の，道からそれた意見を持つ他者の方が正しいのかもしれぬという可能性を，はじめから覚悟するということを意味しています．かれは相手のほうによりすぐれた根拠があれば，自分でそれを納得するだけの覚悟がなくてはなりません．こうして対話の中で固定的な見解が解体してゆくのです．人間はみずから是正し，学び直し，こうしてより深い洞察に到達しうるようになります.」

（O.F.ボルノー，1988）pp.195-196）

これは，対等の人間関係が，対話が成立する前提であるということを指摘している.

つまり，授業での集団検討がなされる時，学級の人間関係が重要になってくるということを示唆している．問題解決型の授業は，同じ問題について同じ心情「何とか工夫して改善しなければ気がおさまらない」を共有した学習者によって進められているので，問題解決型の学習を日常的に取り組むことによって，対等な人間関係の構築や他者を尊重する精神も育むことができると考

えられる．

子どもにとって「わからない」と大勢の中で意思を表示することは勇気のいる行為である．「わからない」ことを恥ずかしいと感じる子どもが多少なりとも学級に存在することは，事実である．筆者が今まで見てきた多くの授業で，教師の「わかりましたか」に対して子どもが「わかりました」や「いいです」と大きな声で言っている場面を見てきた．本当に分かっていればいいのであるが，子どもの様子を観察していると，明らかに納得しているわけではない表情，「わかりました」と言わずに無言でやり過ごしている子どもがいた．みんなが「わかりました」と言ったから，「わかりました」，「いいです」と言っている子どももいた．

自分が納得するまで「わからない」と言い合える学級の人間関係が形成されていなければ，こうした集団検討を進めていく上で，理解や認識を深めるといった自己発展の障害となるであろう．子どもたちがお互いを尊重し合うといった民主的な学級経営の土壌が必要不可欠であると考えられる．しかしまた，こうした子どもの「わからない」を大切にする姿勢で集団検討を重ねていくことによって，自分が納得するまで追究しようとする態度が形成され，さらに学級における対等な人間関係の構築や他者を尊重する精神が養われていくとも考えることができる．このように考えると，対等な人間関係や他者を尊重する精神に基づいた学級経営と，子どもの「わからない」を大切にした集団検討は互恵的関係にあるものと考えることができる．

これまでのことから，中野博之の問題解決型の授業過程における集団検討において子どもの「わからない」を大切にしていることは，単なる問題解決のきっかけや既習の学習内容を共有するだけでなく，納得するまで追究する態度の形成や他者を尊重する精神の育成，平等な人間関係の構築といった，学級経営にも影響を与える可能性があるという示唆を得られた．

子どもの「わからない」を大切にした有益な集団検討を積み重ねることによって，平等な人間関係を構築し，他者を尊重する精神を涵養するといった，民主主義社会のよき形成者の育成につながるものであると捉えることができる．まさに，人間教育の一端であるといえる．

以上の考察より，集団検討に焦点をあてた問題解決型の授業過程の教育的価値は以下の通りに解釈することができる．

＜数学的な考え方の成長に伴った自己発展＞

集団検討の場で発表したり説明したりする子どもは，既習の学習内容を「活用」していることになり，また「わからない」子どもや発言をしていない子どもは，「聞く」ことによって自己活動による自己構成がなされていて，自分の既習の学習内容と結びつける活動がなされている．そのためには，「子どもの説明の根拠が「学級で共通に扱った既習の学習内容」となるように指導したり，「いつのどのような学習内容を活用しているのか」を明確にしたりするといった教師の適切な手だてが欠かせない．そして，集団検討をとおして得た着想を，次の問題解決に「活用」していることから，集団検討の場面で発言をしていない子ども，聞いている子どもも，自己構成による自己発展をしているということが言える．このように既習の学習内容の活用を意識した授業過程

を意識的に設定することは，数学的な考え方が存分に発揮される，創造的な問題解決型の学習になる.

<民主主義社会のよき形成者の育成>

子どもの「わからない」を大切にした有益な集団検討を積み重ねることによって，平等な人間関係を構築し，他者を尊重する精神を涵養するといった，民主主義社会のよき形成者の育成につながるものである.

第３節　本章の総括

中野博之（2009）の研究によって，問題解決型の学習における集団検討の位置づけが明らかになった. 集団検討の場では, 説明する側の子どもは既習の学習内容を用いて説明することにより, 既習の学習内容の活用をしていることになる．そして，発言がない子どもの内面では，自分が到達できなかった考えに触れることで,「わからない」と初めはすんなり理解できなかったとしても, いろいろな既習の学習内容を活用した説明を聞くことによって，自分自身の既習の学習内容に結びつけるといった自己構成が生じ，次の自力解決でその着想を自分の既習事項の中に位置付けることによって自力解決に至るといった活用する姿によって自己発展を見せていると考えられる.

また，子どもの「わからない」を大切にした集団検討のもち方は，対等な人間関係づくりや他者を尊重する精神を育み，民主主義社会のよき形成者の育成といった人間教育の一端を担っていると考えられる.

第３章

小学校第５学年「面積」の学習に関する指導の実態について

問題解決型の授業過程では，問題を解くにあたって既習の学習内容に置き換えて問題を解くことから，今までどのような学習がなされ既習内容を子どもたちにもたせておくのかが重要になる．

本研究では，小学校第5学年「台形の求積方法を考える」学習を授業場面として設定することから，本章では，台形の求積方法の学習までに行われている面積指導の実態について考察していく．

第１節　現行の教科書における面積指導の展開と児童の実態

5年生の面積の学習で取り扱われている図形は，平行四辺形，三角形，台形，ひし形である．そして，一般の四角形を既に学習した三角形の面積の求め方を使い，対角線で分割できる三角形の面積を合成させて面積を求めたり，ひし形の学習から発展して対角線が直交する図形の面積を求めたりする活動が行われる．

そこで，第1節では，教科書による展開がどのようになされているのか考察することにした．教科書は，教師の経験年数を問わず，また力量に問わず，子どもたちに学習内容を理解させるために誰もが使えるようにした教具の一種である．全国各地どこにいても標準的な学習を子どもたちに保障する教具である．その点については大変有用であるのはいうまでもない．しかし，子どもたちにある特定の資質や能力を身につけさせる上では，教科書を吟味し，時には手を加える必要もある．本節では，面積の指導にあたり等積変形や倍積変形がどのように指導されているのか考察する．あわせて，どのような単元計画のもと作成されているのかも考察する．

学習の進め方を教科書から読み取ると，6社中5社は平行四辺形から学習が始まっている．平行四辺形を4年生の時に学習した長方形に等積変形させることで単位正方形の個数が底辺の長さと高さの長さに対応することを学習し，求積公式に結びつけさせている．その後，三角形の面積を求める時に，合同な三角形を２つ組み合わせると平行四辺形に倍積変形させることができることから，平行四辺形の面積÷2=底辺×高さ÷2=三角形の面積であることを導き出したり，三角形を長方形に倍積変形させることから，長方形÷2=たて×よこ÷2=よこ×たて÷2=底辺×高さ÷2=三角形の面積を導き出したり，三角形を長方形に等積変形して長方形の面積＝たて÷2×よこや長方形の面積＝たて×よこ÷2として三角形の面積＝底辺×高さ÷2を導き出したりする活動が行われている．台形の面積も，長方形に等積・倍積変形したり，対角線で切り分けることで合同な２つの三角形の面積の合成で求めたり，台形を三角形に等積変形させたりすることで面積を求め，求積公式をつくり出していく．ひし形の場合も，三角形に切り分けたり，長方形に等積・倍積変形させたりする活動を通して，対角線×対角線÷2の求積公式を導き出している．

6社中1社は三角形の面積から活動をはじめ，平行四辺形，台形，ひし形の面積の求め方を考えていく単元構成となっている．

教科書会社６社の台形までの単元構成（○数字は各社の学習順で筆者によるもの）

A社	B社	C社	D社	E社	F社
①平行四辺形を長方形に等積変形して求積する	①平行四辺形を長方形に等積変形して求積する	①平行四辺形を長方形に等積変形して求積する	①平行四辺形を長方形に等積変形して求積する	①平行四辺形を長方形に等積変形して求積する	①直角三角形を長方形に等積・倍積変形して求積する
②平行四辺形の求積公式	②平行四辺形の求積公式	②平行四辺形の求積公式	②平行四辺形の求積公式	②平行四辺形の求積公式	②鋭角三角形を長方形に等積・倍積変形して求積する
③高さが図形からはみ出した平行四辺形でも求積公式が成り立つ	③高さが図形からはみ出した平行四辺形でも求積公式が成り立つ	③高さが図形からはみ出した平行四辺形でも求積公式が成り立つ	③高さが図形からはみ出した平行四辺形でも求積公式が成り立つ	③高さが図形からはみ出した平行四辺形でも求積公式が成り立つ	③三角形の求積公式
④三角形を平行四辺形や長方形に倍積変形，平行四辺形に等積変形して求積する	④三角形を長方形や平行四辺形に倍積変形，平行四辺形に等積変形して求積する	④平行四辺形の底辺・高さと面積の比例の関係	④三角形を長方形に等積・倍積変形，平行四辺形に等積・倍積変形して求積する	④三角形を長方形に等積変形，平行四辺形に倍積変形して求積する	④一般四角形を三角形に分解・合成して求積する
⑤三角形の求積公式	⑤三角形の求積公式	⑤三角形を長方形に等積変形，平行四辺形に倍積変形して求積する	⑤三角形の求積公式	⑤三角形の求積公式	⑤平行四辺形を長方形に等積変形したり，三角形に倍積変形させたりして求積する
⑥高さが図形からはみ出した三角形でも求積公式が成り立つ	⑥高さが図形からはみ出した三角形でも求積公式が成り立つ ⑦高さと面積の比例の関係（三角形，平行四辺形）	⑥三角形の求積公式 ⑦高さが図形からはみ出した三角形でも求積公式が成り立つ	⑥高さが図形からはみ出した三角形でも求積公式が成り立つ	⑥高さが図形からはみ出した三角形でも求積公式が成り立つ	⑥高さが図形からはみ出す三角形や四角形でも求積公式が成り立つ
⑦台形の求積方法を考える	⑧台形の求積方法を考える	⑧台形の求積方法を考える	⑦台形の求積方法を考える	⑦台形の求積方法を考える	⑦台形の求積方法を考える

各社の教科書を分析してみると，単元導入時に扱う図形は平行四辺形と三角形に分かれているが，共通していることは，第４学年で学習した長方形に等積変形して長方形の求積公式を用いて求積するということである．また，単元導入時に扱った図形の次に扱う図形の求積方法を考えるにあたり，等積変形の他に倍積変形の考えも用いて求積方法を考える流れになっている．

子どもに図形の求積方法を考えさせるにあたり，既習の内容となるのは，求積公式が明らかになっている図形であり，その図形に変形させたり分解・合成して求めたりすることによって，新たな図形の求積を行うことができる．そして，どの求積方法も，元の図形の底辺と高さを使って面積を求めていることから，新たな図形の求積公式をつくり出していくことが可能となる．

しかし，等積変形や倍積変形，分解・合成の考え方の指導は，どこの教科書会社も面積の単元の中には入っていない．そこで，第４学年の教科書において，等積変形や倍積変形の指導が第４学年面積の学習指導の中に位置付けられているかどうか，分析してみた．

教科書会社６社による第４学年「面積」における等積変形，倍積変形，分解・合成の扱い

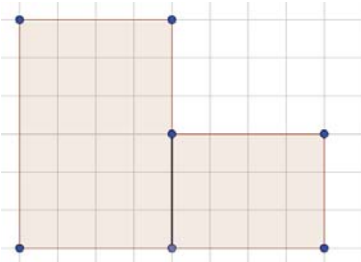
考え方	A 社	B 社	C 社	D 社	E 社	F 社
等積変形	・方眼上にかかれた，どれも１㎠となる三角形や長方形を提示し，説明させる問題に見られる ・方眼上に面積が４㎠になる図形をかかせる活動に見られる ・長方形の複合図形において児童の考えの例に見られる	・方眼上に面積が４㎠になる図形をかかせる活動に見られる	・方眼上にかかれた，どれも１㎠となる三角形や長方形の面積を問う問題に見られる ※発展ページで三角形の等積変形の紹介をしている	・方眼上にかかれた，どれも１㎠となる図形の面積を問う問題に見られる ・長方形の複合図形において児童の考えの例に見られる	・方眼上に面積が３㎠になるような図形をかかせる活動に見られる	・方眼上に面積が４㎠になる図形をかかせる活動に見られる
倍積変形	※力をつける問題の中に見られる	なし	※発展ページで三角形の倍積変形の紹介をしている	なし	・長方形の複合図形において児童の考えの例に見られる	なし
分解・合成	長方形の複合図形において児童の考えの例に見られる	・長方形の複合図形において児童の考えの例に見られる	・長方形の複合図形において児童の考えの例に見られる	・長方形の複合図形において児童の考えの例に見られる	・長方形の複合図形において児童の考えの例に見られる	・長方形の複合図形において児童の考えの例に見られる

教科書を分析してみると，4 学年での面積の学習において，等積変形や倍積変形の指導は各教科書会社によってまちまちであり，指導過程に組み込まれているというよりはむしろ，操作活動を通した素地づくりの色合いが強い．なぜなら，等積変形や倍積変形の考え方を使って，長方形や正方形，長方形の複合図形の面積を求める活動はなされていないからである．つまり，問題解決のための既習内容として扱われるような場面が設定されているわけではないのである．

また，分解・合成の考え方は，どの教科書会社も長方形の複合図形の問題解決の前に指導しているわけでなく，問題解決を通して子どもが思いつくことを前提としている．今まで数多くの授業を参観したり，筆者自身が授業を行ったりしたが，複合図形を分解・合成して求積する方法は，分解・合成の指導がなされなくても，多くの子どもが解決のためにこのアイデアを用いる．

長方形の複合図形は，図形そのものの中に長方形に分割してそれぞれの長方形を求め，それらを合成したり，欠けている部分に長方形や正方形を合成して 1 つの長方形の面積を求めた後，つけ加えた長方形や正方形の面積を取り除くことによって求積することができるが，複合図形の頂点が全て直角であることから，子どもは，長方形を分割することやつけ加えて長方形に合成することの暗示を複合図形そのものから受けていることが考えられる．

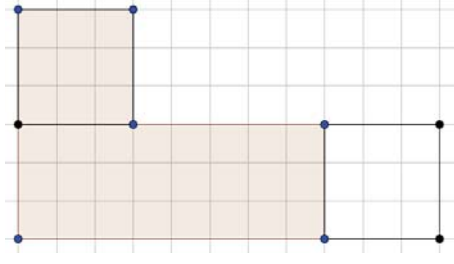
複合図形を長方形と長方形に分解



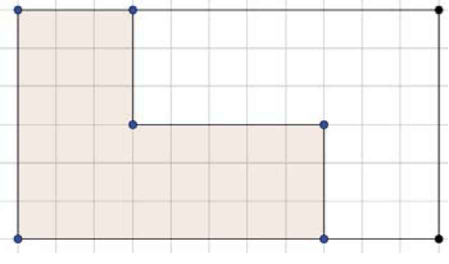
複合図形に長方形を合成

興味深いのは，多くの教科書が 4 学年「面積」の単元の中に，等積変形の素地づくりのために，同じ面積の図形をかかせる活動を組み込んでいるが，長方形の複合図形の求積方法において，筆者は今までほとんど，子どもの問題解決の中に複合図形を長方形に等積変形や倍積変形をさせるアイデアを見たことがないことである．

長方形に等積変形

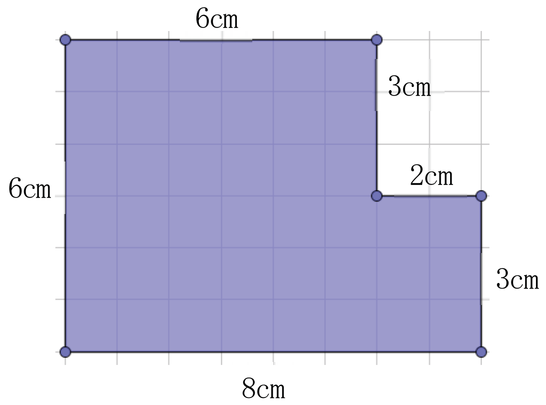


長方形に倍積変形



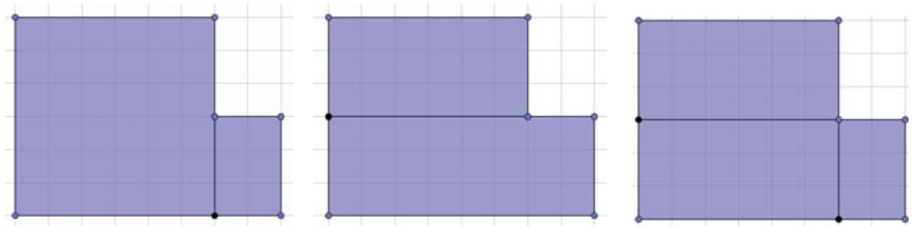
子どもにとって等積変形や倍積変形の考え方は，難しい考え方なのであろうか．そこで，子どもの実態について考えていくことにする．

原田耕平(2009)は小学生を対象とした図形に対する子どもの認知発達の特徴を調査している．原田耕平は，小学校4～6学年を対象に，下図の複合図形の求積方法を調査した.

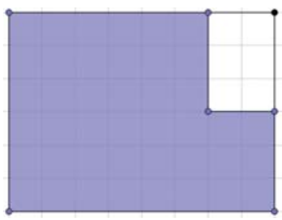


そして，図形の認知的発達指標として，図形の「分解」によってのみ解決する水準を水準Ⅰ，図形の「分解」および「補完」の両者が出現する水準を水準Ⅱ，図形の「分解」，「補完」に加えさらに「移動」が可能になる水準を水準Ⅲとして実態を調査した.

水準Ⅰ「分解」

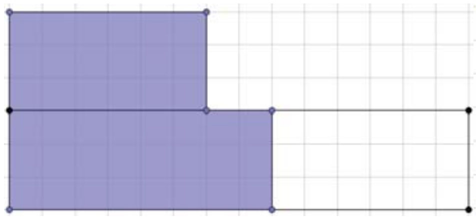


水準Ⅱ「分解」および「補完」

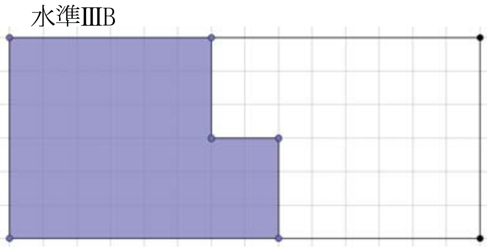


水準Ⅲ「分解」「補完」「移動」

水準ⅢA



水準ⅢB



その結果，各学年の子どもの認知発達水準への到達度が以下の通りとなったことを示している．

表１．学年の図形の認知発達水準の到達度（%）

<table>
<tr><td colspan="2">学年水準</td><td colspan="2">４年</td><td colspan="2">５年</td><td colspan="2">６年</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ⅲ</td><td>B</td><td>0.0</td><td rowspan="2">22.4</td><td>4.1</td><td rowspan="2">8.2</td><td>8.1</td><td rowspan="2">37.8</td></tr>
<tr><td>A</td><td>22.4</td><td>4.1</td><td>29.7</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ⅱ</td><td colspan="2">59.2</td><td colspan="2">51.0</td><td colspan="2">35.1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ⅰ</td><td colspan="2">18.4</td><td colspan="2">40.8</td><td colspan="2">27.0</td></tr>
</table>

この結果を受けて，原田耕平は次のように考察している．

「調査結果から，５年次における水準Ⅲへの到達度が低いこと，６年次における水準Ⅰに留まる子どもが多いことが明らかになった．」

（原田耕平，2009，p.354）

この調査の水準Ⅲにあたる考え方は，水準ⅢA は等積変形であり，水準ⅢB は倍積変形であるが，この調査からも，等積変形や倍積変形の考え方が出現しづらいことが言える．各教科書会社で水準Ⅲにあたる等積変形や倍積変形を素地づくりの活動や子どもの考え方の例として挙げているのは，子どもの認知的発達を促すためのものであるとも捉えることができよう．

しかし，そうであれば，なおさら５学年の面積指導において，子どもが認知しづらい等積変形や倍積変形の考え方を，子どもの思いつきに任せるべきではないのではなかろうか．５学年の面積指導の中に等積変形と倍積変形の考え方を捉えさせる指導が必要になってくるのではないだろうか．

以上のことから，子どもにとって等積変形や倍積変形の考え方は，認知しづらい考え方であることがわかった．そして，現行の教科書における第５学年の面積指導において，等積変形と倍積変形の指導が十分になされていないまま，面積の学習を進めていることが明らかになった．

第２節　先行研究における小学校第５学年「面積」での等積変形・倍積変形の扱い

第１節で，等積変形や倍積変形の考え方は，認知しづらいことがわかった．そして，各教科書会社の小学校４学年と５学年の「面積」の学習で，等積変形や倍積変形の指導が設定されているかどうかを検証した結果，十分になされていないことがわかった．

そこで，小学校５年「面積」の単元の中に等積変形や倍積変形の指導を設定し，子どもにそれらの考え方を捉えさせた先行研究があるかどうか，分析してみた．

（１）佐藤久生(1991)「具体的な操作や思考実験を取り入れた指導の工夫」―5年面積の指導を通して―

佐藤久生(1991)は,「思考の展開の動機として重要な働きをする具体的な操作や思考実験などの活動を，計算の結果の見通しをつけたり，図形の性質を調べたり，数量の関係を見つけたりするときに活用できる」と考え，その場の設定と課題提示のための教材・教具の工夫に努めた．

その結果，次のように述べている．

「平行四辺形や三角形で具体的に操作したことが台形についても言えるか判断する場合，等積変形や倍積変形ができるのではないかという仮説を立てて，さまざまな操作を試み，結論として可能だということが分かった」

(佐藤久生, 1991，p. 55)

台形の求積方法を考えさせるにあたって，平行四辺形や三角形でなされた等積変形や倍積変形が，台形の場合にも通用するかどうか展開した先行研究であるが，平行四辺形や三角形の求積方法を考えさせる時に，等積変形や倍積変形の考え方を指導した形跡は見られなかった．一部の子どもの等積変形や倍積変形のアイデアを，平行四辺形や三角形の求積方法を考える時に共有していくことによって，台形までに等積変形と倍積変形のアイデアを身につけさせたのではないかと考えられる．つまり，図形の求積方法を考えさせる前に等積変形や倍積変形の指導はなされていないことがわかった．

（２）鈴木真由美(2001)「子供たちが考え問題解決する算数の授業」: 5年「面積」の実践を通して

鈴木真由美(2001)は,「操作活動によって既習の図形に分けたり，等積変形したりして面積を求めるという目標をもたせたり，児童が自分の力で問題解決に取り組む時間を十分に取ったりする」ことで，面積を求める公式を導くまでの過程を大切にした指導を展開した．また，単元を貫く課題として「図形取りゲーム」を設定し，子供が自分で選んだ図形の面積を学習する際の意欲の喚起をはかったと述べている．

鈴木真由美は，正方形・長方形の面積の学習をもとに，直角三角形の面積を扱っている．

「正方形・長方形を対角線で２つの直角三角形に分ける活動が低学年から多いため，直角三角形の求積方法を考えることには，抵抗が少ないだろう.」

（鈴木真由美，2001，p.94）

以上のように述べていることから，直角三角形の求積方法を考えることを通して，子どもに直角三角形は長方形の１/２の面積であることに気づかせる単元指導であったと考えられる.

5学年で初めて扱う三角形の求積方法を考えさせる前に，等積変形や倍積変形の考え方を指導した形跡は見られなかった. 図形領域の形作りやしきつめの活動によって得られているであろう，等積変形や倍積変形の素地に期待して，三角形の求積方法を考える活動が設定されていたのではないかと考えられる.

（３）清野佳子(2011)「面積の概念の統合的な理解を図る指導の工夫」―図形の性質に着目した変形操作を通して―

清野佳子(2011)は，全ての基本的な図形の面積は，「垂直な2線分の積で求められる」という統合的な理解をねらった授業を構成した.

その結果，次のような成果が見られたとしている.

「変形操作の目的を「既習の図形にする」ことから「図形の性質に着目して垂直な線分を見出し，利用する」ことへ変えることができた. その結果，子どもは，高さが見えやすい図へと変形操作した. （中略）

白地に図を提示したことで，子どもは図形の性質に着目して高さを見出した. 方眼を示すと垂線は見えやすくなるが，子どもは垂直関係を無意識に利用する. 従来の指導では，変形操作の際に，見付けた垂線ではない線分で操作する子どももいた. 変形した図を考察させ，求積に必要な線分を捉えさせるためには，変形操作の前に垂直関係を意識させるとともに，子どもが見出した高さを利用して変形操作できるよう，図の提示を工夫することが有効であるといえる. （中略）

単元の終末にたこ形とひし形の公式の検討を通して，基本的な平面図形について「垂直な2線分の積で面積が求められる」という統合的な理解が得られた」（清野佳子，2011，p.9）

全ての基本的な図形の面積は，「垂直な2線分の積で求められる」のであるが，清野佳子は，辺と辺が垂直関係でないひし形から導入することによって，対角線の垂直関係を見出し，それを基にして長方形に等積変形させたり倍積変形させたりして求積させる活動を設定している.

ひし形の求積方法を考える活動によって，子どもは2線分の垂直関係を見つければ，求積公式

が明らかになる図形に変形させることによって求積することができるということをもとにして，求積公式が明らかになっていない図形の求積方法を考えていくことになる．

つまり，求積公式が明らかになっていない図形の面積を考える時に，垂直関係を元の図形の中に見出し，見出した垂直関係を手がかりに図形を変形しようという試みである．これは非常に難易度が高いと言わざるを得ない．なぜなら，原田耕平（2009）の調査結果でも明らかになっていることであるが，5年生の段階では，等積変形や倍積変形の素地が十分に身に付いているとはいえないからである．

しかも，原田耕平（2009）の調査で用いられている長方形の複合図形は，図形の辺と辺の中に垂直関係が表れている．図形の分解・合成の考え方や補完による考え方は，子どもから発現することを期待することができるが，等積変形や倍積変形による図形の変形は，多くの子どもにとって見出しづらい考え方である．

清野佳子（2011）は，研究の課題について次のように述べている．

> 「他方で，2線分の関係を変形操作や考察の対象として単元を貫くことは，抽象的な考察を苦手とする子どもと得意とする子どもの間に大きな差を生むことがわかった．」（清野佳子，2011，p.9）

この研究でなされた学習指導は，子どもに２つの目的をもたせていることになる．１つは，2線分の垂直関係を見出すことであり，１つは，求積公式が明らかになっている既知の図形に，垂直関係を意識させて変形させることである．しかも，既知の図形に変形するためには等積変形や倍積変形が図形間で成立していることや，等積変形や倍積変形で他の図形に変形できることの考え方は，子ども一人ひとりの素地に委ねられている．

原田耕平（2009）の子どもの実態調査からも，等積変形や倍積変形を子どもが認知しづらいことが明らかになっている．等積変形や倍積変形の指導がなされないまま，に2線分の垂直関係を意識させた変形を指せようとした結果，抽象的な考察を苦手とする子どもと得意とする子どもの間に大きな差を生む結果につながったものだと考えることができよう．等積変形や倍積変形の考え方を用いて求積方法がわかっている既知の図形に変形させることができれば，元の図形のどの部分を使って面積を求めたのか，求積方法を考察することによって，2線分の垂直関係が求積公式に使われていることを強く意識することができるのではないだろうかと考えた．

（4）国宗進(1999)「台形の面積の扱いの改善」

国宗進(1999)は，5年生の面積指導において，既知の図形の面積公式に帰着させるという学習意義について，次のように述べている．

「お互いに確認した三角形や平行四辺形等の公式を前提として，自分の考えを進めるという思考行動が行われる．それは，いわゆる「筋道を立てて考える」，大袈裟に言えば，“公理的に”考える能力の育成に貢献する．」

(国宗進，1999，p. 3)

これは，学級みんなで学習した内容，即ち既習を基にして新たな図形の求積方法を考えていく問題解決型の授業過程を指していることになる．また，求積公式の他に，考え方も既習となりうると述べている．

「皆で確認したものは大いに使っていこうという態度が育成されるし，公式が持つ意味の理解がそれを使うことによって一層深まっていく．その際，既知の面積公式とともに，例えば「長方形に変形したら求められたな」というような，それを得るのに使われた考え方も活用される．」

(国宗進，1999，p. 3)

考え方も既習事項であるということは，当然，等積変形や倍積変形の考え方も既習事項である．しかも，学級みんなで学習し，確認した内容を基にして学習を進めていくことの大切さを国宗進は訴えている．

台形の求積方法を考えるために必要な既習は，三角形や平行四辺形等の公式だけでなく，求積公式がわからない図形を求積公式が明らかになっている図形に等積変形や倍積変形することができる考え方である．いろいろな図形の求積方法を考えることを通して等積変形や倍積変形の考え方を獲得させていく学習過程も考えられるが，5学年で初めて求積方法を考える図形の問題解決は，難しい．考え方も既習事項であるのであれば，なおさら等積変形と倍積変形の考え方の指導は必要不可欠となろう．

この節では，先行研究で等積変形や倍積変形が5学年面積の学習指導の中に設定されているかどうか考察したが，どの研究にも単元指導の中に等積変形や倍積変形の指導がなされていないことが明らかとなった．求積公式が明らかになっている図形に変形させて求積公式が明らかになっていない図形の面積を求める学習指導が5学年の面積指導の授業過程であるのなら，明らかになっている求積公式の他に，変形方法も既習内容として扱われるべきであると考える．ここに，第4学年の面積指導と第5学年の面積指導の間のギャップがあるのではないかと考えた．次節では，そのギャップを埋めるための活動について考察する．

第３節　第４学年と第５学年の面積指導のギャップを埋めるための指導について

高橋昭彦は,「より多くの子供たちが自ら既習事項を活用し算数をつくりあげていくことができるような単元展開の可能性について考察すること」を目的とした,「第５学年の求積指導をひし形から導入することの可能性―子供が主体となって求積公式を導く単元構成に関する一考察―」（高橋昭彦，2012）で次のように述べている．

「多くの教科書で行われている教材配列による単元展開が，子供たちの思考の流れに沿ったものであり，多くの子供たちが自ら考え面積の求め方を考えだせるようになっているかというと，必ずしもそうは言い切れないと考える．」（高橋昭彦，2012，p. 92）

その結果，子どもが第５学年面積の学習で最初に扱う図形である平行四辺形の面積を求める様子について，次のように述べている．

「子供たちの反応は，必ずしも教科書にあるような等積変形に基づく考え方をするとは限らない．むしろ，半端な方眼どうしをどのように合わせて１㎠の正方形を作り，その総数を数え上げていけばよいかと考える子供が少なくなくない」（高橋昭彦，2012，p. 92）

このことから，高橋昭彦は次のように問題を提起している．

「平行四辺形や三角形の求積公式を考える上で重要な等積変形と倍積変形が，それらの図形の求積を考える前の段階で，子供たちに共有できる考えとして十分に扱われているとは言えないからではないだろうか.」

（高橋昭彦，2012，p. 92）

「等積変形と倍積変形の素地となる低学年の形遊びの内容が第４学年第５学年の求積方法を考える学習と結びつくような扱いが十分になされてないないために，子供たちの中に「平行四辺形の形を面積を変えずに，すでに公式を使って面積を求める方法を学んだ形（長方形，正方形）にすることはできないだろうか」という問を共有しにくいのではないだろうか.」

（高橋昭彦，2012，pp. 92-93）

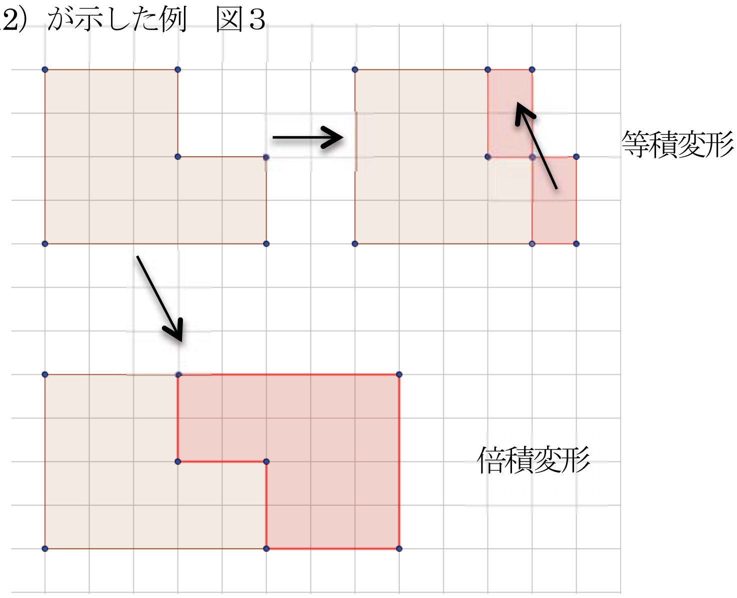
高橋昭彦は，低学年の形遊びで培った，等積変形や倍積変形することができるといった図形の見方が，面積の学習に十分に活かされていないことを指摘している．そして，等積変形や倍積変形の指導を，第４学年の長方形の複合図形の求積方法を考える場面で行うとしても，次のような

困難さがあることを指摘している．

「平行四辺形の形を既習の長方形や正方形と関連づけるための等積変形や倍積変形といった考え方はＬ字型の面積を求める場面では，図３のような特殊なＬ字型を扱わない限り経験させることは難しい．また，たとえＬ字型の面積を求める方法として等積変形や倍積変形を扱ったとしても，これらの方法を使った求め方が他の方法と比較して明らかに求めやすいわけでもなく，それらの必要感を十分に理解させることは難しい．」

（高橋昭彦，2012，p. 94）

高橋昭彦（2012）が示した例　図３



さらに，高橋昭彦は，「図形」の領域との関連性について次のように述べている．

「このような第４学年における扱いのあと，第５学年の図形単元などで三角形によって平行四辺形を構成したり分解したりする扱いはあるものの，特に等積変形や倍積変形に関する指導は行われずに，第５学年の面積の単元へと続く．」（高橋昭彦，2012，p. 94）

以上のことから，第５学年における面積の学習指導において，既習とするべき等積変形と倍積変形の指導がない状態で第４学年の面積の学習から第５学年の面積の学習が行われていることによって，第５学年ではじめに扱う図形の求積方法を考えるにあたって，多くの子どもたちが等積変形や倍積変形を用いて求積公式が明らかになっている図形に変形させるといったアイデアをもたないまま問題解決を行っている可能性が示された．こうした子どもの状態で第５学年の面積の学習を進めていくことは，ある図形を他の図形に変形して求めるというアイデアを閃いた一部の子どもの着想を待たねばならなくなる．

しかし，図形領域で取り扱われる図形の敷き詰めや低学年のときの形遊びでの図形の多様な見方を指導することを抜きにしては，語ることができないことはいうまでもない．本研究で行われる実践では，筆者が学級担任ではないために，実践授業を行う子どもたちが図形領域において十分な素地指導が施されていたかどうかは把握することができない．また，問題解決型の学習は，日々の学習の積み重ねによって子どもの思考習慣を形成していくものである．より多くの子どもたちに，既習を用いて解決する喜びや既習と関連付けながら創造的に算数をつくっていくことの有用性を感じさせるためにも，単元の中に図形の素地指導はもちろん，等積変形や倍積変形といった子どもが認知しづらい考え方を指導する場面が必要であると考えた．

第４節　本章の総括

第５学年「台形の求積方法を考える」学習までの指導の実態を教科書や先行研究を基に考察を進めてきた．求積公式が明らかにされていない図形の面積を求めるために，求積公式が明らかになっている図形に変形させて明らかになっている求積公式を用いて面積を求める学習が繰り返されるわけだが，図形を変形させる上で必要な既習内容である等積変形と倍積変形の直接的指導場面は，教科書に設定されてはいない．等積変形の考え方は，第４学年の同じ面積を持つ図形をかかせる活動に垣間みられる．これは素地づくりの性格が強い．また，第４学年の長方形の複合図形の求積方法を考える学習では，等積変形を子どもの解決例として教科書が紹介する程度である．倍積変形にいたっては，紹介程度または取り扱っていない．つまり教科書会社によってまちまちであることが明らかとなった．

原田耕平（2009）による小学生を対象とした図形に対する子どもの認知発達の特徴から明らかとなったことは，等積変形や倍積変形の考え方が出現しづらいということである．素地づくりの大切さはいうまでもないが，認知しづらい考え方であるのであれば，単元の指導計画に設定するべきであることを十分に示唆している．

先行研究においても，等積変形や倍積変形の考え方の指導は，第５学年「面積」の導入に設定されていなかった．子どもにとって認知しづらい等積変形や倍積変形の考え方を一部の子どものアイデアの出現に頼っている嫌いがある．

等積変形や倍積変形の指導がなされないまま第５学年の面積の学習を行うと，高橋昭彦（2012）の指摘のように，教科書のような等積変形に基づく考え方をせずに，半端な方眼どうしを組み合わせて単位正方形を作り，その総数を数え上げていく方法を考える子どもが発生する．単位正方形をつくり，その総数を数えて面積を求めることは，間違いではない．普遍的な単位である１㎠を用い，広さの数値化を図っていることは，測定の原理に則っているからである．しかし，いつまでたっても半端な方眼どうしを組み合わせる方法で面積を求めることは，効率的ではない．もっと簡単に面積を求めるために，単位となる正方形の個数と求めたい図形の辺の長さが対応するように変形させること考えたり，既に明らかになっている図形に変形させることを考えたりすることによって，思考の効率化が図られる．ここに，算数の創造的な側面を見ることができるし，効率化を図ろうと元の図形を操作し，別の図形に変形するといった活動そのものの中に，変換の

考えが認められる．即ち，数学的な考え方が見てとれる．

先にも述べた通り，教科書は，教師の経験年数を問わず，また力量に問わず，子どもたちに学習内容を理解させるために誰もが使えるようにした教具の一種である．全国各地どこにいても標準的な学習を子どもたちに保障する教具である．その点については大変有用であるのはいうまでもない．しかし，より多くの子どもに自分で面積の求め方を考えだすことができるようにするためには，子どもの実態に応じた指導の必要性がある．図形領域で培ってきた図形の多様な見方はもちろん，等積変形や倍積変形といった子どもが認知しづらい考え方の指導を第５学年「面積」の学習の単元導入時に設定することも必要であると考えた．

第４章

創造的な問題解決型の学習の実現に向けた
「台形の求積方法を考える学習」の授業設計

第３章では，第５学年面積の学習において，子どもの実態に応じて図形領域で培われる図形の見方や，子どもが認知しづらい等積変形と倍積変形の考え方の指導の必要性について論じてきた．

本章では，「台形の求積方法を考える学習」の授業設計のために，台形の学習までに取り上げる既習内容について論じていく．また，集団検討の場面において，教師の働きかけや子どもの発言の集約の視点について，中野博之の「活用する力の育成の視点からの問題解決型の授業過程」に基づいて授業設計をしていくことによって，創造的な活動の実現を目指していく．

第１節　子どもにとっての「台形の求積方法を考える学習」における既習

子どもたちは，小学校において様々な「量」について学習する．以下に「量と測定」領域の指導内容について明記する．

表１　「量と測定」領域の主な指導内容

学年	量の単位	量の比較や測定など
第１学年		・長さ、面積、体積の直接比較など ・時刻のよみ
第２学年	・長さの単位（mm，cm，m） ・体積の単位（mL，dL，L） ・時間の単位（日、時、分）	・長さと体積の測定
第３学年	・長さの単位（km） ・重さの単位（g，kg），〔t〕 ・時間の単位（秒）	・長さと重さの測定 ・単位や計器を適切に選んでの測定など ・時刻や時間の計算
第４学年	・面積の単位（cm²，m²，km²） 〔a，ha〕 ・角の大きさの単位（度（°））	・面積の求め方（正方形，長方形） ・角の大きさの測定
第５学年	・体積の単位（cm³，m³）	・面積の求め方（三角形，平行四辺形，ひし形，台形） ・体積の求め方（立方体，直方体） ・測定値の平均 ・単位量当たりの大きさの求め方
第６学年		・概形とおよその面積 ・面積の求め方（円） ・体積の求め方（角柱，円柱） ・速さの求め方 ・メートル法の単位のしくみ

出所：『算数・数学科教育』（2015）監修者 橋本美保，田中智志 編著者 藤井斉亮，一藝社（p. 107）

量の基本的な性質を以下に示す．

「同種の任意の量A,Bがある場合，それらの相当関係は同値律を満たす．
すなわち，
A＝A　　　　　　　　　（反射律）
A＝BならばB＝A　　　　（対称律）
A＝BかつB＝CならばA＝C（推移律）
を満たす．また大小関係も推移律を満たす．
すなわち，
A＜BかつB＜CならばA＜C
である．
このように量の基本的な性質として，大小を比較できることがある．この性質を「比較可能性」という．すなわち，「比較可能性」とは，「同種の２量A，Bが与えられると，A＜B，A＝B，A＞Bのいずれか１つが成立する」を満たしていることである．ものの性質や状態を表す形容詞は多く存在するが，その中でも「比較可能性」を持ち，数で表すことができるものが量である．」
（出典：藤井斉亮編著者，監修者 橋本美保，田中智志 (2015)『算数・数学科教育』(2015) 一藝社，p.105）

子どもたちは，第４学年面積の学習までに，長さやかさ，重さなどについて学習している．量の大小を比較したり同種の量を合わせたり，別のものに移し替えても量の大きさが変わらなかったりする学習を通して，量が持つ基本的な性格である保存性や加法性，測定性（数値化可能性），等分可能性（連続性）についての素地を養ってきている．

量と測定の領域では，測定の意味を理解することも含まれる．測定とは，ある基準の量（単位）を決め，「ある量がその基準にとる量の何倍か」という考え方で数値化を図り，ある量の大きさを表すことである．子どもたちは，５年生までに測定指導の４段階を経験してきている．それは（１）直接比較（２）間接比較（３）任意単位による測定（４）普遍単位による測定の４つである．５年生の面積の学習において，ある図形の面積を求める方法を考えていく活動を軸にしていくことから，（４）の普遍単位によって数値化を図るために，求積公式がわかっている図形に変形したり分解・合成したりして求めるためにはどうしたらいいかが主題となる．

面積は，ある図形に対応して定められる図形である．図形の広さが定められる面積であるとき，その広さは以下の性質を有する関数μ(F)と見ることができる．

（1）広さは負でない実数である．

$0 \leqq \mu(F)$，$\mu(\phi)=0$

（2）合同な２つの広さの面積は等しい．

$F_1 \equiv F_2 \rightarrow \mu(F_1)=\mu(F_2)$

（3）単位とする面積の広さを１とする．

$\mu(E)=1$

（4）１つの面積を２つの面積に分割することができれば，元の面積の広さは分割された２つの面積の広さの和になる．

$F=F_1 \cup F_2$，$F_1 \cap F_2=\phi \rightarrow \mu(F)=\mu(F_1)+\mu(F_2)$

これらの性質は，面積に限るわけではない．長さや体積にもいうことができる．子どもたちはこのような性質を，操作活動を通して実感を伴って理解し素地を養っていく．

面積であれば，（1）はいうまでもない．扱っている実数そのものが正の数であるからだ．（2）は，第４学年の面積の学習で，直接比較や間接比較で経験している．また，図形領域である第５学年の「合同」の学習でも経験してきている．（3）は任意単位や普遍単位で広さを数値化することによって経験してきている．（4）は長方形の複合図形の求積方法を考える際に補助線を引き，複合図形を分解した後，合成してもとの複合図形の求積を行っていることから，これも経験してきている．

子どもたちは，面積の学習の他に長さでも同様に（1）～（4）の性質を操作活動を通して理解してきている．子どもたちが第４学年の面積の学習の時に，長さでいえた（1）～（4）の性質が面積でもいえるかどうか，つまり，「量」を意識した学習をしてきているかどうかも，重要になってくる．すなわち，「長さは大きさを比べることができた．はかる基準となる量を決めて数でその大きさを表現することもできた．切る前のものと切ったあとつなげたものの長さは同じだった．長さどうしたすことができた．広さも長さと同じような性質があるのだろうか」といった視点や，第４学年の面積の学習で「広さについて学習してきたが，広さも今まで学習してきた量，例えば長さと同じように大小を比較することができた．はかる基準となる量を決めて数でその大きさを表現することもできた．もとの図形を分割してそれぞれの面積を求めた後，たしても元の図形の広さと変わらなかったね．」といった，量の統合的な理解を促すことが大切になってくる．子どもは経験だけでは意識に強く表れない．今までの量と比較させたり関連づけたりすることによって，量の概念が子どもの意識に強く残っていくのではないだろうか．意識に強く表れない結果，長さは長さ，広さは広さ，かさはかさ，量の性質をケースバイケースに捉えている子どもは，長さ比べで行った大小の比較のアイデアを広さ比べでアイデアを出すことが難しいのではないだろうか．子ども自身が概念形成を図っていくためにも，教師の指導が必要不可欠である．

台形の求積方法を考える授業までに，子どもたちは以下の既習をもっている．

Ⅰ）ある基準の量（単位）を決め，「ある量がその基準にとる量の何倍か」という考え方で数値化を図り，ある量の大きさを表すこと（面積であれば１㎠の単位正方形がいくつ分かで数値で表すことができるということ）

Ⅱ）長方形や正方形の辺の長さと単位正方形の個数が対応していること

Ⅲ）平行線の間の垂直な直線は同じ長さ

Ⅳ）合同な２つの図形の面積は等しい

Ⅳ−１　等積変形をした図形の面積は等しい

Ⅳ−２　合同な図形を２つ組み合わせて倍積変形をした図形の面積は，Ⅱで割ると元の図形の面積になる

Ⅴ）１つの面積を２つの面積に分割することができれば，元の面積の広さは分割された２つの面積の広さの和になる．（分解・合成，補完）

Ⅵ）学級で学習して確定させた図形の求積公式

Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅴ，Ⅵ（長方形，正方形）は第４学年で学習してきている．Ⅵは，第５学年面積の学習で，台形の求積方法を考える学習までに，長方形，正方形，平行四辺形，三角形の求積公式が明らかになっている．Ⅳは，低学年の図形領域で素地をもっているが，そこからⅣ−１とⅣ−２の等積変形と倍積変形の指導は行われていない．ここに第４学年と第５学年の面積指導のギャップが見られる．そして，これらの考え方は，子どもが認知しづらい考え方である．そこで，Ⅳ−１とⅣ−２を第５学年面積の単元構成の中に設定することによって，より多くの子どもたちがある図形を，求積公式が明らかになっている既知の図形に変形することができれば，ある図形の面積を求めることができるといったアイデアを既習内容にもたせることによって，子ども一人ひとりの問題解決が進むであろうという仮説を立てた．

1．等積変形と倍積変形の考え方を既習事項として扱うための指導

高橋（2012）が指摘している「等積変形や倍積変形に関する指導は行われない」という現状や，子どもの実態を考慮したとき，従来の単元構成では，多くの子どもたちに，図形を等積・倍積変形するアイデアを引き出させることが難しいことは，第３章で述べた通りである．未習の図形の面積を考えるにあたり，「長方形にすれば求められる」などといった既知の図形への変形のアイデアは，ある図形を等積・倍積変形させてちがう図形に変形できると言った見通しがなければ思いつかない．「面積を変えずに図形を変形させることができる」「同じ図形を組み合わせて面積が２倍となる図形に変形させることができる」といった考え方も，第５学年の面積の学習における既知として使われているが，教科書では等積・倍積変形のアイデアを扱ってはいない．第５学年の面積の単元構成を考えたときに，単元の導入に低学年で経験した形遊びを，図形領域として扱うだけではなく，等積変形や倍積変形を意識した，量と測定の領域としても扱うことで，多くの子どもたちに「ある図形をちがう図形に等積変形や倍積変形ができる」といったアイデアをもたせることができるのではないかと考える．

以上のことから，第５学年の面積の単元構成を考えたときに，単元の導入時に低学年で経験した形遊びを，図形領域として扱うだけでなく，等積変形や倍積変形を意識した，量と測定の領域としても扱うことで，子どもに，ある図形をちがう図形に等積変形や倍積変形ができるといった素地を持たせる構成を取り入れることにする．こうすることで，第４学年と第５学年の面積の学習のギャップを埋めることができるのではないかと考えた．

さらに，検証授業が行われる学級の子どもたち全てに共通した既習内容を持たせることによって，集団検討における子どもの説明活動に生かされるものになると考えた．

等積変形や倍積変形の素地をつくるための取り組みとして，濱﨑智子(1997)は「ひとりひとりに問題解決の喜びを味わわせる指導―5 年「面積」の実践をとおして」において，次のような取り組みを行ったとしている．

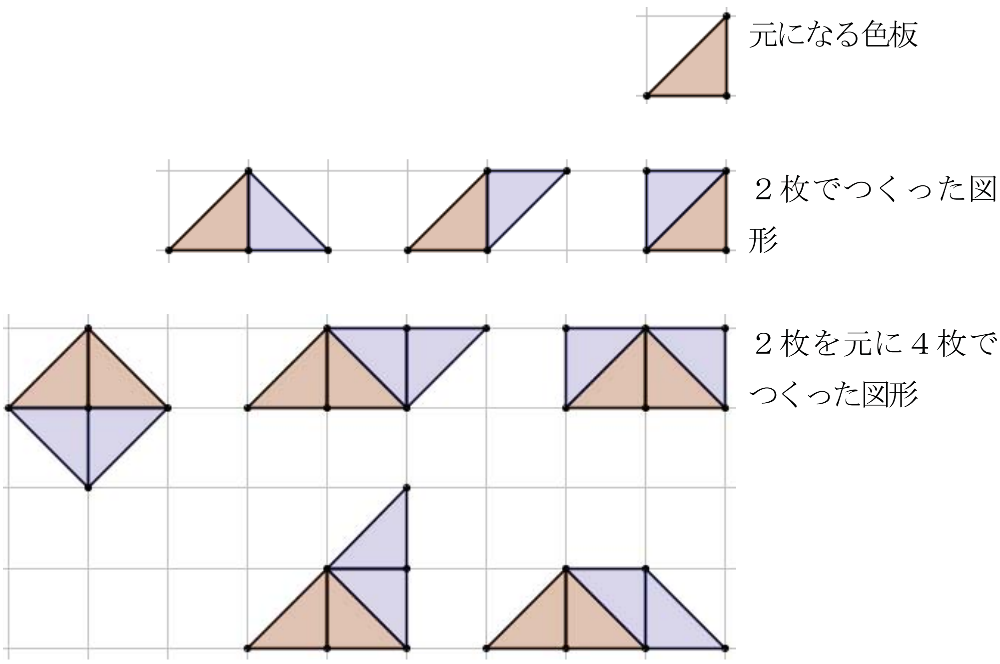
> 「求積に入る前に「変形遊び」と称して，本単元で学習する図形を２枚くっつけたり１枚の図形を切って動かすなどして別の図形に変形させることを目的とした操作活動の時間を設定した」（濱﨑智子，1977，p. 69）

この取り組みは，平行四辺形や三角形，台形，ひし形といった５年「面積」で学習する図形そのものを扱って，他の図形に倍積変形したり等積変形にしたりする取り組みである．

しかし，単元で取り扱う図形そのものを扱って倍積変形をしたり等積変形をしたりすることは，自力解決の場面において，既に解決ずみの問題を扱うことになるのではないだろうか．これでは子どもたちは答えを知った状態で授業に臨むことになる．

筆者が考える等積変形と倍積変形の指導は，図形の多様な見方の素地づくりといった図形領域だけではなく，量と測定の領域として子どもに捉えさせることを目的としている．つまり，学級の子どもたちの既習内容を揃えるために行われる指導である．

筆者が設定した等積変形と倍積変形の指導は，直角二等辺三角形の色板を用いた図形づくりを通した指導である．



色板は表と裏で色が違う（青と黄色）．この直角二等辺三角形を基本図形とよぶことにする．この基本図形を２枚組み合わせてできる図形を子どもにつくらせる．出来上がった３つの図形を観察させることで，直角二等辺三角形の図形の特徴も子どもに確認させることができるだろう．すなわち，直角以外の角と角をつなげることで，90°が得られることや，垂直を構成している辺と辺の長さが同じ長さだから，はみ出さずにつなげることができること，直角同士をつなげることで 180°を作ることができるから，一直線の辺をつくることができることなどである．こうした図形の多様な見方も勿論取り上げていく．

さて，等積変形の指導についてであるが，２枚の基本図形をもちいてつくることができた直角二等辺三角形，平行四辺形，正方形の３つの図形の面積は，基本図形２枚分の面積であるから，３つとも同じ面積である．これは，表と裏で色分けがされているので，子どもに容易に等積変形であることを捉えさせることができるだろう．

倍積変形の指導は，２枚でつくった図形は，１枚の基本図形の２倍の面積であることは，基本図形２枚分であることから，これもまた子どもに容易に倍積変形を捉えさせることができるだろう．

さらに，４枚の基本図形を組み合わせて図形をつくることを通して，出来上がった正方形，長方形，平行四辺形，直角二等辺三角形，台形が等積であることや，２枚の基本図形を基にして考えた時に，４枚でつくった図形は２枚でつくった図形の倍積変形であることに気づくことができ

るだろう．直角二等辺三角形と平行四辺形で台形を分割できることにも気づくことができるだろう．こうした気づきを教師が的確に取り上げたり，教師の促しで気づかせたりすることを行うのである．そして子どもたちに等積変形や倍積変形の変形方法に名前を付けさせる．名前をつけることによってその方法を学級みんなの既習事項として共有させるのである．

この学習を第５学年面積の学習の１時間目に設定する．こうすることで，面積を変えずに変形させることや同じ図形を組み合わせて違う図形に変形させること，すなわち等積変形と倍積変形の考え方も既習として扱うことができる．

基本図形を正方形ではなく直角二等辺三角形にしたのには，理由がある．

１つ目の理由は，いろいろな形を作ることができるというよさがあるからである．例えば，基本図形が正方形であれば，敷き詰めてつくることができる図形は，正方形，長方形，正方形や長方形の複合図形ぐらいしかない．ところが直角二等辺三角形であれば，第５学年面積で扱う図形全てをつくることができる．つまり，単位正方形を用いた図形づくりよりも，帰着させることができる図形が多い．様々な図形をつくりだすことができる利点は，子どもの図形の多様な見方も養うことができる．

２つ目の理由は，敷き詰めることで容易に垂直を作り出すことができるというよさがあるからである．直角二等辺三角形であるから，図形そのものの中に垂直がある．また，直角二等辺三角形は90°と45°と45°の角で構成されているので，45°を構成している辺同士を組み合わせることで用意に90°即ち垂直を作ることができる．垂直関係ではない斜辺を組み合わせて垂直をつくることは，平行四辺形を等積変形させて長方形をつくるアイデアに直結する．また，三角形を倍積変形して平行四辺形や長方形（この場合は正方形）に変形させるアイデアに直結する．つまり，今後学習する図形の斜辺の処理に対するアイデアを得ることができる．

３つ目の理由は，対角線の見方である．４枚の基本図形でつくった平行四辺形の対角線によって直角二等辺三角形の倍積になっていることが分かる．図形の分解の時の対角線の利用につながる．また，４枚の基本図形でつくった正方形の対角線は，垂直関係であることがよく分かる仕掛けになっている．台形の学習の後，ひし形の求積方法を考える際，対角線の垂直関係を使って求積する手助けにもなりうる．

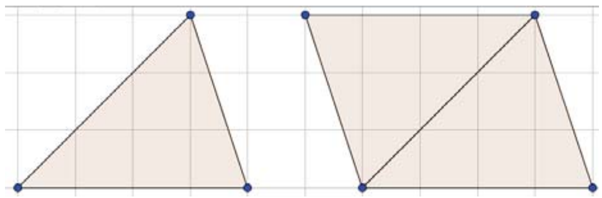
直角二等辺三角形を用いた等積変形や倍積変形の指導図形には，以上のようなよさがあると考えた．

この活動を単元の初めに設定することによって，等積変形や倍積変形を子どもたちの既習としてもたせる．等積変形と倍積変形を子どもたちの既習として持たせた上で，第５学年の最初に取り上げる図形である平行四辺形の求積方法を考えさせる．こうすることによって，求積公式が明らかになっていない平行四辺形を，求積公式が明らかになっている長方形に等積変形させれば，平行四辺形の面積を求めることができるという，目的をもった操作活動を展開することができると考える．つまり，闇雲に図形を弄くり回すのではなく，「ある図形を違う図形に面積を変えずに変形することができるから，平行四辺形も長方形に面積を変えずに変形させることができるだろう」という類推を働かせて解決に向かうことができるだろうと考えた．

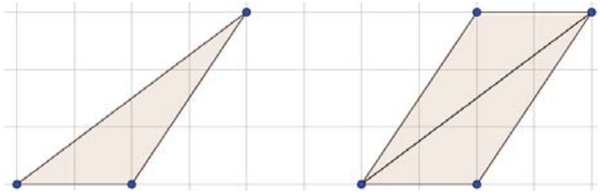
第５学年の面積の学習は，求積公式が明らかになっている図形に変形させて求積をし，元の図形の辺や高さを使っているという共通点から，元の図形の求積公式に一般化を図っていく活動を繰り返していく．最初に扱う平行四辺形で行った等積変形でうまくいった成功経験は，三角形や台形の求積方法を考えていく上で，子どもに大きな自信をもたらすことにもなるだろう．

また, 倍積変形の考え方は, 三角形を平行四辺形に倍積変形させて解決する方法に活用される．しかも，倍積変形の考え方は，高さが図形からはみ出した三角形にも適用できる考え方なので，倍積変形のよさを感得することができるであろう．

＜高さが図形からはみ出さない三角形の平行四辺形への倍積変形＞



＜高さが図形からはみ出した三角形の平行四辺形への倍積変形＞



このように等積変形と倍積変形の指導を単元の初めに設定することで，子どもたちはいちいち半端な方眼同士を組み合わせることなく，求積公式が明らかになっている図形に変形しようと見通しをもって活動することができると考えた．

２．単元構成の工夫

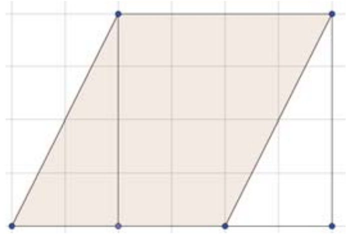
第３章で教科書会社６社の単元構成でも触れているが，第５学年面積で学習する最初の図形は６社中５社が平行四辺形で１社が三角形である．このことについて杉山吉茂は『初等科数学科教育学序説』において，次のように述べている．

「正方形，長方形の面積の求め方が分かったあと，残りの図形の面積を求める学習をどんな順序で進めていくかが問題になりますが，そこには，２つの考え方があります．１つは，長方形の面積の公式を学習していますから，一番長方形に近いものからという順序で考える立場，もう１つは，長方形の面積を求める公式が分かったら，これを利用してすぐ分かるものを考えていこうという考えで順序をつくる立場です．後者についていえば，例えば長方形を対角線で切れば直角三角形ができますから，長方形の面積の求め方が分かれば，直角三角形の面積を求めることはすぐ思いつきます．直角三角形の面積の求め方が分かったら，三角形は頂点から垂線をおろせば直角三角形を２つに区切ることができますから，一般の三角形の求め方を考えることができます．一般の三角形の面積の求め方が分かったら，三角形を２つ合わせれば平行四辺形ができますから，一般の三角形から平行四辺形の面積を求めることを考えるというように展開することが考えられます．長方形の面積の求め方が分かったら，それをもとにして分かることは何でしょうか，それが分かったらすぐ分かることは何でしょうかというような考え方で進めることにすると，このような系列ができます．これも１つの考え方で，この系列にしたがって学習の順序を考えている教科書もあります．」（杉山吉茂，2008，pp. 194-195）

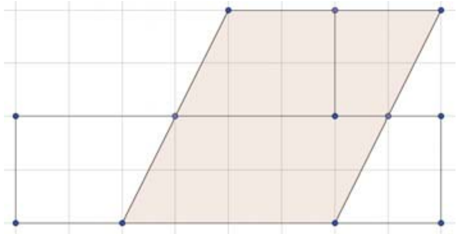
どちらの進め方にも一理ある．しかし，長方形の求積方法だけ知っている状態で，平行四辺形の求積方法を考えた場合と三角形の求積方法を考えた場合では果たして違いは見られないのだろうか．

平行四辺形の場合，次のような等積変形で長方形に変形して求積する方法がある．

＜等積変形Ⅰ＞



＜等積変形Ⅱ＞

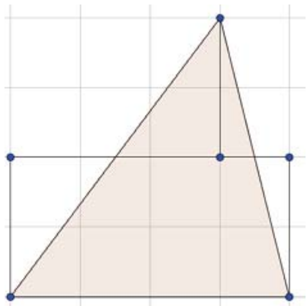


等積変形Ⅰの場合，底辺×高さの求積公式を容易に得ることができる．この方法は，多くの子どもが行う変形方法である．

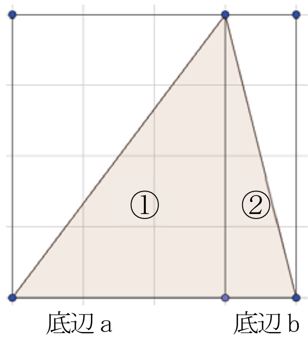
等積変形Ⅱは，等積変形Ⅰを解決した子どもが他の方法はないか考えた時に比較的出る考えである．この場合，（底辺×２）×（高さ÷２）となり，×２と÷２が相殺されて底辺×高さを得る．等積変形Ⅰよりも求積公式に帰着させるために困難さがある．しかし，子どもたちは等積変形Ⅰを手がかりとして持っているので，等積変形Ⅱを平行四辺形の求積公式に変形することはできる．

三角形の場合はどうだろう．

＜等積変形Ⅲ＞



＜倍積変形Ⅰ＞



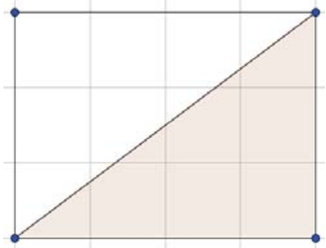
等積変形Ⅲの場合，底辺×（高さ÷２）から底辺×高さ÷２の求積公式は容易に導くことができる．しかし，平行四辺形の等積変形Ⅱと同様の変形の困難さがある．

倍積変形Ⅰの場合はどうだろう．この方法には２つの考え方が混在する．

１つは，①と②の三角形をそれぞれ倍積変形した長方形の半分の面積であるという考えである．この場合，底辺 a×高さ÷２＋底辺 b×高さ÷２より，（底辺 a＋底辺 b）×高さ÷２となり，三角形の求積公式＝底辺×高さ÷２を得る．これは，子どもは求積し易い方法であるが，求積公式に帰着させる困難さは，平行四辺形で見られた等積変形Ⅱの比ではない．かなりの難度である．

もう１つは，大きな長方形の半分の面積が三角形の面積であることから，底辺×高さ÷２を得る方法である．この場合は，直角三角形の求積方法を考えた後にこの三角形の求積方法を考えさせなければ立式にたどり着くことは困難であろう．そもそも倍積変形としてみるのが難しい．倍積変形として捉えさせるためには，このような三角形を扱う前に，直角三角形を扱っておく必要があるだろう．

＜直角三角形＞

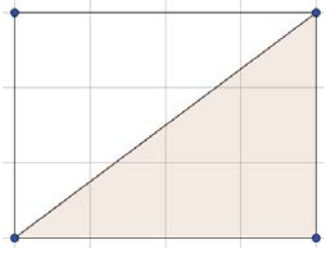


直角三角形には直角があるので，２つの合同な直角三角形で長方形に倍積変形することができる．倍積変形させた後，２で割ることで基の直角三角形の面積を求めることは容易である．しかし，直角三角形の倍積変形の図と，先程の一般の三角形の倍積変形の図は，少し違う．直角三角形の場合は，直角三角形を分解することなく，合同な直角三角形を組み合わせている．しかし，一般の三角形の場合，頂点から垂線をおろし，２つの直角三角形に分解した後，それぞれの直角三角形と合同な直角三角形を組み合わせて２つの長方形に倍積変形させている．つまり，操作が多いことが分かる．子どもにとって難度が高いのではないだろうか．

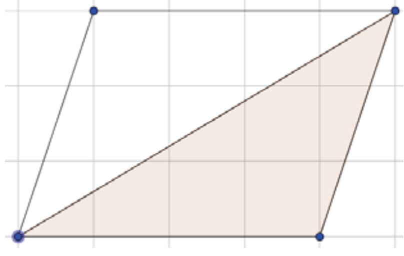
筆者の提案に基づく面積の学習では，等積変形と倍積変形の有用性も子どもに感得させることで，様々な図形を等積変形や倍積変形を用いて求積する，創造的な問題解決を目指している．5学年で最初に取り上げる図形の求積方法を考えさせるにあたり，「等積変形って便利だ」といった有用性を感じさせたいのである．このように考えると，平行四辺形から扱うと，等積変形の有用性を感じさせることができると考えた．

また，倍積変形の有用性を感得させるためには，平行四辺形の求積の後に三角形を持ってきた方が考えやすい．なぜなら，長方形を対角線で分けると合同な２枚の直角三角形が得られ，平行四辺形を対角線で分けると一般の三角形が得られるからである．

＜直角三角形を長方形に倍積変形＞



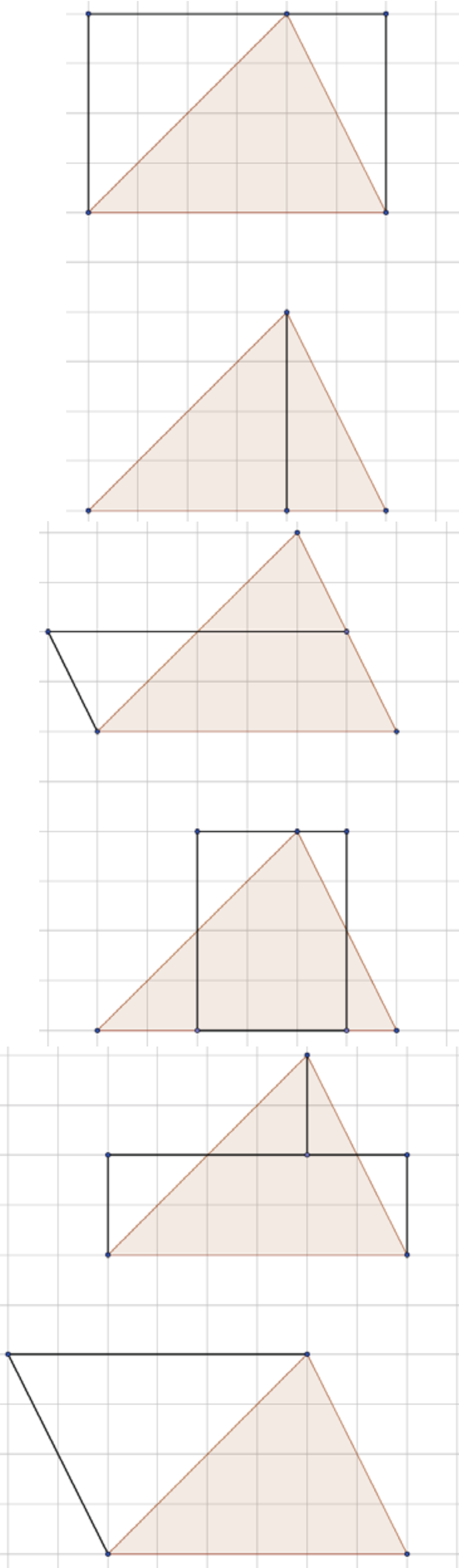
＜一般三角形を平行四辺形に倍積変形＞



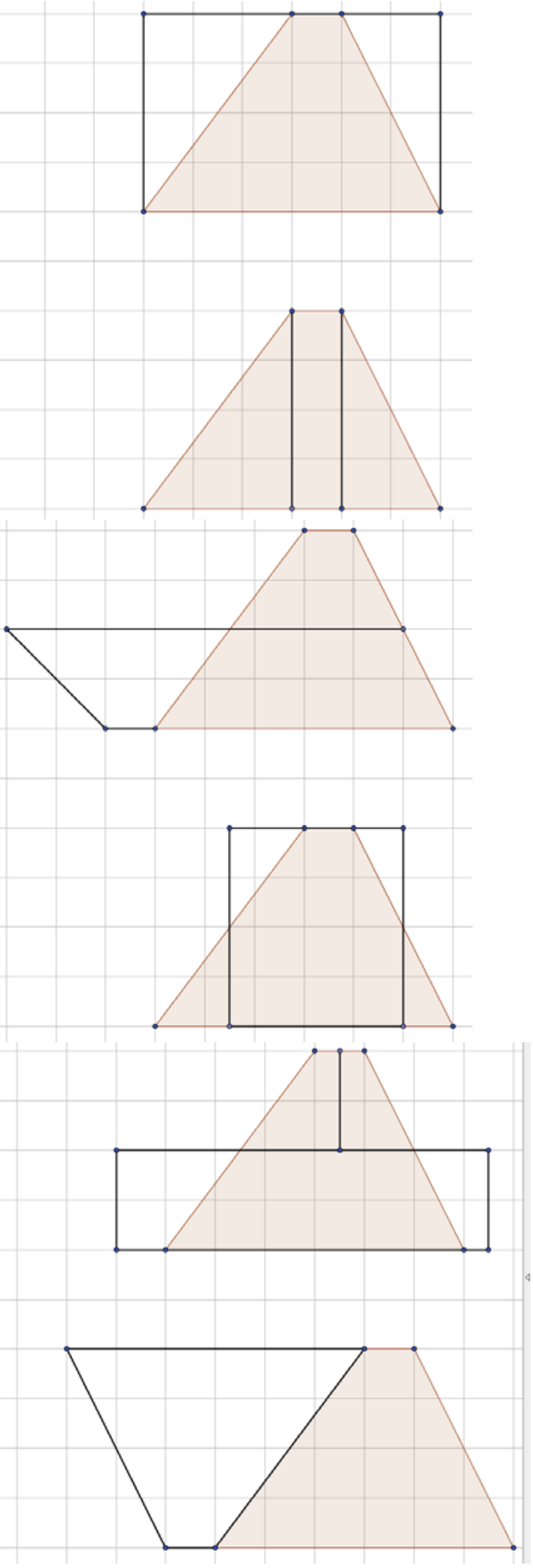
一般三角形を倍積変形で求める場合，平行四辺形の求積が分かっていれば，容易である．しかも，高さが図形からはみ出した三角形であっても，平行四辺形に倍積変形すれば，解決が容易くなる．

また，平行四辺形の後に三角形の求積方法を考えさせることで，三角形を等積変形や倍積変形して長方形や平行四辺形の面積に帰着させる活動が行われるが，この後に行われる台形の求積方法と三角形の求積方法が一致している．

＜三角形の求積の解決方法＞



＜台形の求積の解決方法＞

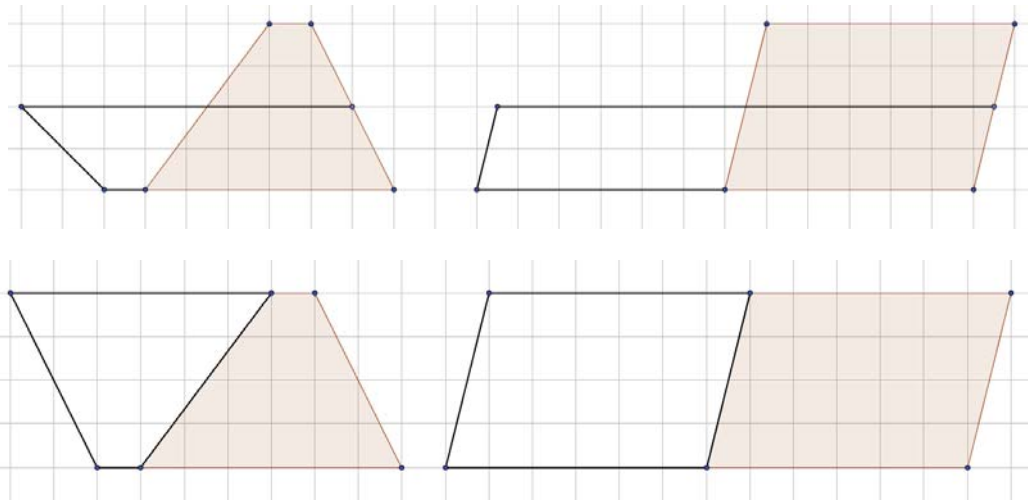


台形と三角形は，上底が下底に対して短ければ短いほどより三角形に似通って見える．子どもの中には，台形も三角形の仲間として見ている子どもがいるかも知れない．図形の集合としては間違っているかも知れないが，「台形を三角形として見る」という見方はこの場合三角形の面積公式と台形の面積公式が似通っている気づきにつながる可能性がある．このような見方ができるのも，初めに平行四辺形を扱っているからできることである．

台形の面積の学習が終わった後に三角形の求積方法と台形の求積方法をこのように比較させたときに，三角形は上底が０の台形と見なすことができる．似通った図形だからこそ，三角形と台形の求積方法と求積公式を比較しようという活動を設定しやすい．こうなると，「他の図形はどうか」「平行四辺形も台形の公式になるのかな」という見方や考え方をもつ子が生じるかも知れない．

そこで，台形と平行四辺形の求積方法を見比べてみる．

＜台形の求積方法＞　＜平行四辺形の求積方法＞



台形の求積公式に表しやすい求積方法を基に，同じように平行四辺形も平行四辺形に等積・倍積変形することによって，平行四辺形の面積も（上底＋下底）×高さ÷２に帰着させることに気づかせることができるであろう．これが即ち中学校で学習する面積の公式である

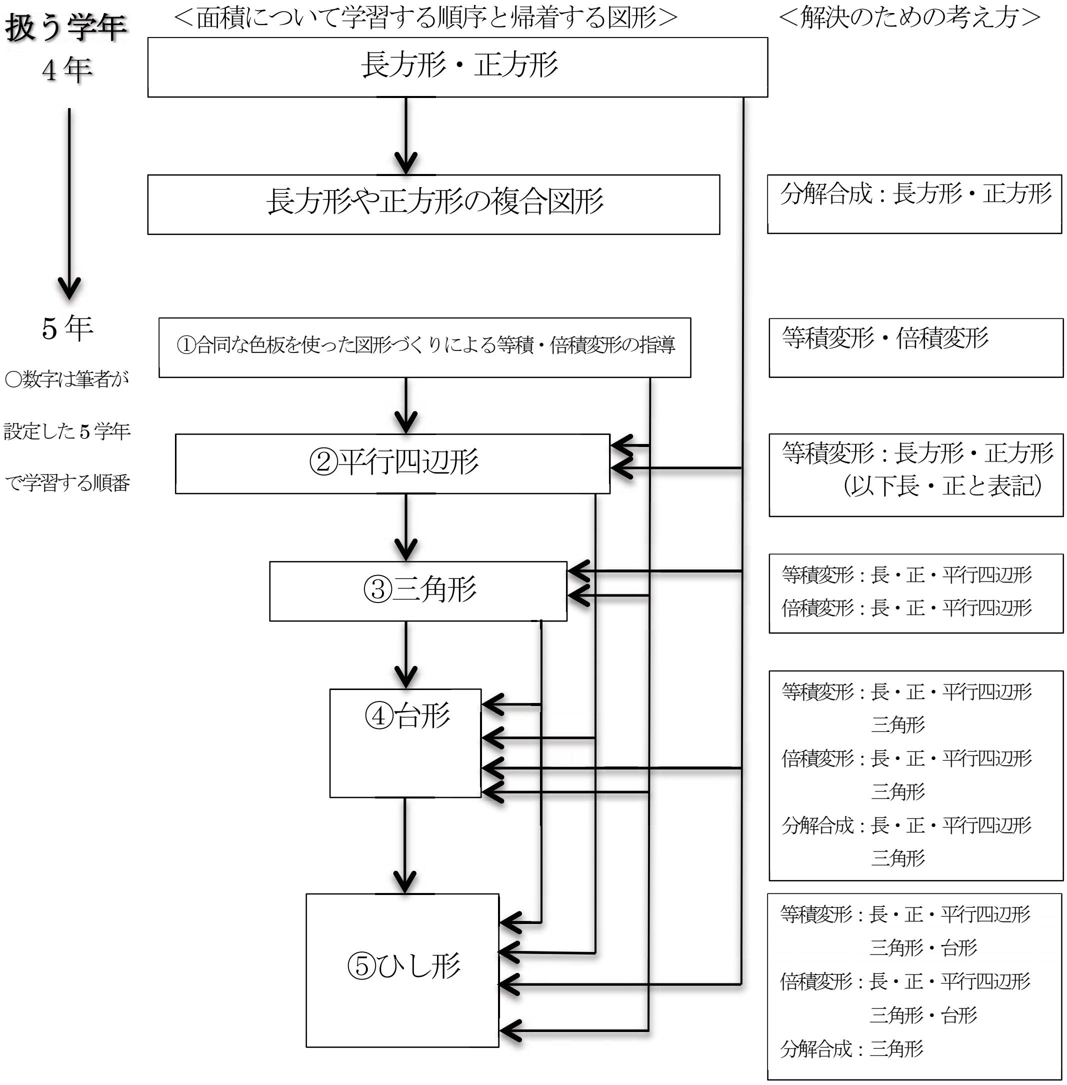
中点×高さ＝$\frac{(a+b)}{2}h$

につながっていく．

このように考えていくと，５年生で学習する図形は平行四辺形からの方が学習の広がりという可能性においても有効であると考える．

以上の理由から，本研究で実施する面積の単元構成を以下の通りとする．合わせて，解決のための考え方も明記する．

単元で取り上げる基本図形と帰着できる図形との関連性，学習する順序，解決のための考え方



第２節　集団検討における話し合いのもたせ方について

中野博之（2009）の問題解決型の授業過程に基づいて行うことによって，創造的な問題解決型の学習の実現を目指す.

＜中野博之による問題解決型の授業過程：○数字は筆者による＞

①問題を解く→②お互いの考えについて話し合う→③友達と自分の考えを比較しながら自分の考えを省察する→④（省察した結果を生かして新しい）問題を解く→…

この授業過程の中で②にあたる集団検討に焦点をあてる．問題解決型の学習の課題でもあるからである．このことについては第２章で述べている.

どのような視点で集団検討をさせるのか，中野博之は次のように述べている.

「（１）**集団検討では「わからない」を大切にし，既習の学習内容を根拠にして説明をさせる**

集団検討の場では，友達の説明を聞いている子どもに，質問ではなく，その説明が「わかる」のか,「わからないのか」の意思表示をさせ，そのことを起点として既習の学習内容を活用した説明がなされるようにする．そのために，教師は「他者の説明は，当初，理解しづらいものである」ということを前提に集団検討を進める必要がある．さらに，教師は子どもの説明の根拠が「学級で共通に扱った既習の学習内容」となるように指導をする必要がある．このようにすることによって，自分の考えを友達に説明する活動が目の前の問題を既習の学習内容に置き換えていく活動となっていく.

（２）**既習の学習内容との共通点を明確にする**

いつの，どのような学習内容を活用しているのかを明確にしていくことは教師の大切な役割となる．このようにすることで既習の学習内容が活用されていることをより明確にできる．さらに説明された個々の考えの共通点を見抜き，根底にある原理やアイディアを明確にしていくことも教師の大切な役割となる.」（中野博之，2009，pp. 131-132）

集団検討においてこの２つの視点をどのように具現化していくか，以下に示す.

（1）「既習の学習内容を根拠にして説明をさせる」における教師の働きかけ

(1-1) 子どもが考えた求積方法の図と式を別々に提示し，どの図と式が一致するか吟味する場を設定する．

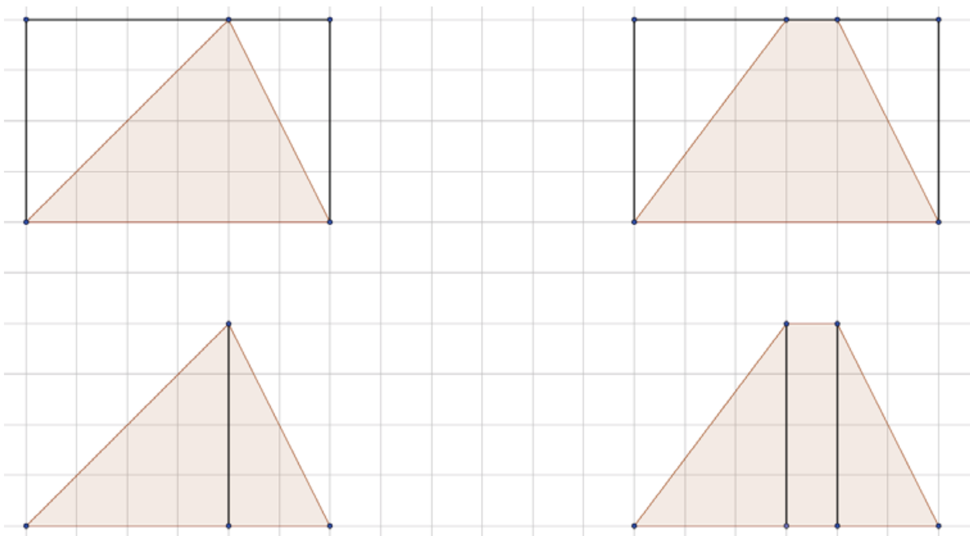
自分の考え方以外の考えを理解することは容易ではないという立場から，「わからない」や「これはどういうことだろう」という場を設定する．求積方法を示した図と求積のための式を別々に提示するのである．こうすることによって，図と式を対応する活動が生じる．自分の解法の図と式は一致させることはできるが，自分の解法以外の図と式を一致させるためには，既習の内容を使わなければならない．図と式を一致させる集団検討を設定すれば，既習内容を使って図と式の対応を説明する活動が生じるだろう．つまり，既習内容を使った説明活動を意図的に設定するのである．

(1-2) 図形を操作させながら説明させる．

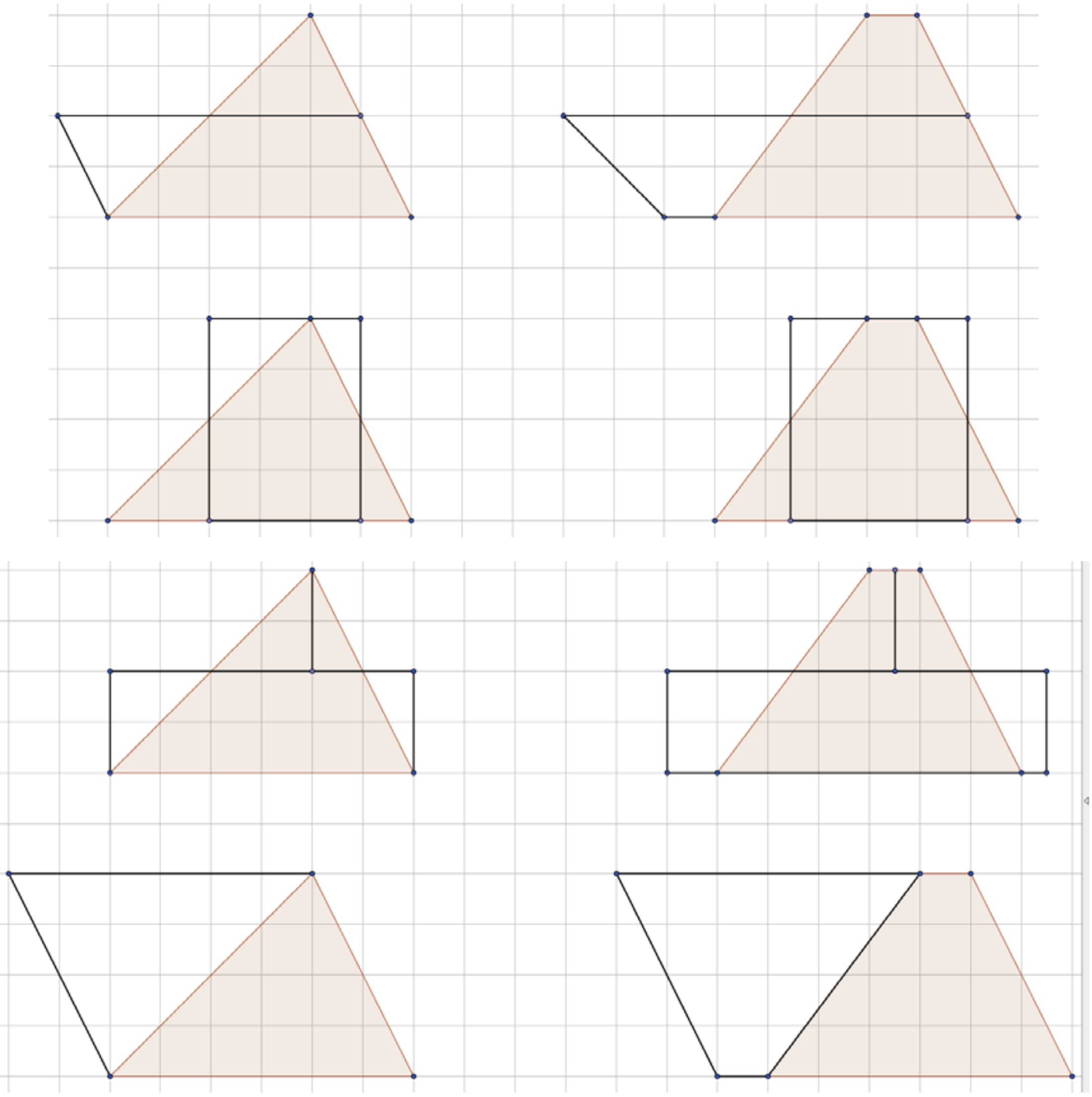
求積方法と式を対応させるとき，元の図形のどの部分を移動させたのか，操作後の図だけでわかるとは限らない．図と式の対応を考えるときは，変形後の図から元の図形をどのように移動させたのか推論を働かせ考えるが，説明活動においては，自分が考えた思考が見えるように，発表用の掲示物を使わせて説明活動を行わせる．こうすることによって，次の図形の求積方法を考える際の問題解決の手がかりとなる可能性があるからだ．

例えば，本章第１節２でも述べているが，三角形と台形の求積方法が似通っている．三角形の求積方法で得られた変形方法の着想が台形に活用できる．

＜三角形の求積方法＞　＜台形の求積方法＞



＜三角形の求積方法＞　　　　　　＜台形の求積方法＞



実際に操作を交えた説明活動を通して理解を深めることができた子どもは，次の新しい問題である台形の求積について考える時に，既習を活用させて問題を解決するであろう．既習を次の新しい問題解決に生かす上でも大事な活動であるといえる．

(1-3) 子どもの説明の後に「納得したかどうか」「説明の中に分からないところがないかどうか」教師が投げかける．

子どもの説明活動の後，他の子どもたちが「わかりました」「いいです」と口を揃えていうことがある．これは必ずしも説明された内容を十分に理解したとは限らない．答えが自分と同じである，またはみんなと同じであるから「いいです」と言っている場合もあれば，かけ算を使ったことが「わかりました」と言っている場合もある．機械的に他の人の説明の後に「わかりました」「いいです」と言っている子どももいる．なぜかけ算を使って問題を解いたのか，既習内容のどんな着想を使って答えを導き出したのか，本当に理解した上での「わかりました」「いいです」かどうかを推し量るために，子どもの説明の後に「納得したかどうか」「説明の中に分からないところがないかどうか」

ろがないかどうか」教師が繰り返し投げかけることによって，子どもの中の既習内容と説明活動で得られた既習内容と照らし合わす思考活動が生じる．もし「納得できない」「分からないところがある」場合は，自分の中の既習内容と説明活動で得られた既習内容とうまく対応させることができない状態であると考えられる．納得するまで説明活動をさせることによって，自分の中の既習と結びつく他の説明と出会う可能性が生じる．「納得した「分かった」という状態は，まさに長田新が述べている，自己構成が行われていると考えられる．

「吾々は吾々の色で見，吾々の音で聞き，吾々の心臓で感ずる。総じて人間は自分で構成し得るものを自分の構造にしたがって構成するのであって，理解といい認識といっても，皆なこのような意味の自己構成でなくてはならない．」（長田新，1958，pp. 193-194）

分かるまで，納得するまで教師は子どもたちに時間が許す限り説明活動を促していく．そうすることによって，子ども自身の自己構成を待つのである．

(1-4) 子どもの説明の後に「わかった」「納得した」子どもにもう一度説明させる．

「わかった」「納得した」と子どもが言ったとしても，本当に分かったことにはならない．自分の言葉で説明できなければ分かったとはいえない．松原元一は次のように述べている．

「いままで述べたようにして，対象に与える構造化が完成して結論が直視される．その全貌が一目で鮮やかな構造のもとに，美しい調和となって精神内に映像される．しかし，思考はこれで終わったのではない．ここからさらに重要な活動が始まる．このとき誰でも必ずこの映像を検討する．構造化に誤りはないかどうか確かめてみる．その検討は自分自身への説明の形でなされるのである．「わかった」と手を叩いたり躍り上がったりしたとき，それを他人に説明しようとするときと全く同じ形をとって自分自身に説明する．他人がいなくてもこの説明は必ず自分自身に対してなされるのであって，それがすむまで自分でも思考は終わったと思っていはいない．この段階にきて，構造化の誤りを発見することもある．構造の一部に完成されていないものや誤った構造を見つけてくることがよくある．ここで試行錯誤となる．それは初めから出直して再構造化することにもなるし，部分的な修正ですむこともあるから，試行錯誤といってもその内容は多様である．この検討が終われば思考は完了するのであるが，検討のための自己への説明は，とらえた映像に対して順序だてて行われる．映像をとらえるのにこのような順序はないといってもよいほど少ない．あっても部分的なものであった．一挙にとらえ，瞬間的に「見えてくる」のであるから，時間的な

前後はなく，したがって順序もない．この構造化された映像に誤りがないことを一つ一つ順序だてて説明する．いうまでもなく，この説明が論理である．論理によって説明するといってもよい，このような映像が背後にあって手引きしない限り，論理は進行するものではない．「筋道をたてて考える」ことのできるのはこのときであって，この映像の手引きなしに，はじめからできるものではないことを知っておかねばならない．」

（松原元一，1977，pp. 128-129）

わからなかったり納得していなかったりしていた子どもが「わかった」「納得した」のであれば，松原元一が述べている構造化が完成した瞬間であるはずである．そこで説明を求めることで，その子どもの論理を働かせる場となる．中には「わかった」「納得した」はずなのにうまく説明できなかったり，説明活動の最中に十分に理解していないことが明らかになることもある．こうしたねらいのもと，設定する．

（２）「既習の学習内容との共通点を明確にする」における教師の働きかけ

(2-1) それぞれの考え方の共通点を問う．

特に図形の求積指導において共通点の吟味は欠かすことはできない．なぜなら，多様な求積方法の共通点から求積公式にまとめる活動が共通点の吟味そのものとなるからである．多様な解決方法でありながら，実はどの考えも元の図形の同じ部分を使っているという事実は，子どもたちにとって大発見であろう．しかも，一つの求積公式にすべてをまとめることができるのだから，自分達で創り上げた求積公式は強烈な記憶として残ることだろう．

また，どの解決方法も今までの考え方である等積変形

や倍積変形，分解・合成の考え方が用いられていることや，求積公式がわかっている図形に帰着させて求積していることに気づかせることによって，等積変形や倍積変形の有用性を感得させることにつながり，そのことが次の図形の求積方法を考えるときの手だてとなる．

(2-2) 活用した既習内容がいつのどのような学習内容を活用しているのかを振り返らせる問いかけをする．

面積の求積指導において，全ての求積公式は，垂直関係にある２線分の積で求められている．今までの図形と同様に，垂直関係の２線分を使っていることに気づかせたり，底辺に対して垂直な線分がどこにあたるのか，平行四辺形や三角形の学習を振り返らせたり，分解・合成の考え方が第４学年の長方形の複合図形で使われていたことを振り返らせたりすることを通して，今子どもが当面している問題が，実は既習内容と共通していることに気づかせるための問いかけをする．例えば「前に似たような学習はありませんでしたか？」「三角形の求積と似ているところはありませんか」「４年生で学習したことに似てませんか」などというような，既習内容を思い出させる問いかけである．そうすることによって，子どもたちが新しい問題として捉えていたことを，既習

の学習内容に関連づけることによって気づかせることができるだろう．その結果，新しい知識ではなく同じ原理である既習の学習内容に統合されることをねらうのである．１つ１つ新しい知識として覚えさせるのではなく，既習の学習内容と関連づけることによって，思考の経済化がはかられる．

第３節　本章の総括

本章では，「台形の求積方法を考える学習」の授業設計のために，台形の学習までに取り上げる既習内容を明らかにしてきた．学級担任でない学級で検証授業を行うため，学級全体の既習内容として等積変形や倍積変形の考え方を子どもたちに共通して持たせるために，単元構成の中に等積変形と倍積変形の指導を設定することや，等積変形や倍積変形のよさを子どもに感得させるには，変形方法を比較した結果，平行四辺形→三角形→台形といった単元構成が効果的ではないかという仮説をもつことができた．

また，中野博之（2009）の問題解決型の授業過程に基づいて授業設計をしていく際，集団検討の場面における視点をもとに，教師の働きかけについて言及してきた．これらをもとに，台形の求積方法を考える授業を実施し，創造的な問題解決型の学習の実現を目指す．

次章では，授業の実際と考察について述べていく．

第５章

創造的な問題解決型の学習の実現に向けた
「台形の求積方法を考える学習」の授業の実際とその考察

第１節　授業の実際

１．授業の日時と対象

公立小学校第５学年 33 名を対象に，平成 27 年 10 月８日から 10 月 29 日までの間に計 13 回の授業の中で，第５学年面積の授業を行った．そして，その中で本研究の検証授業として台形の求積方法を考える授業（9・10/13 時　10 月 23 日 90 分授業，33 名中１名欠席）を行った.

２.0 授業の実際

中野博之(2009)の問題解決型の授業過程の中の集団検討に焦点をあてて，創造的な問題解決型の学習が実現されたのかどうか考察していく．考察の視点である集団検討における教師の働きかけについては第４章で述べているが，以下に再掲する.

（1）「既習の学習内容を根拠にして説明をさせる」における教師の働きかけ

(1-1) 子どもが考えた求積方法の図と式を別々に提示し，どの図と式が一致するか吟味する場を設定する.

(1-2) 図形を操作させながら説明させる.

(1-3) 子どもの説明の後に「納得したかどうか」「説明の中に分からないところがないかどうか」教師が投げかける.

(1-4) 子どもの説明の後に「わかった」「納得した」子どもにもう一度説明させる.

（2）「既習の学習内容との共通点を明確にする」における教師の働きかけ

(2-1) それぞれの考え方の共通点を問う.

(2-2) 活用した既習内容がいつのどのような学習内容を活用しているのかを振り返らせる問いかけをする.

考察の方法を以下に示す.

<2-1 検証授業における教師の働きかけと子どもの自力解決の考察>

(2-1.ⅰ) 検証授業のプロトコル分析

(2-1.ⅱ) 子どもの自力解決の様子（ノート分析)

<2-2 検証授業に生かされたと思われる前時までの授業での教師の働きかけと子どもの自力解決の考察>

(2-2.ⅰ) 台形の求積方法に生かされたと思われる前時までの授業のプロトコル分析（検証授業プロトコルと関連づけて)

(2-2.ⅱ) 前時までの子どもの自力解決の様子や感想の様子（ノート分析)

集団検討における教師の働きかけによって子どもが既習の学習内容を根拠にして説明することができたのかどうか，既習の学習内容との共通点を明確にしていくことができたのかどうか，プロトコルを分析することで考察していく.

また，集団検討によって明らかにされた既習の学習内容との共通点を次時の学習の自力解決にどのように生かされたのか，プロトコル分析と子どもの自力解決の様子や感想が書かれたノートを分析することで考察していく.

なお，プロトコルの（　）内の記述は，発話だけではわからない様子である.

検証授業における集団検討において，子どもが説明するときに使った既習を以下の通りとする.

<検証授業で使われる既習の学習内容>
面積を求める公式がわかっている図形（長方形，正方形，平行四辺形，三角形）に
Ⅰ等積変形させること．子どもたちは「組かえ変身」と名づけて使っている.
Ⅱ倍積変形させること．子どもたちは「倍変身」と名づけて使っている.
Ⅲ図形を分解・合成すること．子どもたちは「わけたし法」と名づけて使っている.
Ⅳ変形させた図形の求積公式を使って面積を求めること.

第２節　授業の考察

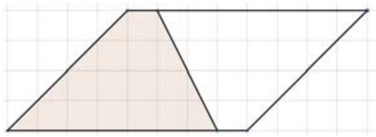
2-1 検証授業における教師の働きかけと子どもの自力解決の考察

（2-1. i ）検証授業のプロトコル分析

本時では，平行四辺形，三角形の面積の学習後，初めて台形の求積方法を考えることになる．子どもたちは，平行四辺形や三角形の学習と同じように，まず，公式が明らかになっている図形に変形させて面積を求めるところからはじめる．その後，子どもが自力解決した方法の中から代表的な５つの方法を取り上げ，変形させた図と式を別々に提示し，図と式の一致を図る活動を集団検討の場面に設定した．その５つの図と式は以下の通りである．

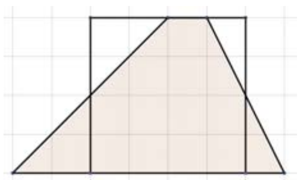
＜提示した図＞　　人数　　＜提示した式＞

①



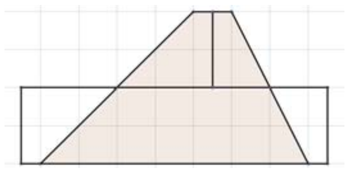
28 名

②



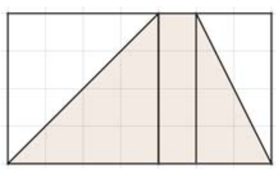
15 名

③



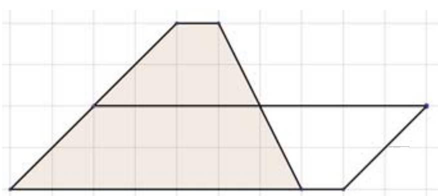
6 名

④



4 名

⑤



A. ８×２＝16 答え 16 ㎠

B. ８×（４÷２）＝16 答え 16 ㎠

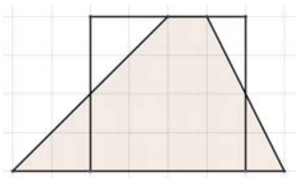
C. ４×４÷２＝８
　１×４＝４
　２×４÷２＝４
　８＋４＋４＝16 答え 16 ㎠

D. ８×４＝32
　32÷２＝16　答え 16 ㎠

E. ４×４＝16　答え 16 ㎠

ここで教師は(1-1)である，図と式を対応させる働きかけを行った．まず，子どもたちにどの図と式が対応するのか予想を立てさせ，挙手で意思表示させた．予想が分かれた図と式については意思表示が終わった後に説明させることにした．全員の予想が一致したものについては，すぐに子どもに理由を説明させて正しいかどうかを確認している．

②



E. 4 × 4 ＝16　答え 16 ㎠

T99:なぜ E ですか？

C87:はい．

T100:S さん，なぜ E ですか？

C88:②の図形では，

T101:②の図形では

C89:台形を

T102:台形を

C90:組かえ変身して

T103:組かえ変身

C91:正方形にしているので一辺が 4 センチになっていて，それから正方形の公式を使って，一辺×一辺が 4 × 4 になっている．

T104:どうですか？

C92:いいです．

T105:納得ですか？

C93:はい．

T106:じゃあこれ確定でいいですか？

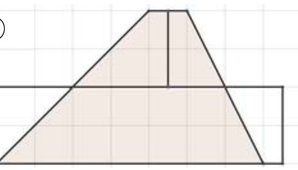
C94:はい．

T107:じゃあ確定にしますよ．じゃあ②と E は同じ．じゃあこれ確定ね．めでたしめでたし．

全員の考えが一致していて「わからない」子どもはいなかったが，なぜ②の図が E の式に対応しているのか，子どもに説明させることによって，変形した図形の公式を使って面積を求めていることの共通理解を目指した．ここで使われた既習の学習内容はⅠ正方形に等積変形させて，（C89,91 前半）Ⅳの正方形の求積公式を用いて求積した（C91 後半）ことである．このように既習の学習内容を使っていることを子どもの説明活動を通して確認することによって，後の「既習の学習内容との共通点を明確にする」時の効果を期待した．

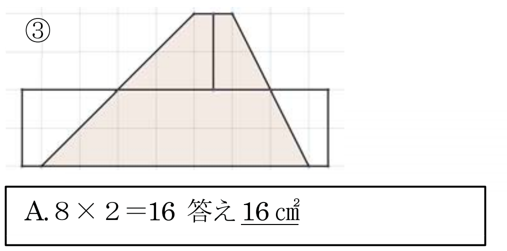
③の図と対応する式についても，全員 A を選択しているが，ここでも子どもに説明を求めた．

③



A. 8 × 2 ＝16　答え 16 ㎠

この場合，図は長方形に等積変形されているが，長方形の公式のたて×横ではなく，横×たての式で表わされているからである．ここで，長方形の面積はたて×横でも横×たてでもよいこと，また，横×たてで表すと，底辺×高さの式に統合できると考え，子どもに説明を求めた．



T112:理由言える人．

C98:はい

T113:M さん

C99:長方形の求め方はたて×横だから．

T114:たて×横だから．たて×横だから．

C100:どっちでもいい．

C101:でも，この式は横×たて．

T115:横×たて，でも，いい？

C102:底辺×高さでも出せる．

T116:底辺×高さでも出せる．

T117:じゃあこれ，もう確定でいいですか？

C103:はい．

T118:８はどこ？

C104:横

T119:この長方形の？

C105:横

T120:横の長さね．

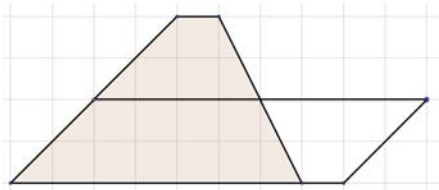
T121:２はどこ？

C106:たて．

T122:たてね．じゃあこれ確定でいいですね．

C107:はい．

子どもたちは次々と他の図と式も対応させて，既習の学習内容Ⅰ，ⅡとⅣを用いて説明することができた．こうしたことは，平行四辺形や三角形の求積方法を考えたときに，変形させた図と式を対応させながら説明する活動を繰り返してきたからだと考えられる．他の図と式との対応についても，教師による働きかけ(1-1～3)によって子どもの説明活動を促し，既習の学習内容を根拠にして子どもが説明することができた．例えば⑤の図とＢの式の対応関係の様子が次のようなものであった．

⑤


B. 8×（4÷2）=16 答え 16㎠

T134:なぜこれＢなんですか？なぜこうなの？説明できます？

T135:はい，Ｈさん．

C118:はい．台形を平行四辺形に変えて，

C119:で，平行四辺形の公式は

T137:うん

C120:底辺×高さで

T138:うん

C121:台形の高さを半分にしているから，底辺の８かけるとかっこをして

T139:底辺の８かける…底辺て言うのはどこですか？

C122:下の８センチと

T140:底辺が８cm ね．（図に書き込む）

C123:高さは２センチなんですけど，

T141:高さはほんとは２センチだけどはい，

C124:最初は４センチでそれを半分，う～ん，同じ長さで半分にしているので，かっこして４÷２で 16 になったと思います．

C125:いいです．

T142:この 4÷2 っていうのが分からない人います？．

T143:みんな大丈夫ですね．

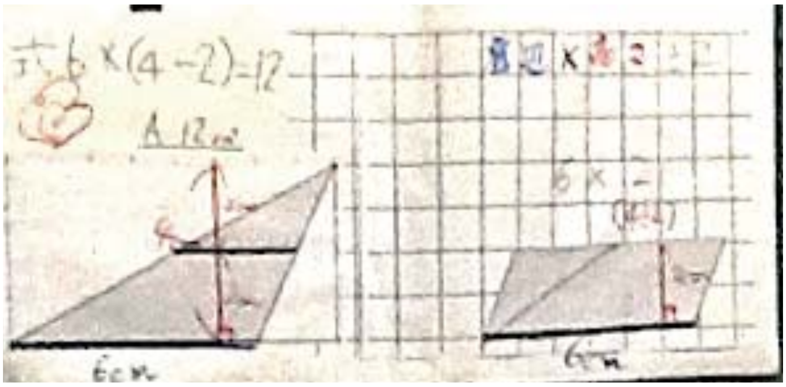
C126:だってあれででてる（掲示物を指して）．

T144:あ，前もやっているから大丈夫．大丈夫です．元の台形の４÷２が高さです．

C127:（全員挙手）

Ｈは，図と式から台形を既習の学習内容ⅠとⅣによって解決された方法であることを説明している(C118 がⅠ，C120 がⅣにあたる)．この方法は，三角形の求積方法でも集団検討で取り上げられていて，教室に学習の足跡として掲示している．したがって，説明を聞いていた子どもたちは，そのときの学習場面を想起しながら聞いている．C126 の言葉が如実に表している．

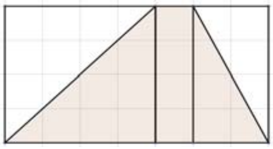
三角形の時に使った掲示物を次に掲載する．



このとき子どもは，三角形の求積方法で考えついた高さを 1/2 にして平行四辺形に等積変形した既習を活用して説明していることになる．そして，聞いている子どもはそのときの学習を想起することによって，三角形の既習の学習内容と関連付けながら理解を進めていることになる．

その一方で，分解・合成の方法で解決した図と式の意味がよく分からない子どもが学級の約三分の一存在した（C111）．

④



C. 4×4÷2＝8
1×4＝4
2×4÷2＝4
8＋4＋4＝16 答え 16㎠

C110:わけが分からない．

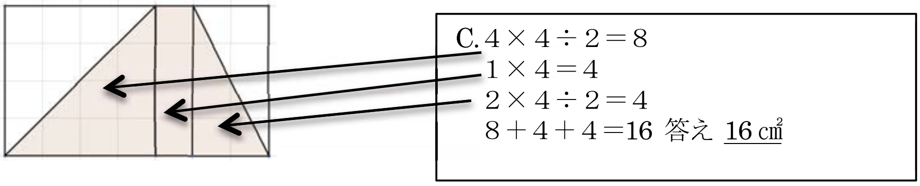
T126:わけが分からない．

T127:わけが分からない人．

C111:（1/3 挙手）

式が４つあり，それぞれの式が図のどこと対応しているのかを読み取ることができなかった可能性がある．ここで休憩をはさみ（検証授業が 90 分のため休憩をとった），この４つの式が図のどの部分と対応しているのかを議論することにした．

④



C154:この，４×４÷２＝８の式は，ここで，

T174:この三角形ね．

C155:はい．で，２×４÷２のところが，ここ．

T175:この三角形ね．

C156:ここは（1×４＝４）ここで，それを全部足すと，数が，これ（16）になります．どうですか．

C157:いいです．

T176:今の説明で分かったっていう人．

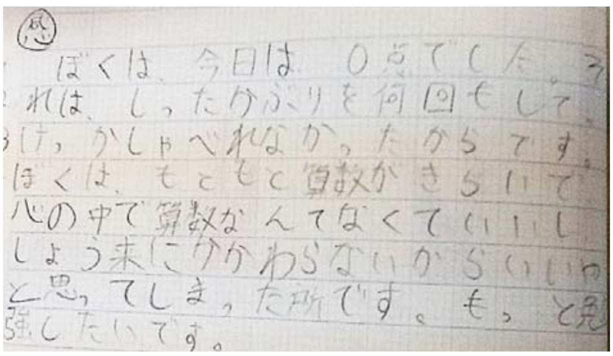
C158:はい（挙手）

T177:今の説明でもちょっとよく分からなかったという人．

C159:（１人挙手）

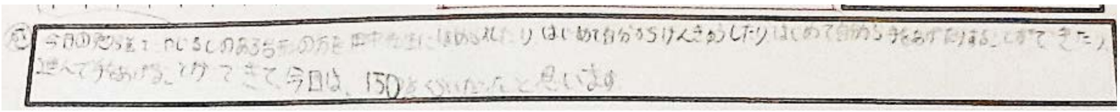
上述のように，まず，式が表している面積の部分が図のどの部分にあたるのか，１つ１つの式と図の部分を対応させるところから説明が始まった．教師に促されなくてもこの子ども（C154～C156）は(1-2)図形を操作しながら説明している．説明活動を繰り返すことによって，図形を操作しながら説明すると相手に伝わることがこの単元を通して理解したものと考えられる．この説明（C154～156）をした Y.T.は，算数の学習に対して否定的な感情を抱いていた．前時の授業感想に「もともと算数がきらいで心の中で算数なんかなくていいし，しょう来にかかわらないからいいや」と書いている．

<Y.T.の前時の感想>


感
ぼくは、今日は０点でした。そ
れは、しったかぶりを何回もして、
け、かしゃべれなかったからです。
ぼくは、もともと算数がきらいで
心の中で算数なんてなくていいし
しょう来にかかわらないからいいや
と思ってしまった所です。もっと勉
強したいです。

この子どもが，90 分の検証授業の休憩時間に，④の図と C の式が対応している理由を黒板に貼られている発表用掲示物の前で解決しようと黙々と考えていた．なお，Y.T.のこの日の授業感想は次の文章である.「今日の勉強で，やじるしのある台形の方を田中先生にほめられたり，はじめて自分からけんきゅうしたり，はじめて自分から手をあげたりすることができたり，進んで手をあげることができて，今日は，150 点くらいだったと思います（原文ママ)」

＜Y.T.の本時の感想＞


今日の勉強で、やじるしのある台形の方を田中先生にほめられたり はじめて自分からけんきゅうしたり はじめて自分から手をあげたりすることができたり 進んで手をあげることができて、今日は、150点くらいだったと思います

問題解決を通して，自己肯定感をもち，納得するまで問題と向き合い，自力で解決することの喜びと初めて挑戦した経験を書き綴っていた．問題を解く姿や感想から Y.T.の変容を読み取ることができる.

Y.T.の説明（C154〜156）の後，教師の働きかけ(1-3)を行った(T176,T177)．その投げかけに対して１人の子どもが「分からない」に手を挙げた(C159).

T178:あ，A さんどのへんが分からなかった？

C160:なんで÷２しているのか.

C161:はい.

C162:はーい.

T179:H さん.

C163:三角形を求める時は，÷２するから.

T180:わかった？

C164:（うなずく）

T181:三角形求めるには÷２をする．あれ，なんで三角形を求めるとき÷２するの？（A さんにあてる）

C165:三角形を求める公式が底辺×高さ÷２だから.

先程説明した Y.T.ではなく H に説明をさせた．H は,「三角形を求める時は，÷２するから（C163)」と答えている．Y.T.の説明（C154〜156）によって，それぞれの式が図のどこにあたるのかを理解していたと思われる．なぜなら，÷２の式が図における三角形と対応しているからである．ここでもう一度 A に(1-3)の働きかけと，さらに(1-4)の働きかけである，もう一度説明をさせた(T181)．は，H の端的な表現である「三角形を求める時は，÷２するから（C163)」の鸚鵡返しではなく，自分の言葉に置き換えて，既習の学習内容を用いて説明した．それが「三角形を求める公式が底辺×高さ÷２だから(C165).」の言葉である．短い説明ではあるが，この言葉から，A 自身によって，自分の中の既習の学習内容との関連付けが行われたと考えられる.

ここで，さらにAに教師の働きかけ(1-4)を行った.

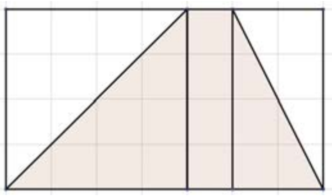
T182:なんで底辺×高さ÷２になったんだっけ？

C166:・・・

T183:説明できる？

C167:（首を振る）

三角形の求積公式がなぜ底辺×高さ÷２なのかを説明させようと促したが，Aは突然のことで説明することができなかった．ここでなぜ底辺×高さ÷２を説明させたのは，この図の考え方につながると考えたことによる.



この図は正方形の1/2の直角三角形，長方形の1/2の直角三角形，長方形の３つに分解し，それぞれの面積をたして台形の面積を求めていることを表している．そして，台形を分解することによって表れた三角形が，正方形や長方形の1/2であることが示されている．したがって，三角形の求積公式の説明と同時にこの図の説明にもなりうると考えられる．そのことについては他の子どもが次のように説明している.

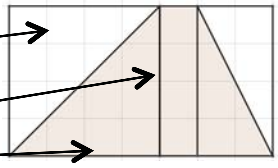
T185:じゃあＨくん.

C170:はい．これは三角の公式といっても２わるってことは，ここに見えないけどあるってことで

T186:何が？何が？

C171:もう１個の合同な三角形が，もう１個ある.

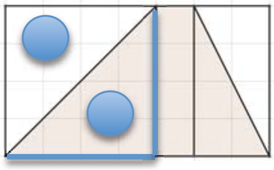
T187:もう１個の合同な三角形がここにありますだって．はい



C172:それで，それで，三角の公式は底辺×高さで

T188:これかけるこれで,

C173:あの，ここの，２つの面積…あの，２つ合わせた面積をだして，それで２わるしたのがこれで,



$4 \times 4 \div 2 = 8$

で，こっちの…

T189:まってね．そこまで理解できたよって人．だからわる２なんだ.

C:（挙手）

T190:思い出した？

C174:三角形の面積を求めるときにやった.

T191:三角形の面積を求めるときにやったんだよな．はい，手を下ろしてください．じゃあ納得？÷2.

C175:（Ａさんうなずく）

T192:÷２は納得？

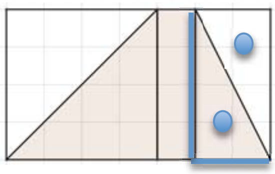
C176:（うなずく）

T193:みなさんも納得？

C177:はい.

T194:解説，ありがとうございます．ああ，じゃあ，こっちも？これは？

C178:２枚分使ってる.



T195:２枚分使ってる.

C179:だから÷２

T196:こうなんですね.

T197:じゃあこれ，解決でいいですか？

C180:はい.

Ａは，図と式の対応関係が分からなかった．三角形の求積方法を忘れていたので，式の「÷２」を見ても，図の中にある三角形と対応させることができなかったと考えられる．つまり，三角形の求積方法という既習の学習内容を活用できなかったために式の意味が分からず，図と式を対応

することができなかったと考えられる．１人目の子どもは図と式の対応関係が議題であったがために，１つ１つの式と図の部分を指し示す説明を行っていた．ところが，A はなぜ図の三角形の部分の式に「÷２」があるのかが分かっていなかった．確かにAは「三角形を求める公式が底辺×高さ÷２だから（C165)」の発言に見られるように三角形の求積公式は覚えていた．しかし，三角形の求積公式までの過程にある「÷２」について理解できていなかった．３人目の H の説明（C170～C179）は，三角形の求積の意味を議題に上がっている図と式の対応関係を用いながら正方形や長方形に倍積変形し，もとの三角形の面積を求めるために「÷２」をするといった説明（C173，C178，C179）をした．既習の学習内容Ⅱの倍積変形を活用した場面であったと考えられる．その後，教師の「じゃあこれ，解決でいいですか？（T197)」に対して子どもたちが「はい（C180)」と答え，なぜ三角形の求積公式の中に「÷２」があるのかの解決に至った．

④とCの式の対応が明らかになったことで，①～⑤の図と式の対応関係の確認を終えた．このとき，C191が①～⑤の式の中に共通点があることに気づいたつぶやきを発した．そして教師が子どものつぶやきを拾い上げることで（T206），次の活動のきっかけになった．

T205:じゃあこれ，式と図が一致したんだ．まず1つ解決したね．どうしました？

C191:なんか，どれも底辺×高さ÷2…

T206:気づいたことがあるの？

C192:はい．

T207:さあ，ここから気づいたことがある人もいるよ．

C193:三角形の公式…

T208:ちょっとまってね．H くんはいつも大変すばらしい発見をしてくれているので，その発見をいっぱいノートに書き溜めておこうね．

T209:さあ，今までの勉強でしたらこのあと何してたっけ？

C194:公式をつくる．

T210:公式．公式つくるために何したんだっけ？

C195:共通点を探す．

T211:共通点を探すんだよね．よし，またこれらの共通点を探すぞ．（共通点と板書）大丈夫かな？じゃあ共通点をノートに書いてください．

解法の共通点を探ることは，台形の求積公式をつくり出す上で必要な活動である．図と式の対応関係という課題を解決した後，次の課題につながる1人の子どもの気づきを学級全体の課題とするために，教師の働きかけ（2-1）（T207，T209，T210，T211）を行い，学級全体の課題として考えるというメッセージを送った．

教師の働きかけ（2-1）によって，子どもたちは平行四辺形や三角形の学習と同じように公式をつくるための共通点探しをはじめた.

C203:今までやった

C204:公式.

T222:正方形の公式が（板書しながら）

C205:公式が，使えます.

T223:使えます.（板書）

（板書しながら子どもの発言を教師が復唱しているので途中抜粋しているところがある）

T231:違うことあなた言ったよね．何て言ったっけ？

C215:今まで面積を求められるような形にして

T232:形に，うん.

C216:求められる形に組かえている.

T234:形に組みかえている.

C217:組かえ変身

T236:組かえ変身

C218:倍変身

T237:倍変身

C219:組かえ変身，倍変身

C220:面積を…

T240:形に，まあ変身させてるんだよね.

C221:変えてきた.

T241:変えてきた．そうだよね.

C222:変身.

T242:変身．組かえと倍（板書）

T243:倍したらどうするの？

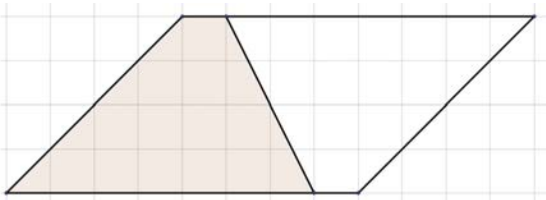
C223:２でわる

C224:もどす.

T244:２で，もどす．そうだね．にしています.

子どもたちはまず，今までの学習と同じように，解決方法に共通していることを取り上げた．それは，既習の学習内容であるⅠ（C217），Ⅱ（C218），Ⅳ（C205）である．その後，それぞれの図（元の台形）がどんな変形により何の図形に置き換えられたのかを確認した．例えば，以下の通りである.

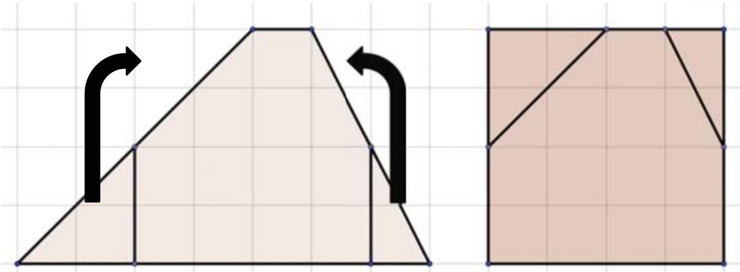
T246:これは一体何形にして何変身したの？



C225:平行四辺形に倍変身した

T247:これは平行四辺形倍変身ね（模造紙に書く）平行四辺形倍変身.

T248:はい．②番は何でしょう？



C226:正方形に

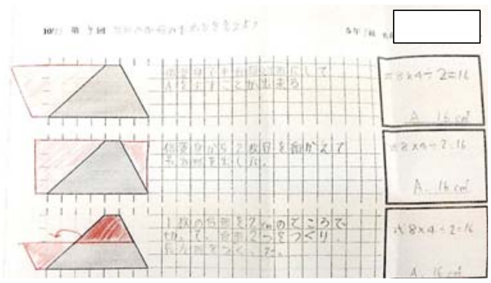
C227:組かえ

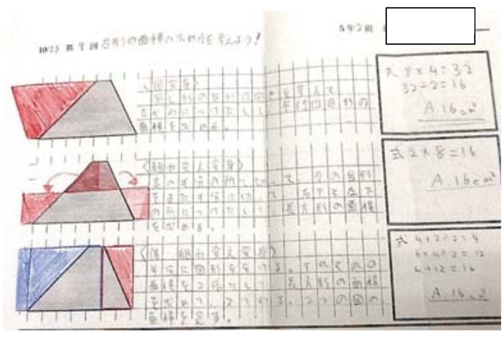
T249:正方形に？

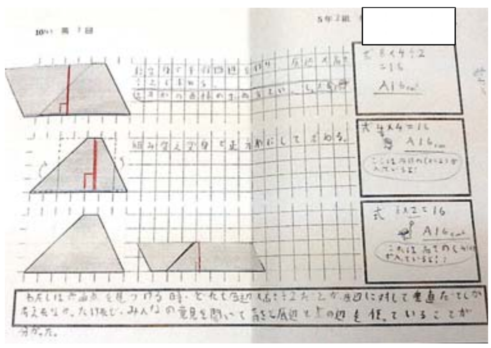
C228:組かえ

T250:正方形で組かえ（模造紙に書く）

平行四辺形や三角形の学習同様，元の図形を何の図形にどんな変形方法を用いたのか確認したが，子どもたちは元の図形を何の形にどんな変形方法で変形するのかといった目的をもっていたので，（例えば下図の子どものワークシートに何の図形にどんな変形を行ったのかの記述があることから）①～③の方法は答えることができたと考えられる.





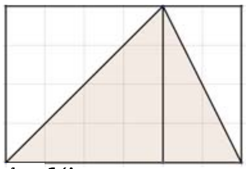


ところが，④の図になったとき，多くの子どもたちが倍積変形と答えた．これは，平行四辺形や三角形を等積変形と倍積変形だけで解決してきたことが原因と考えられる．分解・合成の方法は，４年生の長方形の複合図形以来使っていないアイデアである．分解・合成された図だけで見ると，倍積変形で長方形に変形させたようにも見える．さらに，三角形の求積方法を考えるときのアイデアの１つに，類似した図があった（参考図参照）．したがって，倍積変形を子どもが想起したと考えられる．

※参考図

三角形を長方形に倍積変形

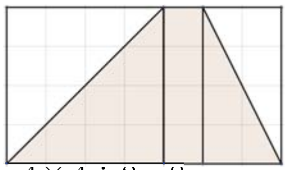
既習の学習内容Ⅱ



式：４×４＝16
２×４＝８
（16+8）÷２＝12　<u>答え 12 ㎠</u>

台形を２つの三角形と１つの長方形に分解・合成

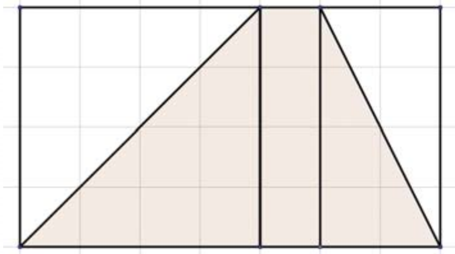
既習の学習内容Ⅲ



式：４×４÷２＝８
１×４＝４
２×４÷２＝４
８＋４＋４＝16　<u>答え 16 ㎠</u>

以下のやり取りから，多くの子どもは倍積変形または，倍積変形と等積変形を組み合わせたものだと捉えていることが分かる．

T254:じゃあ④番は？



C231:…倍と組かえです.

C232:長方形と三角形に変えた…

T255:ん？

C233:倍と見た方がいいんでしょうか?

T256:組かえ…

C234:分けてる

C235:倍組かえ.

T257:倍組かえをした…ほんと？

C236:倍組かえじゃないですか？

T258:組みかえてる…倍組みかえ，え，これどういう意味？これ倍組かえっていう根拠で言ってるの？

C237:÷２をしているってことは何かを入れてとるってことだから，四角形をつくって…

T259:まずこれ，倍変身してる？

C238:はい.

T260:え，倍変身してるって思う人（挙手）.

C239:はい

T261:いや，ちがうんじゃない（挙手）.

C240:（挙手数名）

C231 や C232，C235, C236 から，等積変形と倍積変形を組み合わせた方法，C233 から倍積変形と捉えていることがわかる．しかし，中には C234 のように既習の学習内容Ⅲ分解・合成に気づいている子どももいることもわかる．ここで教師は子どもに根拠を聞いている(T258)．これは，（1）「既習の学習内容を根拠にして説明をさせる」そのものを問うために行った．それを受けて，倍積変形ではないと考えている子どもが説明を以下のように行った．

T262:ちがう？はい（指名）．Ｋくん，ちがう？

C241:はい，これ，④番は，倍にはなってません.

T263:④番は倍にはなってませんだって.

C242:なぜなら，真ん中にある長方形は，あの，倍ささってないから，もともと台形にあった形なので，倍にはなってないと思います.

C243:同じです.

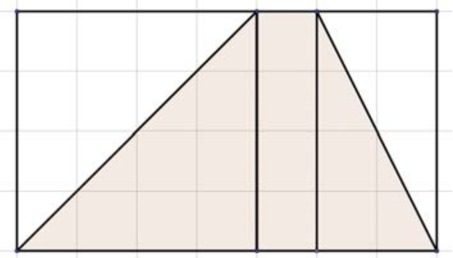
T264:意味分かった人.

C244:（挙手）

T265:いや，今の説明でよく意味がわからなかった人

C245:（挙手なし）

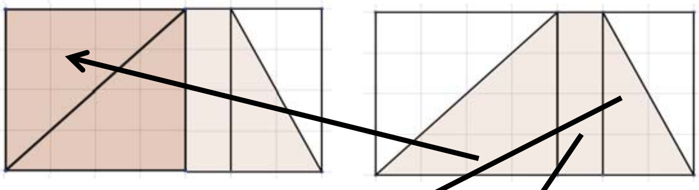
Ｋは，下の図は台形を倍積変形になっていないと発言した（C241）.



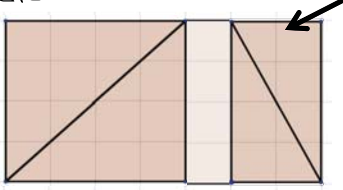
分解して生じた三角形は，正方形と長方形に倍積変形し，÷２をして三角形１つ分の面積を求めていることは，Ｈの説明（C170～C179）でみんな納得済みであったが，Ｋは台形を分解して生じた真ん中の長方形は，倍積変形させて求積していないことを指摘している（C242）．それを受けて教師は(1-3)を投げかけたが(T265)，「意味がわからない」と挙手した子どもがいなかった．しかし，子ども全体の反応を見たときに，十分に納得していない様子を見せる子どももいた．Ｈの説明が言葉だけによるものだったためだと考えられる．そこで，Ｋにさらに図を操作させながら(1-2)説明させることにした.

C251:まず，④番は，ここを正方形にするために

T272:正方形にするために，これをここに



C252:これもここに



C253:長方形ができて，もうひとつのこれは，
ここに，倍にするなら，これをどこかに
入れなきゃ台形をもう一つ使ったことに
ならないけど，これ（横１cm の長方形）は
どこにも入れなくてもいいので，倍にはなって
ないと思います.

T273:納得（挙手）

C254:（挙手多数）

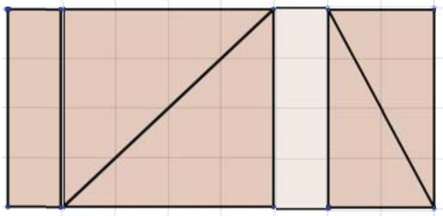
Ｋは，C253 に見られるように，もし倍積変形であれば，合同な図形を２枚全部使って求積しているはずだという根拠を基に，合同な２枚の台形を使って，この図が倍積変形の図ではないことを説明した．教師は再度(1-3)を投げかけた．先程の T264 の問いかけによる子どもの挙手よりも多数いた.

さらに，この図が倍積変形ではないことが以下のやり取りの中で鮮明になる．

T275:じゃあ，これ何だ？

C255:先生，これ無理矢理入れなかっただけで，マスがあれば入れれるんじゃないですか？横に.

T276:これを？（横１cm の長方形）横にって何？横に置くの？



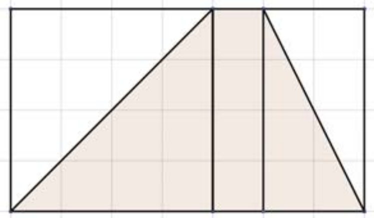
C256:はい.

T277:どう置くの？

C:端っこにおけばいいじゃん.

C257:隣に.

C258:そこら辺です.



T278:え，じゃあもしこうした場合は，式が変わりますよ.

C259:４×４÷２…

C260:でも離れてるな

C261:（式が）変わった．すげー変わった.

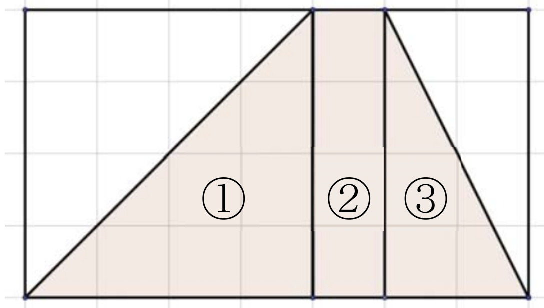
T279:もし，倍変身にするんだったら，これも（横１cm 長方形）この中に入れなきゃならないよだって．ここまでは納得しました？

C262:はい.

教師はこれまでに繰り返し(1-3)を問いかけ続けている．ここでも T279 で納得したかどうかを問いかけているが，このように問いかけを続けることによって，集団検討で取り上げられている問題を子ども一人ひとりの問題として考え続けるメッセージを送った．こうすることによって，ここの問題場面において，既習の学習内容Ⅱかどうかを吟味し，もし既習の学習内容Ⅱの倍積変形であれば，変形させた図が変わるはずだということを，実際に図形を操作しながら集団検討することによって明らかにすることができたものと考えられる.

次に，既習の学習内容Ⅲであることを捉えさせるために，子どもに第４学年の長方形の複合図形を想起させるために，教師が(2-2)を行った(T295，T299)．

T285:ここの面積と，ここの面積と，分かりやすいようにナンバリング．①②③



T286:これ（４×４÷２＝８）が，何番？

C268:①

T287:①

T288:はいこれ（２×４÷２＝４）は

C269:③

T289:①③②

T290:で，これ（８＋４＋４＝１６）は?

C270:①②③

T291:①？

C271:たす

C272:②

T292:②

C273:たす

T293:たす

C274:③

T294:③

T295:あれ，これさ，こういうやりかたさ，どっかでやんなかった？

C275:ぼくですーぼくですーあのーあれです

T296:あ，何？

C276:前，三角形で，H くんが２枚使って…

T297:でもさ，H くんのってあれ，倍変身じゃなかった？

C277:倍変身と組みかえ変身が…

C278:倍組みかえ

T298:でもこれだから，倍変身にまずなってないでしょ？

C279:先生，そういったら，無理矢理組みかえ変身でおさめなきゃいけなくなるでしょ．組みかえ全然してません．ただ分けただけ．

T299:先生が思い出してほしいのは，４年生の勉強ですよ．

子どもが教師の(2-2)から第4学年の既習の学習内容Ⅲを想起したことが以下のやり取りに見られる．

C284:先生，あの一凹んだ形をなんか，

T301:凹んだ形を

C285:求める時に切って

T302:求める時に切って

C286:それをたしたやつ

T303:それをたしたやつ

C287:そして最後引く

C288:こういうこんなへんな形やつを，凹んでるとやりにくいから

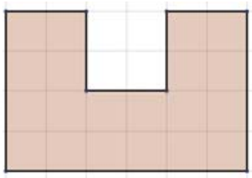
T304:Y さんおいで．かいてちょうだい．

C289:あ一あれか．あの面積のやつだ

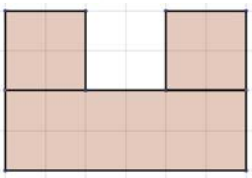
C290:あの学校のやつ

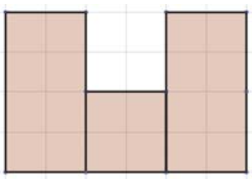
C291:とってくっつけるやつだ

C292:（黒板に書きながら）こんな感じの形のやつがあったとして，



それを一番簡単な方法するにはこうするかこうする方法だったんですけど，





でも，このままだとここのとことかここのとことかだけになっちゃうので（分解した部分だけ）全部たしたやつと似ていると思います．

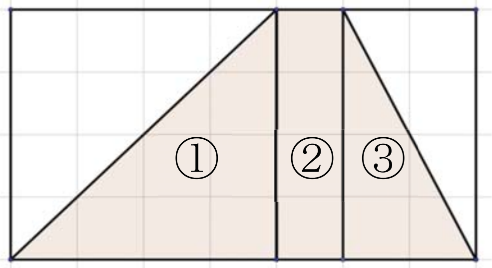
教師はYに(1-2)を促した．その結果Yは，上記のプロトコルのように，4学年で学習した長方形の複合図形を分解・合成で求めたやり方を説明した（C284～C288，C292）．

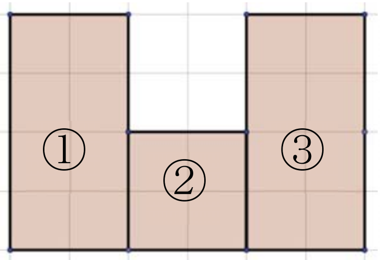
さらに，台形の分解・合成と並列して説明したり，4 学年の学習時に名づけた方法を思い出させたりすることで，既習の学習内容Ⅲ，分解・合成によるアイデアを子どもにもう一度想起させる指導を以下の通りに行った．

T317:今回このやりかたに似てません？

C303:つけたしてる

T318:つけたしてるね．この①を求めて②を求めて③を求めてる．①求めて②求めて③求めてどうしたの？





C304:最後はたした

T319:最後たした．これは，

C305:たした．

T320:たした．同じだね．

T321:じゃあこれは，あれ，あ，何か 4 年生の時に既にやっていた方法だね．これ何法っていうんだ？

C306:わけてたす法

T322:あーわけてたす法．

C307:わけたし

T323:わけたし

C308:そういえば，わけたしって何か聞いたことがある．

T324:聞いたことある？

C309:わけたしってその凹凸のあるときにやったような．

C310:あ，やったね，わけたし．

T325:わけたしね．

これは，教師の働きかけ(2-2)にあたる．前項の Y の説明（C284～C288，C292）によって 4 学年の既習の学習内容を子どもに想起させた後，教師が台形の場合にもあてはめて考えることができることを説明した（T317～T320）．その後，台形を分解・合成して面積を求める方法が既習の学習内容Ⅲであることを確認した（T321）．

このように全ての方法で使われた考え方を確認した後，求積公式に向けた解法の共通点である，元の図形のどこの部分を使っているのかを吟味する集団検討に移っていった．

T341:他に共通点ありますか？

C327:はい

T342:三角形のときどうしたっけ？

C328:先生，先生

T343:３人だけか．１回手下ろしてね．三角形のとき，H くん，共通点探すときどういう所見てた？

C329:求め方とか

T344:求め方とか

C330:形．どんな形か

T345:今，どんな形か

C331:特徴

T346:やったね.

C332:特徴とか．あとは…

教師の働きかけ（2-1）（T341）をすることで，平行四辺形や三角形のときと同様に，元の図形のどの部分が使われているのかを吟味する活動に行いたかったのだが，子どもから「元の台形の上底と下底と高さの部分を使って求めている」という発言は出てこなかった．取り扱う議題が多かったのが一因に挙げられる．もう一つ考えられることは，平行四辺形や三角形の場合，底辺と高さの２線分の積が共通点であったが，台形の場合は上底と下底をたして，高さをかけ，２でわるということから，今までの見方を拡げる必要がある．さらに，上底と下底をたしているというところが子どもにとって捉えづらいところである．こうしたことが想定されていたので，筆者は今までの学習で行っていたことを子どもたちに発話した．そのやりとりが以下の通りである．

T347:あとどういうふうに見つけていったっけ？

C333:多分

T348:多分？（A さんにあてる）

C334:底辺…

T349:どこの？底辺，どこの？どの図形の？

C335:どれも

T350:どれも？

C336:底辺と高さを見つけてから

C337:底辺と高さ？K くんどこの底辺と高さを見つけてから？

T351:この図形（変形させた）の底辺と高さ？

C338:その（変形させた図形の）底辺と高さを見つけてから，何かやったような…

T352:そのあとどうしたっけ？

C339:底辺×高さ…

C340:垂直？

T353:そのあとどうしたっけ？

C341:垂直を探していた…

T354:元の図形と…

C342:組みかえた後の

T355:組みかえた後と比べませんでした？

C343:あ，答えを一致させた.

T356:比べてみてください．元の図形のどこを使っていたのか.

C344:ああ

T357:ていうふうに，見た時に，共通点はないですか？見てください.

C345:元の図形と

T358:元の図形と組みかえた，変身させた図形…元の図形のどこを使っていたのかな？と見てください．ちょっと見てね．それで気づいたことがあったらメモしてね.

（約３分間自力解決の時間をとる）

子どもの気づきを促す教師の働きかけ(T347，T352，T353，T355)を行ったが，子どもたちは気づくことができなかった．そこで教師が，平行四辺形や三角形の学習で吟味していた視点である「変形した図形の求積公式を使って面積を求めた後，使った数値が元の図形のどの部分にあたるのか」を子どもに投げかけた（T356)．そして，子どもたちが吟味する時間を設けた．その後の集団検討は，以下の通りであった.

T362:発表できますか？じゃあ１個ずつならできそうですか？全部だとちょっと難しそうかな？

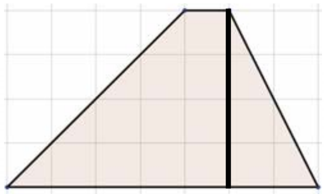
T363:これ（①）は元の台形のどこ使ってますか?

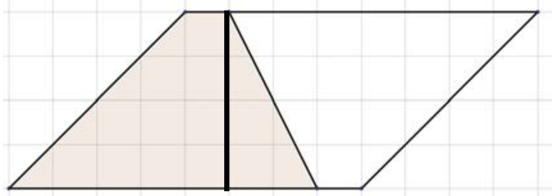
C346:高さ.

T364:高さ使ってますか？元の台形の高さを使っている，いない，どっちですか?

C347:いる

T365:いる．ここ（高さ）使っているんだね.





T366:あとはどこ使ってますか？

C348:底辺

T367:底辺．元の，あれ？元の台形の？底辺何 cm？

C349:８cm

T368:えっ？８cm？

C350:７cm

T369:７cm？どっち？

C351:７センチ

T370:数えて．自分の紙で

C352:７センチ

T371:７cm ね．これ（①の平行四辺形の底辺）８とかいてあるから

C353:先生それあの台形って，もう１個黒で線引いているところも合わせて８ってかいてある

T372:ここ（元の台形の下底）は７cm だよ．ここ 7cm（元の台形の下底にかく）でも実際これ（変形後の平行四辺形の底辺）は８cm．合わないね.

平行四辺形や三角形の時は，変形させた図形の底辺と元の三角形の底辺の長さが一致していたが，台形の場合は，変形させた平行四辺形の底辺と台形の底辺（下底）の長さ上底と下底をたしている．そのことに子どもは気づいていない様子が伺える（C348～C352）これは，今まで学習してきた平行四辺形や三角形の求積の場合，変形した後の図形の２線分の長さだけを使っていたことが原因として考えられる．そこで，あえて教師が元の台形の底辺と倍積変形させた平行四辺形の底辺の数値が合わないことを示すことによって（T372）倍積変形した平行四辺形の底辺が元の台形の上底と下底を合わせていることに気づかせようとした．その後，以下の通りのやり取りがあった.

C354:先生，それ台形が，上がとんがりじゃなくて，平行だから平らになっているんです．それがたささって，

C355:それで７センチと１センチ合わせて８センチ…

T373:え？これどうやったら８センチになるかわかった人.

C356:はい（挙手多数）

T374:それがよく分からない．なんで８なの７がなんで８になるの，わかんないって人.

C357:（挙手無し）

T375:じゃあみんな説明できるんだね.

C358:はい

T376:できるんだね，説明.

C359:はい.

T:377 じゃあＹくん．何で８なの？

一部の子どものつぶやきによって（C354，C355），倍積変形させた平行四辺形の底辺の長さが元の台形の下底の長さだけでないことに気づきはじめた様子が伺える（T373，C356）

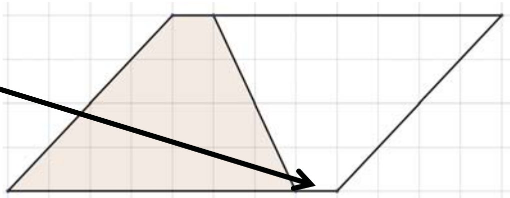
ここでも教師の働きかけ(1-3)(T374)が行われた．しかし，分からないという意思表示をした子どもはいなかった．そこで，今まで発言していなかったＹを指名し，本当に理解しているかどうか確認するために，(1-2)図形を操作させながら説明をさせた.

C361:三角形だと倍変身した時にここがとんがって

いるから，底辺の長さが変わらなかったけど，

T379:あ，そうか．三角形は上とんがってたから

底辺の長さは変わらなかったんだ．



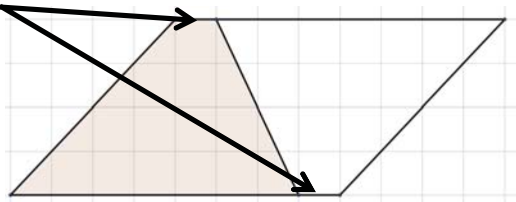
C362:これは，台形だからこっちが平らだとこっちも平らになって

T380:うん

C363:底辺の長さが長くなっている

T381:長くなっている．どの分長くなってるの？

C364:１センチ



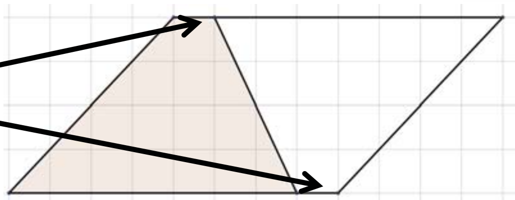
T382:１センチ．１センチってどこの長さが１センチ？

C365:ここ

T383:ここだけ？ここだけ1cm？

C366:ここ

T384:ここ．どうですか？



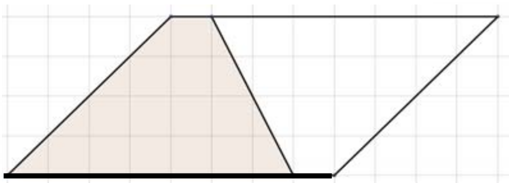
C367:いいです．

T:じゃあこれ８って書かないで何て書けばいいですか？

C368:７cm と１センチ．

T385:式で表わすと？

C369:７＋１



C361，C362 に見られるように，(2-2)の働きかけがなくても，Y は三角形の学習での倍積変形の方法を引き合いに出しながらも，三角形にはなかった上底の存在が，倍積変形をした平行四辺形の底辺に表れることを，図を使って説明した．この説明が他の子どもに伝わったかどうか，教師の働きかけ(1-4)を行って他の子どもを指名して説明させた．

T388:これ，大丈夫？納得した人.

C371:（挙手多数）

T389:ていうふうに，元の台形の底辺と高さとあとどこ使ってました？

C372:？

T390:底辺とここ（高さ）とあとどこ使っていました？

C373:上の

T391:M さんどこ使っていました？

C374:底辺？

T392:だから，底辺と高さと，あとどこの辺の長さを使っていました？

C375:上の

T393:上の？

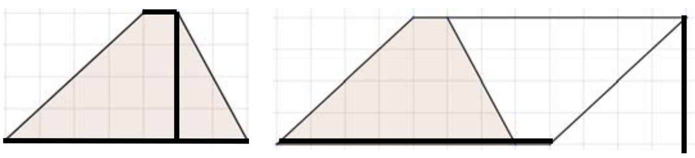
C376:上の辺.

T394:上の辺．ここですね.

C377:底辺に平行な

T395:底辺に平行な？

C378:上の辺.



使ってたんだね.

C379:はい.

M は，Y の説明になかった上底と下底の平行関係もつけ加えて説明している(C377，C378).

①のやり取りと同様に，②〜⑤までの解決方法も，元の台形の上底と下底と高さを使っていることを確認した.

本時のプロトコルを分析した結果，以下のことが分かった.

（1）「既習の学習内容を根拠にして説明をさせる」における教師の働きかけ

(1-1) 子どもが考えた求積方法の図と式を別々に提示し，どの図と式が一致するか吟味する場を設けた結果，図と式がなぜ対応するのか理由を説明する集団検討につながった.

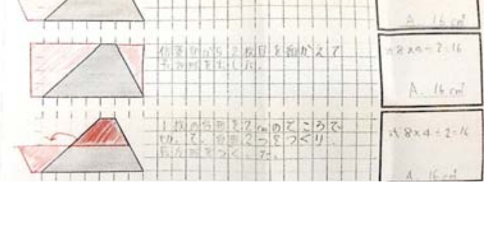
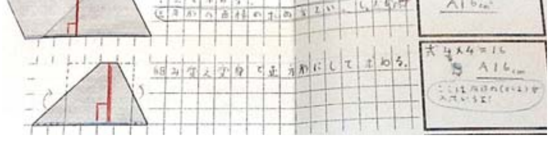
(1-2) 図形を操作させながら説明させることによって，例えばC253の説明によって言葉だけの説明のときよりも「わかった」と挙手する子どもの人数が増えるといった，子どもの理解の一助となっていた.

(1-3) 子どもの説明の後に「納得したかどうか」「説明の中にわからないところがないかどうか」と教師が投げかけることによって，子どもは既習の学習場面に戻りながら既習の学習内容を活用して説明していた．例えば，式の中になぜ「÷２」があるのかがわからないという主旨の発言したC160に対して，最初の説明は「三角形を求める時は，÷２するから（C163）」というものであった．しかし，なぜ三角形を求める公式が底辺×高さ÷２なのかがわからないことから（T182～C167），次に説明する子どもは，三角形の面積を求める学習において倍積変形の考え方をもちだして説明した（C170～C179）．このように，「わからない」と言った子が納得するまで，説明する子どもは説明する自分自身の中にある既習の学習内容を活用して説明しようとしていた.

(1-4) 子どもの説明の後に「わかった」「納得した」子どもにもう一度説明させることによって，子どもが本当に理解しているかどうかを確認することができた（T180～C167，C361～C366，C374～C378）.

（2）「既習の学習内容との共通点を明確にする」における教師の働きかけ

(2-1) それぞれの考え方の共通点を問うことによって，子どもたちは今までの学習と同じように解決方法に共通している既習の学習内容Ⅰ（C217），Ⅱ（C218），Ⅳ（C205）を使って解いたことを確認した．これは，次の新しい図形の求積方法を考えるときの手がかりになると考えられる．なぜなら，平行四辺形や三角形の求積方法の共通点を吟味した時，求積公式が明らかになっている図形に統制期変形や倍積変形をして面積を求めていたことが，今回の台形の求積方法を考えるときの手がかりになっていると考えられるからである．例えば，自力解決における子どものワークシートの記述にも見られる.

台形の時も，平行四辺形や三角形の学習と同じように，今まで明らかにしてきた図形に等積変形や倍積変形させれば台形の面積を求めることができるということを集団検討で吟味することによって,「求積公式が明らかになっている図形に等積変形や倍積変形をすれば,求積公式が分からない図形の面積も求めることができる」という今までのアイデアの有効性を確認することができたと考えられる．台形の求積方法を全員が解決できたことからも（後述の台形の求積方法の自力解決の様子を参照）次のひし形の求積方法を考えるときも「求積公式が明らかになっている図形に等積変形や倍積変形させてもよいだろう」という類推が働き，自力解決の手がかりになると考える.

また，解法の共通点を探ることは，求積方法をつくり出す上で必要な活動である．図と式の対応関係という課題を解決した後，次の課題につながる１人の子どもの気づきを学級全体の課題とするために，教師の働きかけ（2-1）（T207，T209，T210，T211）を行い，学級全体の課題として考えるというメッセージを送ったことによって，子どもたちに次なる追究する課題を明示したことによって子どもたちに平行四辺形や三角形の学習と同じように公式をつくるための共通点探しを促した.

(2-2) 活用した既習内容がいつのどのような学習内容を活用しているのかを振り返らせる問いかけをすることで，取り上げられた課題を既習の学習内容に結びつける働きかけをすることができた．例えば，分解・合成の考えを用いて台形の面積を求めた方法を吟味する場面では，C253 の説明によって倍積変形の考えではないことを明らかにした後，教師の働きかけ（T299）によって子どもから４学年の既習の学習内容であることを引き出させることができた（C284～288，292）．そして，台形の場合にもあてはめて考えることができることを確認したことによって（T317～T320)，子どもに４学年の既習の学習内容である「わけてたす法（C306)」「わけたし（C307)」に結びつけさせた．こうすることによって，次の新しい図形の面積を求める時，例えば一般の四角形や多角形の面積を求める時に，対角線で分割して三角形に分解し，合成するといった問題解決の手がかりになると考える.

（2-1.ⅱ）子どもの自力解決の様子（ノート分析）

台形の求積方法を考える学習で，子どもはどのような自力解決を図っていったのか，ワークシートに書かれた子どもの様子を考察する．この考察は，検証授業に生かされたと思われる前時までの授業での既習の学習内容がどのように生かされたのかを考察する上でも必要である．子どもたちが考えた台形の求積方法は８通りあり，内訳は次の通りであった.

① 分解合成（三角形と長方形）・・・・・４人

② 分解合成（三角形と三角形）・・・・・１人

③ 等積変形（底辺 1/2 長方形）・・・・・13 人

④ 等積変形（高さ 1/2 長方形）・・・・・７人

⑤ 等積変形（高さ 1/2 平行四辺形）・・・15 人

⑥ 倍積変形（長方形）・・・・・・・・・13 人

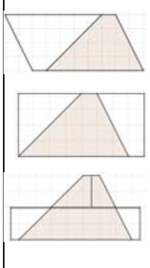
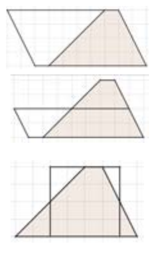
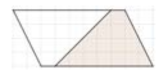
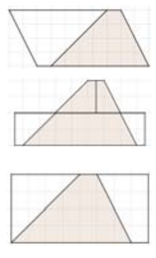
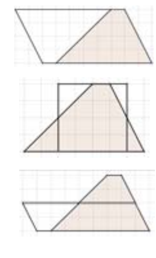
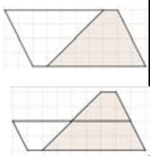
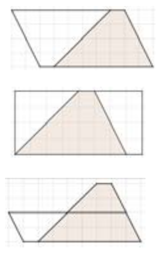
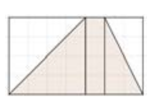
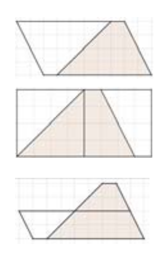
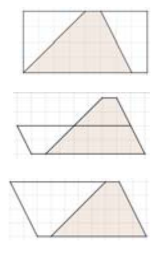
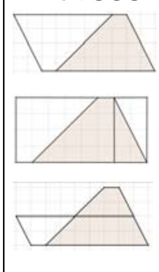
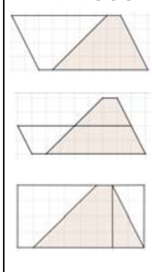
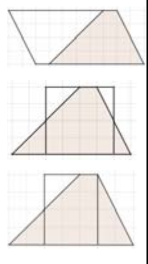
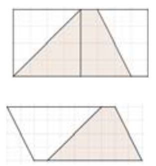
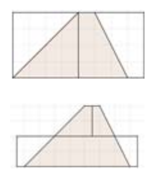
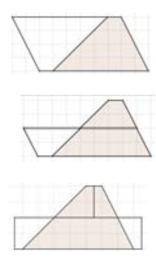
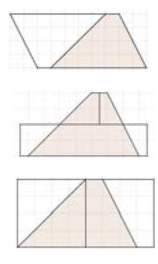
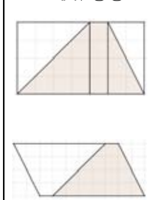
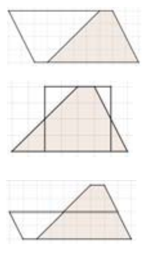
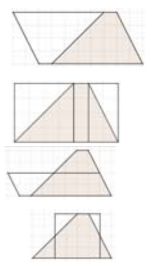
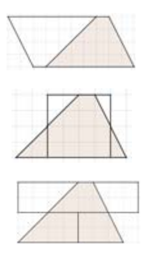
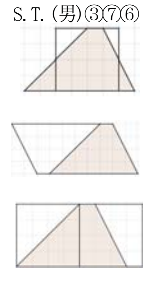
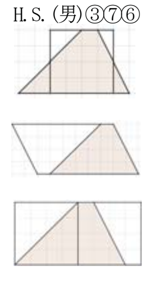
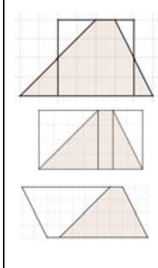
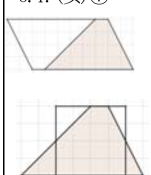
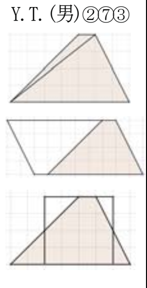
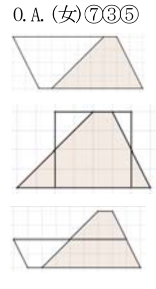
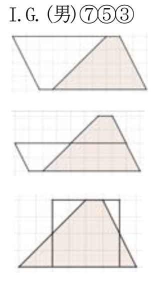
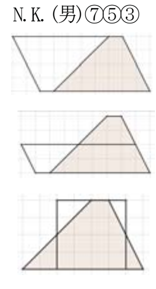
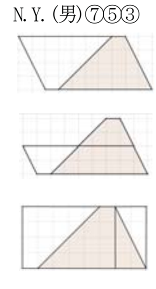
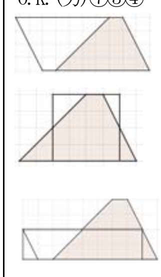
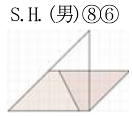
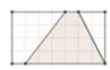
⑦ 倍積変形（平行四辺形）・・・・・・・29 人

⑧ 倍積変形（三角形）・・・・・・・・・１人

上記より，倍積変形で解決した子どもが 31 人中 29 人と突出して多いことがわかる．これは，三角形と台形が似通った形をしていることと，三角形の学習で倍積変形の考え方の有用性を感じた子どもが多かったことが考えられる．また，31 人中 27 人が何らかの等積変形でも解決に至っている．平行四辺形で面積を変えずに長方形に変形した経験や，倍積変形と違って面積を変えることなく求めることができる安心感があることが考えられる．前時までの学習を活用して問題を解決している様子を読み取ることができる.

自力解決の様子一覧を次に記す.

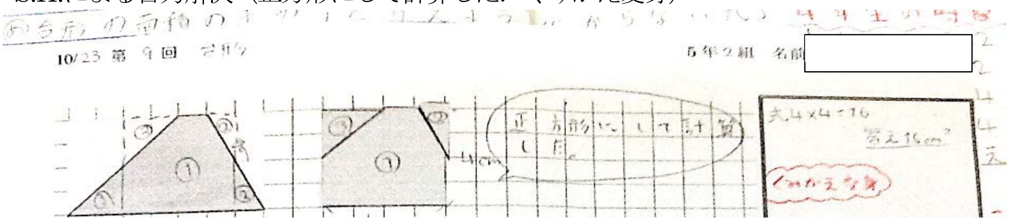
子どもの自力解決で得られた台形の求積方法一覧（座席表にて掲載．下が黒板側）

N.M.(女)⑦⑥④ 	M.K.(男)⑦⑤③ 	O.R.(男)⑦ 	I.S.(女)⑦④⑥ 	F.J.(女)⑦③⑤ 	①分解合成 (三角形と長方形) ②分解合成 (三角形と三角形) ③等積変形 (底辺1/2長方形) ④等積変形 (高さ1/2長方形) ⑤等積変形 (高さ1/2平行四辺形)	⑥倍積変形 (長方形) ⑦倍積変形 (平行四辺形) ⑧倍積変形 (三角形)
S.D.(男)⑦⑤ 	K.R.(男)⑦⑥⑤ 	F.K.(男)① 	H.M.(女)⑦⑥⑤ 	T.A.(女)⑥⑤⑦ 	K.S.(女)⑦⑥⑤ 	S.Sh(男)⑦⑤⑥ 
S.H.(女)⑦③① 	S.S.(男)⑥⑦ 	O.H.(女)⑥④ 	S.H.(男)⑦⑤④ 	T.S.(女)⑦④⑥ 	Y.S.(男) 欠　席	T.S.(男)①⑦ 
T.A.(男)⑦③⑤ 	O.H.(女)⑦①⑤③ 	K.K.(女)⑦③④ 	S.T.(男)③⑦⑥ 	H.S.(男)③⑦⑥ 	I.H.(女)③①⑦ 	O.Y.(女)⑦ 
Y.T.(男)②⑦③ 	O.A.(女)⑦③⑤ 	I.G.(男)⑦⑤③ 	N.K.(男)⑦⑤③ 	N.Y.(男)⑦⑤③ 	O.K.(男)⑦③④ 	S.H.(男)⑧⑥  学級で唯一の三角形倍積型に変形 

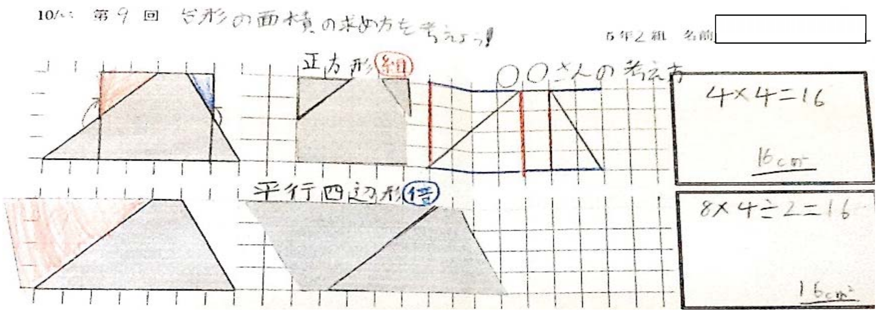
全ての子どもが何らかの変形方法を用いて何らかの図形に帰着させて求積することに成功している.

<子どもの自力解決の一例>

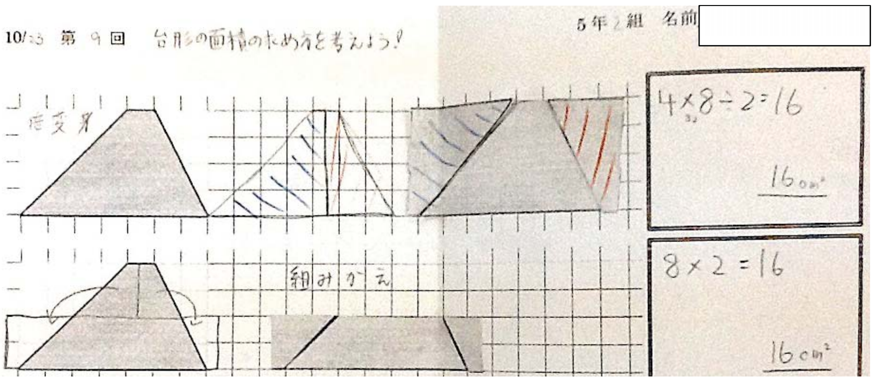
S.H.による自力解決（正方形にして計算した. くみかえ変身）



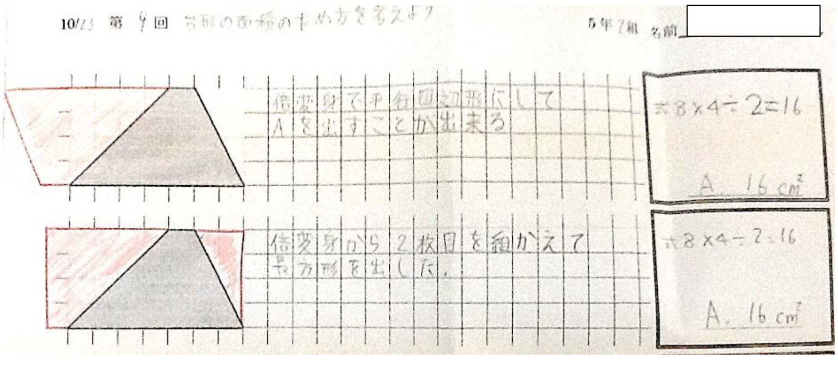
S.T.による自力解決（正方形㊗，平行四辺形㊗）



O.H.による自力解決（倍変身，組みかえ）



K.S.による自力解決（倍変身で平行四辺形にしてＡを出すことが出来る，倍変身から２枚目を組みかえて長方形を出した）



前項に挙げた子どもの自力解決の様子から，求積公式が明らかになっている図形に組みかえたり（等積変形）倍変身させたり（倍積変形）して，変形させた図形の求積公式を活用して問題を解決していることが読み取れる．子どもは今までの学習内容を活用して問題を解決していたと判断できる．

また，台形の斜辺を使って求積しようとつまずく子どもがいなかったことから，2 線分の垂直関係が子どもの意識にあったと考えられる．

そこで，台形の求積方法を自力で解決できるようになるまでに，求積公式が明らかになっている図形に変形する考えや，2 線分の垂直関係のとらえがどのようになされていったのか，前時の授業までの集団検討を考察することで明らかにしていく．

2-2 検証授業に生かされたと思われる前時までの授業での教師の働きかけと子どもの自力解決の考察

台形の求積方法を考えるにあたり，今までの学習が検証授業でどのように活用されたのか，前時までの授業プロトコルと学級全体の自力解決の傾向，抽出児童によるノート分析で考察を行っていく．なお，集団検討の後，自分の考え方を省察し，自分の中の既習の学習内容との統合がはかられていくといった授業過程をとっているため，プロトコル分析と子どものノート分析を並列して行っていく．その理由は，集団検討で得られた知見が感想やその後の自力解決に反映される可能性があるからである．また，授業のプロトコルが混同しないようにするために，平行四辺形の授業のプロトコル表記を平行四辺形を「平 T○○，平 C○○」，三角形の授業のプロトコル表記を「三 T○○，三 C○○」とする．分析する視点を以下に再掲する．

(2-2. ⅰ）台形の求積方法に生かされたと思われる前時までの授業のプロトコル分析

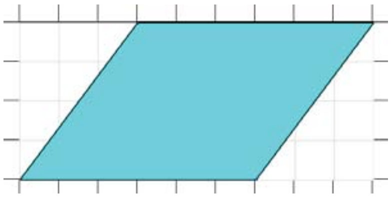
(2-2. ⅱ）前時までの子どもの自力解決の様子や感想の様子（ノート分析）

子どもたちは，色板を使った図形の多様な見方，等積変形や倍積変形の見方を学習した後，平行四辺形の求積，三角形の求積を行ってきた．台形の求積方法を考える授業はその後に行っている．まず，台形の求積までの子どもたちの自力解決の様子を見ると，次の通りであった．

10/9(金)（２／13 時）「平行四辺形の面積を求める方法を考える」子どもの自力解決の様子

N.M.(女)①	M.K.(男)①	O.R.(男)②	I.S.(女)①	F.J.(女)②	①三角形移動型 ②台形平行移動型 ③高さ半分 底辺２倍型	④対角線三角形 (失敗)
S.D.(男)④①	K.R.(男)①② 立式せず	F.K.(男)① 立式せず	H.M.(女)①	T.A.(女)①	K.S.(女)①	S.Sh(男)①
S.H.(女)②④	S.S.(男)①	O.H.(女)①	S.H.(男)①③	T.S.(女)①	Y.S.(男)① 立式せず	T.S.(男)①
T.A.(男)①②	O.H.(女)①	K.K.(女)①	S.T.(男)①	H.S.(男)①②	I.H.(女)①③	O.Y.(女)①
Y.T.(男)①	O.A.(女)①④	I.G.(男)①	N.K.(男)①	N.Y.(男)①②	O.K.(男)①	S.H.(男) 時間内にはできなかったが，次の時間に自力で③に変形

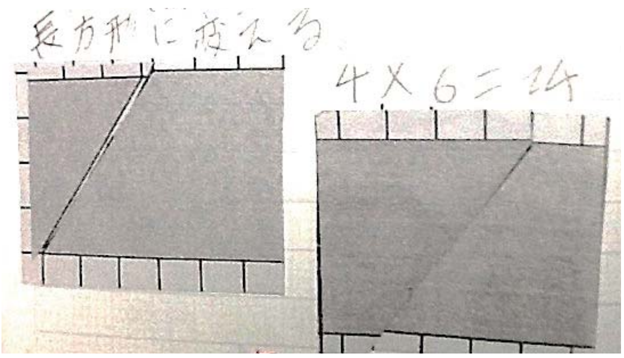
<用いた作業用平行四辺形シート>



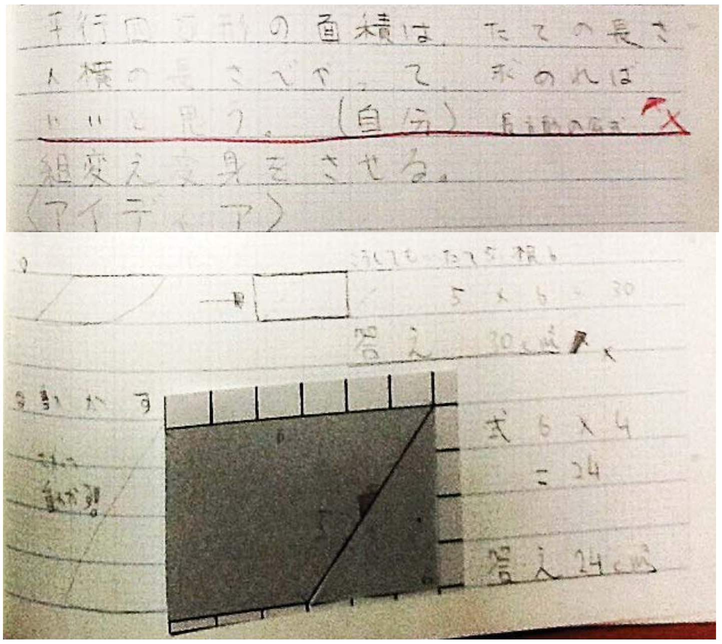
第４学年の面積の学習後に初めて扱った平行四辺形の求積問題において，32 人中 29 人が長方形に等積変形して求積することができた．変形した後の長方形のたての長さと横の長さを元の平行四辺形の目盛りと対応させて立式し，求積することができた．この時，子どもたちは，長方形の横にあたる長さと平行四辺形の底辺が対応していることや，長方形のたてと平行四辺形の底辺に対する垂直な線分である高さが対応していることを無意識に使って立式している．例えば次項に示している I.G.や T.S.のように，長方形に等積変形した後，目盛りにピタリとあったたてと横

の長さにあたる数値を使って平行四辺形の面積を求めていることがわかる．

＜I.G.の解決の様子＞



＜T.S.の解決の様子＞

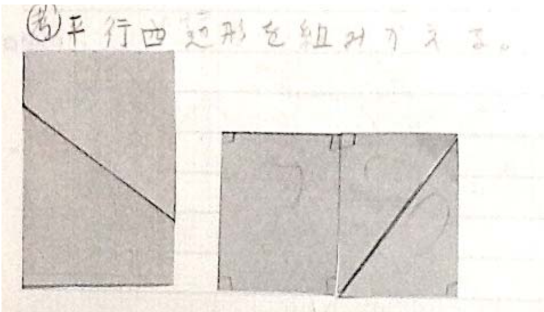


自力解決ができた子どもたちは，基本的にはI.G.やT.S.のような表記であった．ここでは，子どもたちは元の平行四辺形の底辺とその垂直関係の線分である高さを使っているという意識はないと思われる．それは，問題解決の様子を観察したときに，定規を用いずに目盛りを数えている様子が見られたいたからである．

求積することができなかった子ども３人は，長方形に等積変形をすることができたが，変形後，長方形のたてと横の長さが分からずに立式できなかった．これは，用いた作業用平行四辺形にマス目がないもので等積変形をした結果だと思われる．方眼上に平行四辺形をおいたものだが，方眼は見えない．１cm の区切りが見える程度である．これを平行四辺形に切った後，長方形に等積

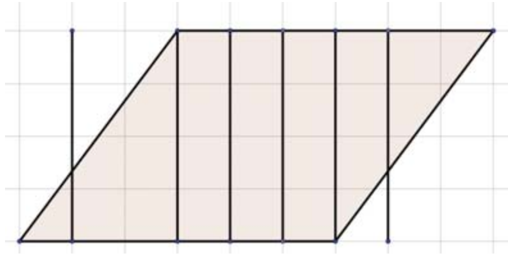
変形したのだが，目盛りが見えない．元の平行四辺形のどこを使って長方形に等積変形したのかを振り返ることができなかったことが原因と考えられる．作業用シートを１枚ではなく，数枚子どもたちに配布しているので，変形した後，元の平行四辺形と比べることは可能であったが，元の平行四辺形に戻ることができなかった．机間指導の時に，長方形のたてと横の長さを，区切りの線が入っている元の平行四辺形のシートをもとに考えさせたが，解決できなかった.

＜できなかった例：K.R.の自力解決の様子＞



平行四辺形の求積方法を考えたあと，元の平行四辺形のどこを使って求積したのか，集団検討を行った．その場面では，長方形に変形させた時のたての長さが，平行四辺形の２辺の平行の直線の間の部分が対応していることに子どもたちは気づいていった.

平 T186:今，トントントントントン，でここ切った．まだあるの？



平 C204:まだあります．

平 C205:真ん中にあります．

平 T187:他の研究員，どうでしょう？見つけれる？

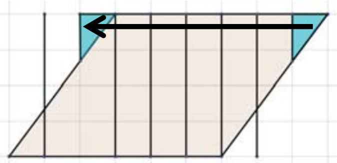
平 C206:真ん中に，真ん中に隠れています．

平 C207:真ん中？

平 T188:言いたい，言いたい，言いたい…よし，ダイモン研究員．

平 C208:ここと

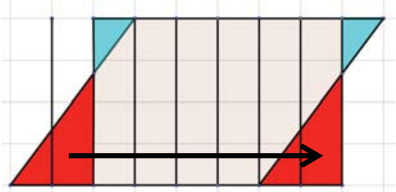
平 T189:ちょっとまって，ここ切るのね．ここ切ってどこに動かす？こっちに動かすのね．チョンチョンチョンチョンチョン．はい．



平 C209:そして，ここ切って，

平 T190:ここ切って？

平 C210:ここに…



平 T191:うわっ！すげっ！

平 C211:ズバババババーン．

平 T192:ズバババババババババってこれを？

平 C212:移動させる．

平 T193:移動させる．ここに移動させるんだって．どうでしょう．

平 C213:いいです．

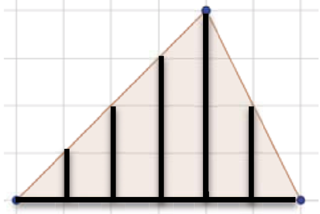
平 C214:おなじです．

上記は，10/9（金）に行った 2/13 時の授業をビデオに撮り，それをプロトコルにおこしたものである．

集団検討を通して，平行四辺形の底辺と底辺に対して平行な辺の間の長さが，長方形のたての長さと一致することに子どもは気づいていった．

しかし，三角形の求積方法を考えた時に，子どもたちはなかなか三角形の底辺に対する高さの部分を認識することができなかった. もちろん, 既習の図形に変形させて求積することはできた. しかし，三角形の高さの部分を納得できずにいた子どもが多かった. 平行四辺形の時は，２つの平行線の間の垂直な線分が高さであることは理解できたはずなのだが，底辺に対する垂直な線分を引いたとき，三角形の図形の中にぶつかってしまう線分が多数でてくる.

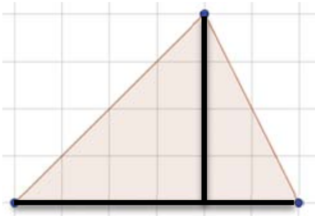
右の図で，底辺に対する垂直な線分の長さが同じにならないことが気になるというのである. その様子が下のプロトコルである.



10/19（金）7/13 時のプロトコルより

三 C183:高さが無限大にある

三 T180:高さが無限大にある．でも，それでますますこんがらかったっていう A さん．何がどうこんがらがったか教えて.



三 C184:えーでも，三角形１つ分だから・・・

三 T181:A さんは三角形の高さはここだけだったら分かる？

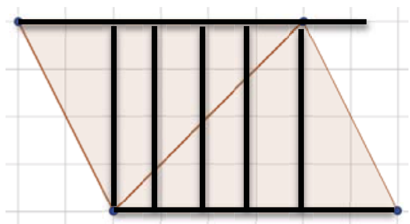
三 C185:うーん・・・

三 T182:あとは高さじゃないんじゃないかなということね？

三 C186:うーん

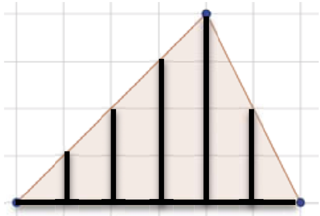
三 T183:じゃあこれは高さじゃない.

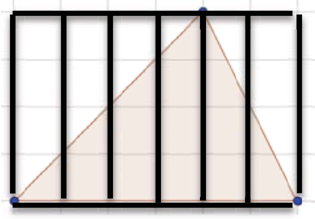
三 C:187:先生は，三角形２つでできた平行四辺形と，１つの三角形で高さはどこだって聞いているから.



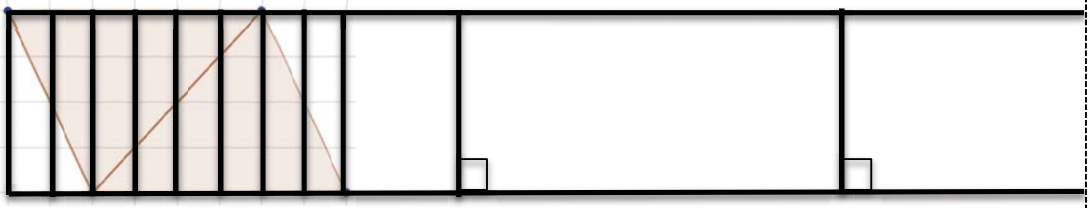
元の三角形のどの部分を使って求めていたのかを吟味した際，上図のように，平行四辺形に倍積変形させた時の平行線の間の垂直な線分が三角形の高さであると説明した子どもに対して，元

の図形の三角形１枚に戻した時に，底辺に対する垂直な直線が左下図のようになり，平行四辺形の時と違って底辺に対する垂直な線分の長さに違いがあることに対する不安感と，右下図のように図形からはみ出した垂直の線分を高さと捉えてもいいのかどうかといった迷いを示している（三 C185～C187）.





三角形において，底辺に対する高さの部分は，底辺と，底辺を構成していない三角形の頂点を通る直線が平行関係にあるとき，その間の垂直な線分が三角形の高さであることを見出すことができないでいる子どもたちは，もう一度平行四辺形の学習を振り返った．次項にその時のプロトコルを示す．そのやり取りを通して，図形の高さについて確認し合った結果，ようやく三角形の高さの部分を認識することができた（三 C260）.



三 T230:（平行のジェスチャーのまま教室をぐるりと回る）

三 C236:あ！そうか！平行はどこまでも続くんだ！

三 C237:平行はどこまでも続くから，いい！

三 C238:ああ，じゃあどこ（平行の間の垂直な直線なら）を引いてもいいのか

三 T230:（ぐるりとまわって平行の間を示し）

三 C239:４センチ

三 C240:本当の無限です，これ.

三 C241:本当の無限です.

（中略）

三 C248:あーわかった！

三 C249:平行だから

三 T239:ずっと平行だから？

三 C250:ずっと続くから交わることない

三 T240:ずっと続くから交わることない.

三 C251:高さはずっと無限大.

三 C252:本当の無限大だこれ.

三 T241:本当の無限大だ.

三 C253:はい.

三 C254:平行四辺形はどこまでいってもそのままだから，あ平行はどこまでいっても平行だからぶつかることはないから，同じ高さだから，でそれで同じ高さなら平行四辺形からはみ出しても同じ長さだからはみ出してもいえるんじゃないですか？

三 T242:はみ出してもこれが平行だったら，高さと？

（中略）

三 C255:言える

三 C257:ずっと.

三 C258:４センチはそのまま変わらない.

三 C259:（納得してなかった A さん）納得しました.

三 T245:納得した？

三 C260:（納得したばかりの A さん）だから，三角形も同じ.

平行四辺形で高さについて確認した後，三角形にあてはめて吟味していた.

三 T252:S くん（今日初めての挙手による発言）

三 C268:はい．あの，平行四辺形は，上の辺が（底辺と）平行だけど，三角形は平行じゃないけど，頂点の高さで決まると思います.

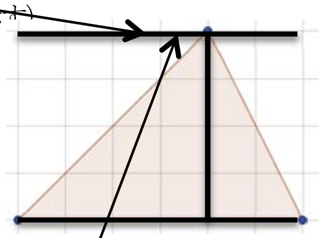
三 T253:だから，平行どこにあるの？

三 C269:あ，平行は，頂点の高さから平行

三 T254:頂点の高さから平行ってどういう意味？ここ？ここは垂直じゃないの？

（チャイムが鳴る）

三 C270:（前に出て指で示す）



三 T255:ここだって.

三 C271:いいです.

三 C272:同じ考えです

三 C273:同じです.

三 T255:何のことだか意味が分かんないっていう人

三 C274:（挙手なし）

三 T256:ん？そこは分かった？ここって何？

三 C275:底辺に平行な

三 T257:底辺に平行な

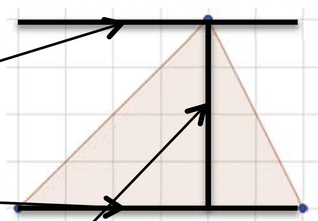
三 C276:線

三 T258:線で？

三 C277:あ，頂点を

三 T259:頂点を？

三 C278:交わる．交わるっていうか



三 C279:（頂点と）同じ高さ.

三 C280:同じ高さを結べば

三 T261:ここが平行になってますよだって.

ここまで納得ですか？

三 C281:はい

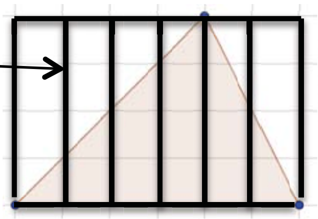
三 T262:そうすると三角形の高さは？ここ．ここだけ？なに M くん

三 C282:（前に出てくる）こことここが平行と分かったので，ずっと．こことここに対してたてが垂直になっていれば

三 T263:垂直になっていると

三 C283:無限大に.

三 T264:ここも高さとして言える？



三 C284:はい.

三 T265:言える（全ての高さを指して確認する）

三 C285:はい.

三 T266:言える（平行を保ったままはみ出しても）

三 C286:はい.

三 T267:（平行を保ったまま）地球一周してきました. 言える

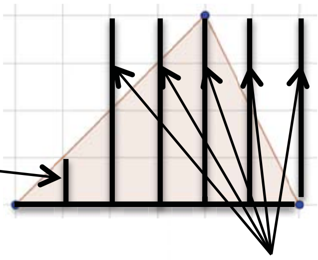
三 C287:はい

三 T268:だって. M くんの考え.

三 C288:いいです.

三 T269:ここじゃないんだね？

高さって？



三 C289:はい.

三 T270:頂点を通る（底辺に）平行な線の間. ここだ. これが高さってことね？てことはこの４は？

三角形の？

三 C290:高さ

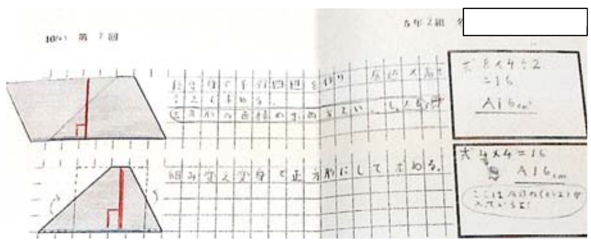
三 T271:平行四辺形で言うところの高さにあたるところじゃないのってことね？

三 C291:はい.

以上のように，三角形における高さがどの部分にあたるのか，平行四辺形の学習をもとに，子どもたちは理解を深めていった．その結果，三角形の底辺と高さを用いて求積公式を導くことができた.

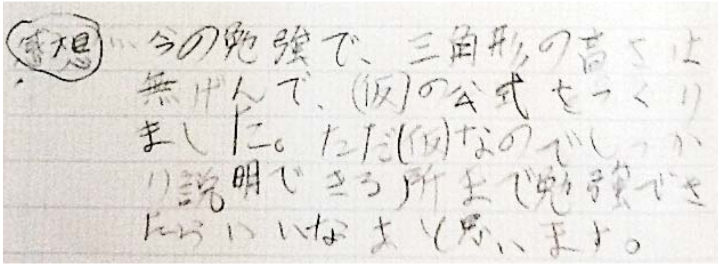
平行四辺形と三角形の高さが底辺に対して垂直で，図形のどこまでにあたるのかを集団検討で吟味を重ねた結果，台形の求積方法を考える時に，平行四辺形や三角形に図形を変形させた時，底辺に対する垂直な高さを使って求積することが出来たと考えられる．特に，三角形の高さが分からないと発言していた A は，台形の求積方法を考えるときに，底辺に対して垂直な線分である高さを明示して自力解決を行っていた．垂直関係を意識していることが読み取れる.

<A の台形の求積方法における自力解決の様子>



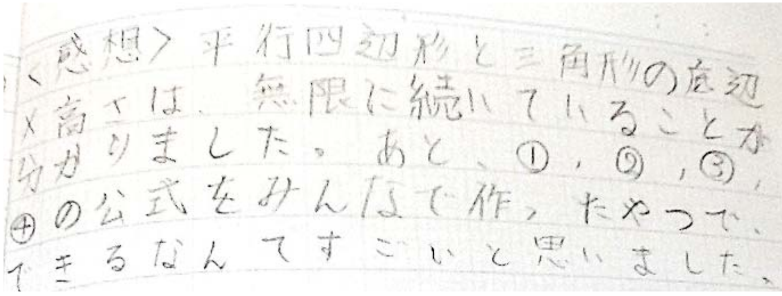
三角形の高さについての集団検討後，何人かの子どもたちの感想に，三角形の高さが印象に残ったことが表れている．

<T.A.の感想>



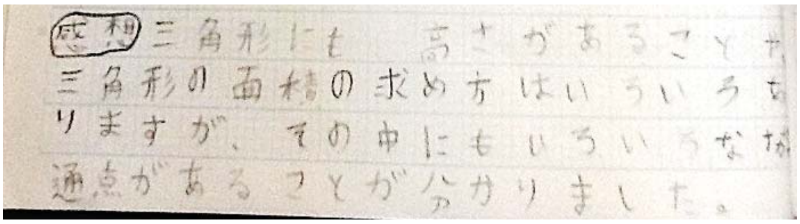
感想 今の勉強で、三角形の高さは無げんで、(仮)の公式をつくりました。ただ(仮)なのでしっかり説明できる所まで勉強できたらいいなと思います。

<N.M.の感想>



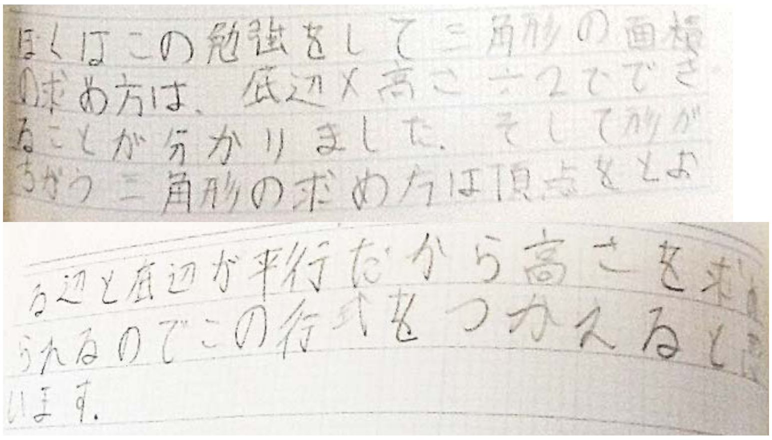
＜感想＞ 平行四辺形と三角形の底辺×高さは、無限に続いていることが分かりました。あと、①，②，③，④の公式をみんなで作ったやつで、できるなんてすごいと思いました。

<H.S.の感想>



感想 三角形にも 高さがあることが三角形の面積の求め方はいろいろありますが、その中にもいろいろな共通点があることが分かりました。

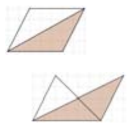
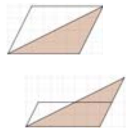
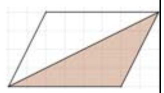
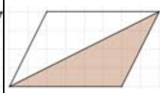
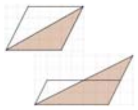
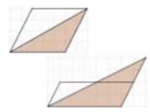
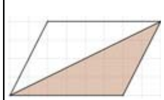
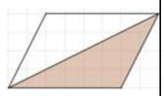
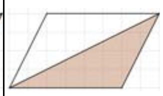
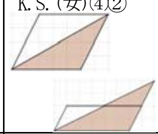
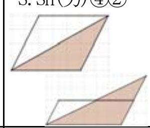
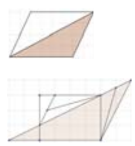
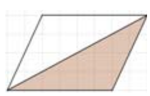
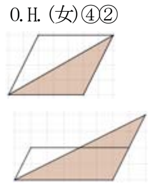
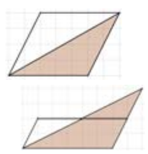
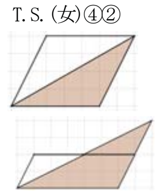
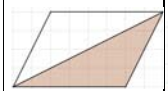
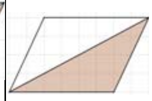
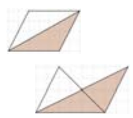
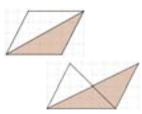
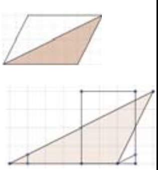
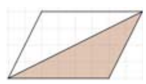
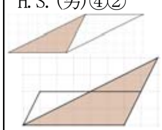
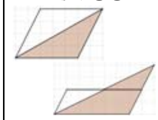
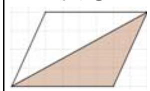
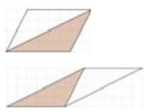
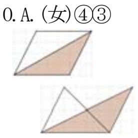
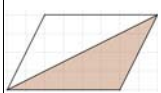
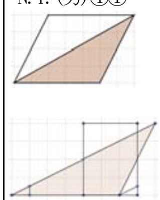
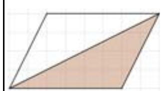
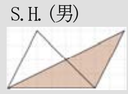
<M.K.の感想>



ぼくはこの勉強をして三角形の面積の求め方は、底辺×高さ÷2でできることが分かりました。そして形がちがう三角形の求め方は頂点をとおる辺と底辺が平行だから高さを求められるのでこの公式をつかえると思います。

特に，M.K.は，全ての三角形に求積公式があてはまるかどうかについてまで予想を立てている．三角形の高さを理解することができたM.K.は，図形から高さがはみ出す三角形においても，平行四辺形に倍積変形させて，倍積変形させた平行四辺形と元の三角形の高さが一致する性質を利用して自力解決に至っている．これは，T.A.，N.M.，H.S.も同様であり，高さが図形からはみ出した三角形も三角形の求積公式があてはまるかどうかを調べる学習において，31 人中（１人欠席）29 人が自力解決することができている．

10/20㈫（８／13 時）「高さが図形からはみ出した三角形の面積を求める方法を考える」子どもの自力解決の様子

N.M.(女)④③ 	M.K.(男)④② 	O.R.(男) 長方形に等積変形しようとしたができず	I.S.(女)④ 	F.J.(女)④ 	①長方形に等積変形 ②平行四辺形に等積変形 ③三角形に等積変形	④平行四辺形に倍積変形
S.D.(男)④② 	K.R.(男)④② 	F.K.(男)④ 	H.M.(女)④ 	T.A.(女)④ 	K.S.(女)④② 	S.Sh(男)④② 
S.H.(女)④① 	S.S.(男)④ 	O.H.(女)④② 	S.H.(男)④② 	T.S.(女)④② 	Y.S.(男)④  初めて立式できた	T.S.(男)④ 
T.A.(男)④③ 	O.H.(女)④③ 	K.K.(女)④①  (式間に合わず)	S.T.(男)④ 	H.S.(男)④② 	I.H.(女)④② 	O.Y.(女)④ 
Y.T.(男)④ 	O.A.(女)④③ 	I.G.(男)④ 	N.K.(男) 欠 席	N.Y.(男)④① 	O.K.(男)④ 	S.H.(男)  立式できず

この授業の冒頭で，前時の振り返りをしたときのやり取りが次項のプロトコルである．

三 T5:さてと．今までやったこと．今まで新しい図形を考える時に，何か共通点とか見つけたけども，どんなこと分かりましたか？覚えていますか？うんHさんいってごらん．

三 C4:底辺と高さが垂直ということです．

三 T6:おーっすごい！底辺と高さは垂直関係だ！すごい．よく覚えていましたね．これ共通していましたね．あとどんなこと使って解いてましたっけ？新しい図形でてきた時に．Hくん．

三 C5:えっと三角形のとき？

三 T7:今まで新しい図形でてきた時に，面積を求めるためにどんなことしてきましたか？

三 C6:すべて長方形に直してきた．

三 T8:あ長方形や？

三 C7:平行四辺形

三 T9:平行四辺形といった，ん？何？

三 C8:公式ができたものでやった．

三 T10:そうだ．公式ができたものでやってましたね．じゃあそれ，どうやって？

三 C9:たて×横とか

三 T11:長方形や平行四辺形にどうやって変えたの？

三 T12:はいYさん

三 C10:切り込みとか線とか入れてそれで切って，

三 T13:つまり？

三 C11:組かえ変身．

三 T14:組かえ変身をしたんだね．あとは？

三 C12:倍変身．

三 T15:倍変身もしましたね．三角形のときでてきませんでしたか？倍変身．

三 C13:平行四辺形にした

三 T16:うん．平行四辺形にしたやつ．倍変身これですね（掲示物を指す）．

平行四辺形と三角形の面積の学習で集団検討した「底辺と高さが垂直ということです（三 C4）」の発言があるように，変形させた図形の垂直関係を用いて求積したことを想起していることが分かる．また，三 T7 の質問に対して三 C6，三 C7，三 C８，三 C11，三 C12 といった，求積公式が明らかになっている図形に変形させて，新しい図形の面積を求めていたことが子どもの中にあることが読み取れる．先に述べたその後の自力解決の結果は，既習の学習内容を活用した結果であると考えられる．

このように，台形の求積方法を考える検証授業までに，求積公式が明らかになっている図形に変形させたり，平行四辺形や三角形の底辺に対して垂直な高さの部分がどこにあたるのかを吟味してきたりしたことが，台形の求積方法の自力解決につながっていったと考えられる．

集団検討で話し合ったことを，次の時間に活用している子どもたちの様子は，例えば高さが図形からはみ出した三角形も三角形の公式があてはまるかどうかを考える授業においても観察することが出来た.

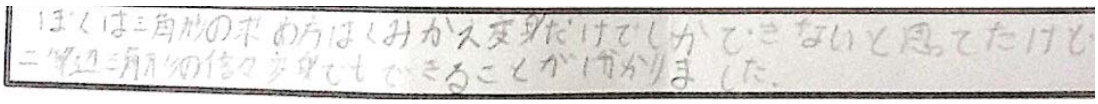
高さが図形からはみ出した三角形の面積を求めるときに，自力解決した子ども 29 人全員が倍積変形の考えを使っている．最初の三角形の求積方法を考えるときの子どもの思考の様子は，倍積変形を使って自力解決した子どもは 17 人であった.

10/15(木)（5／13 時）自力解決で得られた三角形の求積方法一覧（座席表にて掲載．下が黒板側）

N.M.(女)①	M.K.(男)⑤②①	O.R.(男)④ 初めて立式	I.S.(女)⑤②	F.J.(女)	①高さ 1/2 長方形 ②底辺 1/2 長方形 ③高さ 1/2 平行四辺形 ④高さ 1/4 平行四辺形	⑤平行四辺形に倍積変形 ⑥長方形に倍積変形 ⑦長方形に倍積変形（底辺２倍高さ 1/2）
S.D.(男)⑤⑥	K.R.(男)⑤	F.K.(男)①⑥	H.M.(女)②③①	T.A.(女)⑤⑥①	K.S.(女)⑤③	S.Sh(男)⑤
S.H.(女)⑤②	S.S.(男)⑤	O.H.(女)②	S.H.(男)⑥①	T.S.(女)⑤③	Y.S.(男)⑤ 立式できず	T.S.(男)③
T.A.(男)①⑤③	O.H.(女)⑤①	K.K.(女)①②	S.T.(男)①	H.S.(男)①③②	I.H.(女)⑤①②	O.Y.(女)①
Y.T.(男)①⑤⑥ ⑥立式間に合わず	O.A.(女)⑤⑥	I.G.(男)⑤	N.K.(男)②	N.Y.(男)②③	O.K.(男) 欠　席	S.H.(男)⑦

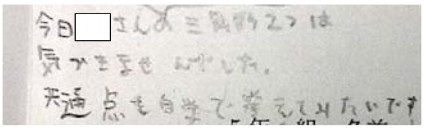
この授業後の感想の中に，次のような感想があった.

<M.K.の授業後感想>



「ぼくは三角形の求め方はくみかえ変身だけしかできないと思ってたけど，二等辺三角形の倍々変身でもできることが分かりました.」

＜O.Y.の授業後感想＞



「今日，□さんの三角形２つは気づきませんでした.
共通点も自学で考えてみたいです」

集団検討後に獲得した知識を取り入れ，次の問題解決の活用に利用していることが表れている.
また，変形のアイデアも，他の子どもの発表によって触発され，自分の自力解決の手がかりとしている子どももいた.

平 C81:両方とも切ったところ，縦や横に切ったところが外側にきています.

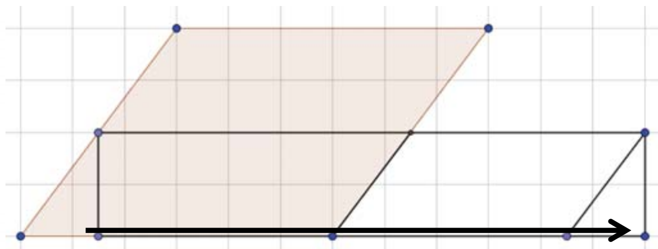
平 T79:切ったところが，外側に来ているよ.（板書）ええ，どうして切ったところが外側に行くんだろ.

平 C82:まっすぐ.角度 90 度だから.

平 T80:角度９０度だから.ちょっとおいで.どこどこどこ教えてちょうだい.どういうこと.

平 C83:（ああそうか）

平 C84:私はここを切って，これをこっちに動かす時にはじっこが 90 度だからです.（横に切った図形を指しながら）



平 T81:こっちもどう.

平 C85:同じだ.

平 C86:ほんとだ.

平 C87:90 度

平 C88:あっ，90 度のところが縦になって.

平 C89:垂直に切っているから.

平 T82:これね，90 度が外側に来ている.すごいね.あなた，大発見しましたよ.こっからわかったのが.90 度が外側に来ている.（板書）で，H くん，何？

平 C90:縦に切ったところが，90 度の縦に切ったところが縦になって，

平 T83:何の縦になっているの.

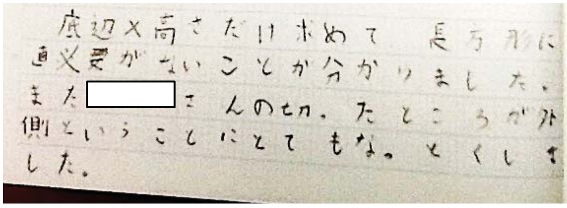
平 C91:長方形.

平 T84:長方形の縦.

平 C92:縦が長方形の縦になって，横で切ると 90 度の横の長方形になる.

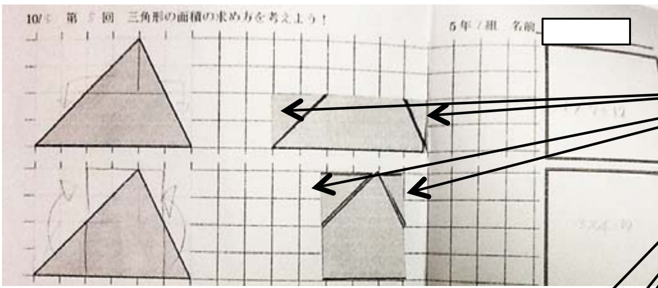
平行四辺形を長方形に等積変形したときに，垂直に切った部分が変形させた長方形の外側に移動していることが，集団検討で明らかになった．このやりとりが，K.K.の心に残ったことが以下の感想に表れている．この後，三角形や台形，平行四辺形の求積方法を考えるときに，垂直で切って 90°の角度になるところを外側にもっていって長方形に等積変形させる方法にこだわって解き続けている．

＜K.K.さんの平行四辺形の学習後の感想＞


底辺×高さだけ求めて 長方形に 直す必要がないことが分かりました。また　　さんの切ったところが外側ということにとてもなっとくしました。

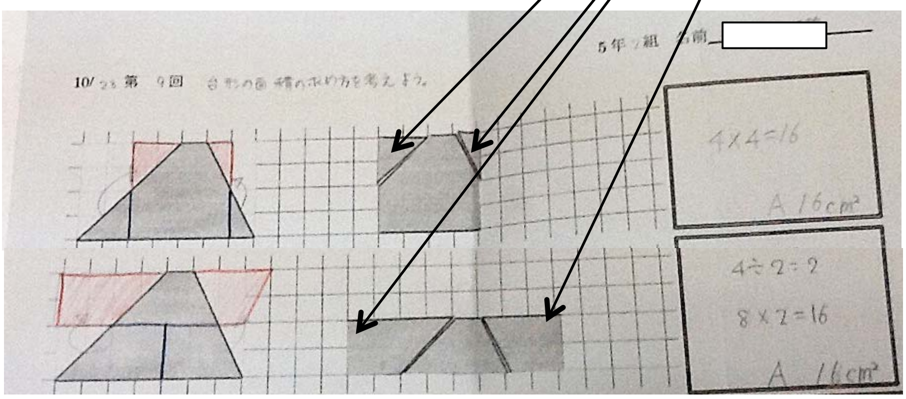
＜K.K.の自力解決の様子＞

＜平行四辺形の学習後の三角形の求積方法＞



切ったところを外側にもってきている

＜台形の求積方法＞

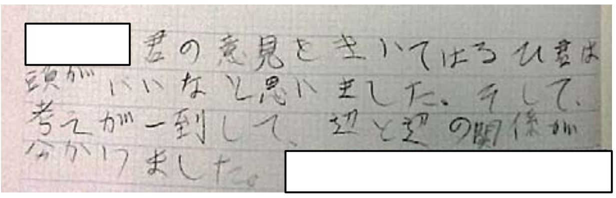


集団検討で発言がなかった K.K.さんだったが，集団検討による吟味で得た着想を，その後の自力解決に生かしていることが読み取れる．

S.H.は，算数の学習が苦手な子どもで，普段の授業でも自力解決がうまくいかないことが多い．面積の授業でも，平行四辺形の面積の求める方法を思いつくことができなかった．

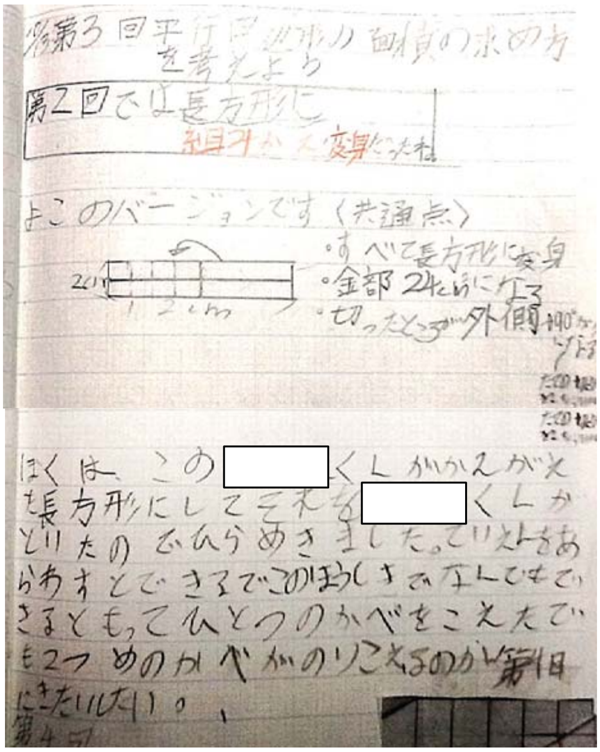
＜S.H.君の自力解決の様子＞

＜2/13 時　感想＞



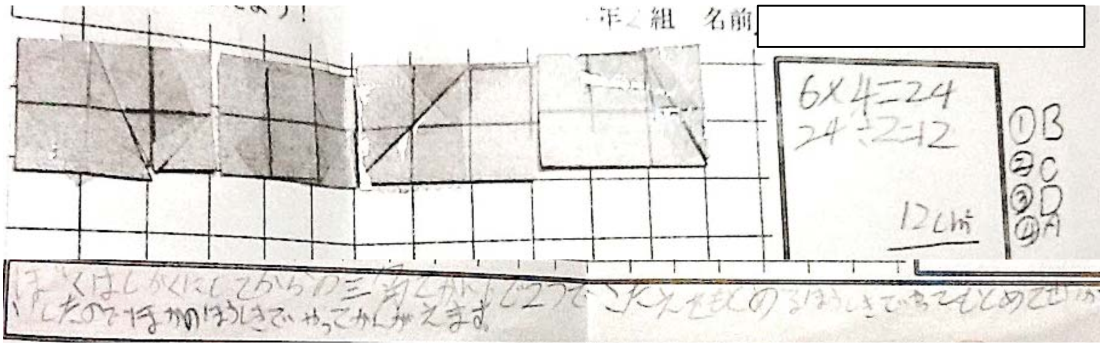
平行四辺形の求積方法を考える授業では，長方形に等積変形させることができず，求積することができなかったが，集団検討での吟味を通して何らかの着想を得ていることが感想から読み取ることができる．そして，得られた着想を使って，次の時間，S.H.は，その時間の課題の他に，自分が解決できなかった平行四辺形の求積方法を考えていた．

＜3/13 時　自力解決と感想＞



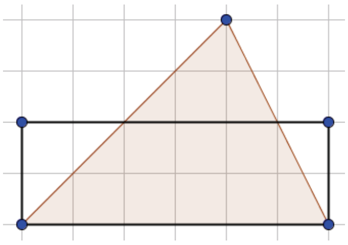
集団検討で他の子どもの発言から触発されて得られた着想を使い，自力解決に成功している．しかも，第 4 学年の面積の学習の単位正方形を長方形に敷き詰めた長方形に変形させていることから，既習の学習内容と平行四辺形の求積方法を結びつけようとしていることも読み取れる．

＜5/13 時　ワークシートと感想＞

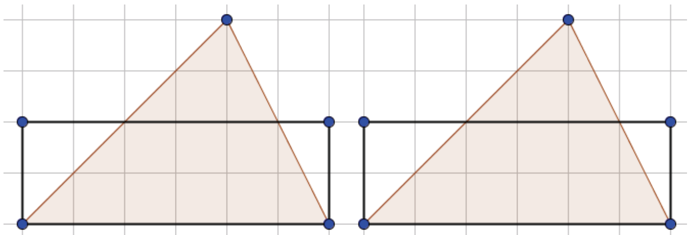


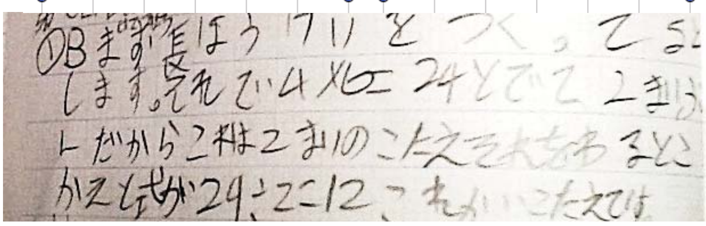
さらに，平行四辺形の学習で得られた着想を用いて，三角形の求積方法を考える時も，長方形に倍積変形させて求積している．

この方法は，１枚の三角形を長方形に等積変形させることで事足りるのであるが，

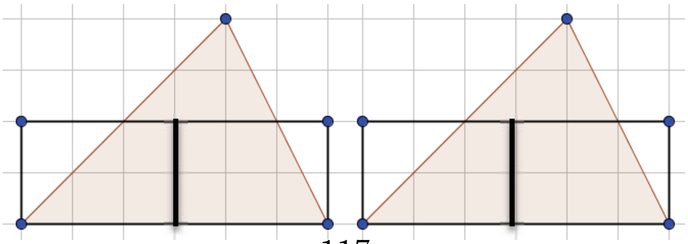


６×２＝１２となり，他のやり方を見た時に÷２がないことに不安を感じたと思われる．実際は，元の三角形の高さの 1/2 の長方形になっているので，６×（４÷２）で÷２がでてくるのだが，そのことに気づくことができない．そこで三角形を２枚にしたのであろうと考えられる．



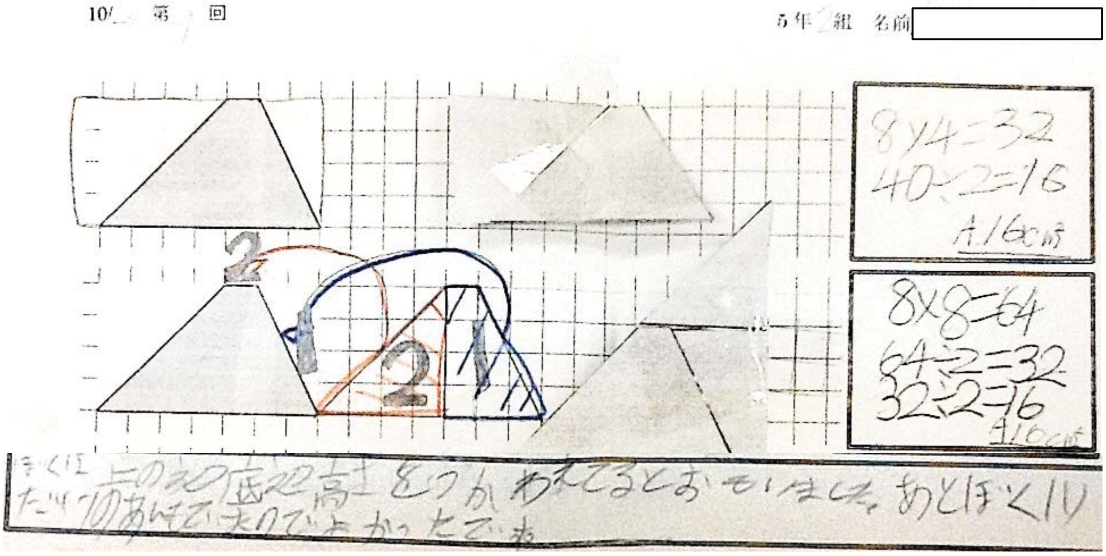


S.H.は，かけ算の意味（１つ分×いくつ分）も（いくつ分×１つ分）として認識しているようだが，自力解決の様子から，２つの長方形をさらに４つに分けたと思われる．



台形の求積方法を考える学習では，解決することができた三角形の形に変形させて問題を解決している様子が観察された．

＜9・10/13 時　自力解決の様子と感想＞



倍積変形の着想を台形の求積に活用したと考えられる．確かに S.H.の式からは三角形の求積公式を認めることはできない．式を正方形に倍積変形させた後，１枚分の三角形を求めるために「÷２」をし，１枚分の台形を求めるために，さらに÷２をしている．三角形の求積公式を使った解決ではなく，正方形の求積公式を活用した解決であると考えられる．そうだとしても，S.H.が既習の学習内容を活用して目の前にある問題を解決したことは事実である．

上記の S.H.の感想の中に，「ぼくだけのあんもでたのでよかったです。」との記述がある．今までの感想では，他の子どもの考えに影響を受けた内容が書かれてあった（p.116 の感想）．台形の求積を自分だけが思いついた変形方法で自力で解決することができたことに対して「よかったです。」と締めくくっていると思われる．

検証授業に生かされたと思われる前時までの授業での教師の働きかけと子どもの自力解決の考察の結果，集団検討で話し合ったことが，次の子どもの自力解決の手がかりになっていることが考えられる．こうした授業過程を積み重ねてきたことによって，台形の求積方法を考える学習において，全員が既習の学習内容を活用して自力解決することができたと考えられる．

第３節　成果と課題

１．　成果

中野博之の「「活用する力の育成」の視点からの問題解決型の授業」による授業過程における集団検討に焦点をあてて考察をした結果，以下の成果を挙げることができる．

（1）　集団検討では「わからない」を大切にし，既習の学習内容を根拠にして説明させる

○　子どもは何となくわかった状態でも「わかった」と言いがちであるが，そこで相手に伝わるように子どもが他者へ説明しようとしたときに，既習の学習内容を使ったり，既習の学習内容に置き換えたりして説明しようとする．これは，松原元一のいう，「別に都合のよい数学的構造をもった第二の集合へ変換する」といった数学的な考え方に直結する思考活動がなされていると考えられる．

○　「わからない」といった子どもが他の子どもの説明をきいた後，「わかった」と意思表示するが，そこで突然指名したときに，既習の学習内容を使って説明することができた時，やはりそこで数学的な考え方を用いた説明活動が行われるので，数学的な考え方の育成につながる活動であることが言える．

○　面積の単元の授業が進むに連れて，自力解決することができる子どもの数が増えていった．台形の求積方法を考える学習では，全員が自力で台形の面積を求めることができた．単元を通して子どもが「わからない」「納得していない」ことを集団検討の議題に挙げることで，既習の学習内容を活用した説明活動が繰り返されてきた．こうした授業過程を重ねた結果，子どもは既習の学習内容を活用して創造的に学習を進めていったと考えられる．このことは，子どもの感想やプロトコルにも表れていた．

○　図形の中の垂直関係である底辺と高さの捉えや三角形の求積公式になぜ÷２があるのかといった集団検討の様子から，「わからない」と言った子どもが不利益を被ることがないばかりか，「わからない」があるからこそ既習の学習内容を駆使して説明活動が行われることになるので，事象に対する理解の深まりが見られた．

○　子どもは自分にとってインパクトがある考えと出会うとそれを取り入れようとする．ピックアップした子どもの感想や，その後の学習における自力解決の様子を見ると，集団検討でのやり取りを活用していることがわかる．集団検討において，仮に発言することができなかったとしても，集団検討でのやり取りを聞きながら，自分の中の既習の学習内容と結びつけて次の問題解決に活用していることが明らかになった．確実に自力解決の力に直結していることが言える．

○　集団検討で既習の学習内容を根拠に説明する活動を通して，勘違いをして理解していた事柄を訂正することにつながった．子どもの「分かった」が本当の理解につながっているかどうか曖昧なことがあるが，「わからない」をきっかけに，学級全体で既習の学習内容を確

認することによって，例えば図形の高さの部分の認識が強化される等学級全体の理解が深まったことがわかった．集団検討を通して既習の学習内容の復習が行われているといえる．

（２）既習の学習内容との共通点を明確にする

○　平行四辺形や三角形の面積を求める学習と同じように，子どもたち全員が，台形の求積方法を考えるときにも求積公式が明らかになっている図形に変形させて面積を求めることができた．子どもたちが行った思考活動は「別に都合のよい数学的構造をもった第二の集合へ変換する」＝「求積公式が明らかになっている図形に変形させて面積を求める」活動であった．数学的な見方，考え方の育成の一助となったと考えられる．

○　どの求積方法も元の図形の同じ部分を使っていることを明確にすることによって，図形の求積公式づくりの手がかりとなりうる．今回は時間の都合上，全ての解法を元の台形の数値に置き換えることはできなかったが，いくつかの解法を元の台形の数値に置き換えさせることによって，次時への見通しをもたせることができたと考えることができる．このことは，松原元一の言う「第二の集合の特性を使って解決に導く．その後でその結論を第一の集合またははじめの課題に当てはめて課題自身の具体的な言葉に直すことも多い」につながるものと考えられる．数学的な見方，考え方の育成の一助となったと考えられる．

○　明らかになった既習の学習内容との共通点は，次の問題解決の既習の学習内容となっていた．求積公式が明らかになっている図形に変形させることで解決できるといった着想や変形のさせ方といったアイデアが，求積公式が明らかになっていない図形の求積を考える手がかりになっていることからもそのことがいえる．

２．　課題

●　集団検討で明らかになったことがらは，中野博之の「「活用する力の育成」の視点からの問題解決型の授業」による授業過程の「次時の自力解決に生かせる省察」によって学級の既習の学習内容として定着していく．そして，その省察は子どもの感想に如実に表れる．今回は学級を借りて授業実践を行った関係上，日頃の感想の書かせ方の直接的な指導ができなかった．省察に個人差があった．集団検討による発見や気づきを，子ども一人ひとりの自力解決の力に結びつかせるためには，日頃の感想の書かせ方に左右される．

●　自力解決や集団検討に時間を配分した結果，振り返る時間を確保することが難しかった．特に共通点を探らせる活動に時間がかかった．共通点がないか，既習の学習内容と関連づけることはできないか，といったものの考え方ができるように，継続して取り組む必要性がある．つまり，問題解決型の学習は，１時間の授業，１単元の授業で成し得るものではない．

３． 結論

以上のことから，中野博之の「「活用する力の育成」の視点からの問題解決型の授業」による授業過程における集団検討に焦点をあてて考察をした結果，集団検討で明らかになった等積変形や倍積変形の仕方の着想を，次の図形の求積方法に活用していることが子どもの自力解決の様子から明らかになった．多様な解法による考え方が出てきたとしても，教師の働きかけの工夫といった集団検討のもたせ方を工夫することによって，子どもは既習の学習内容に置き換えて説明したり，説明を聞いたりして既習の学習内容と関連づけるといった，数学的な見方や考え方を駆使していることが明らかとなった．台形の求積方法を考えるときに，すべての子どもが既習の学習内容を活用して求積することができたことから，創造的な問題解決型の学習が実現したと考えられる．中野博之による問題解決型の授業過程における集団検討のもたせ方の工夫は，創造的な学習の実現において有効であったといえる．

今後は，省察させる時間の確保と省察の中心となる感想の書かせ方の工夫を追究し，さらに子どもの数学的な考え方の育成につなげていくことが課題である．

終　章

本研究の総括と今後の課題

第１節　本研究の総括

本研究は，創造的な問題解決型の学習の実現のために，中野博之の授業過程をもとに，特に集団検討のもたせ方を工夫することによって，たとえ多様な考え方が出てきたとしても，子ども一人ひとりの自力解決の力につなげることができることを明らかにすることで，この授業設計の有効性を明らかにすることを目的とするものであった.

第１章では，中島健三（1981）と松原元一（1977）の先行研究を基に，創造的な学習と数学的な見方，考え方についての考察を通して，創造的な学習は自己構成によって生じる自己活動，自己生産であり，創造的な学習の一連の過程を通して自己発展につながる自主的活動であることを明らかにした．そして，創造的な学習では，未習の問題を既習の学習内容に置き換えて解決するといった数学的な見方，考え方を用いて問題を解決していることが分かった.

第２章では，中野博之（2009）先行研究を考察した結果，問題解決型の学習における集団検討の位置づけが明らかになった．また，中野博之（2009）の主張する問題解決型の授業過程を通して，子ども個々人の数学的な考え方の育成や対等な人間関係の構築や他者尊重の精神を育むことができる人間教育の一端を担っていることを明らかにした.

第３章では，現行の教科書の比較分析と，原田耕平（2009）による児童の認知の実態調査から，子どもは等積変形や倍積変形を認知することに困難さがあることや第５学年面積の授業を進めていく上で，等積変形や倍積変形の扱い方に改善の余地を見出した.

第４章では，台形の求積方法を考えるための授業設計のために台形の学習までに取り上げる既習内容を明らかにした．また，中野博之（2009）の問題解決型の授業過程に基づいて授業設計をしていく際，集団検討の場面における視点をもとに，教師の働きかけについて明らかにした.

第５章では，第４章で行った授業設計に基づいて授業を行い，授業記録と子どものノート分析から考察を行った．その結果，多様な解法による考え方が出てきたとしても，教師の働きかけの工夫といった集団検討のもたせ方を工夫することによって，子どもは既習の学習内容に置き換えて説明したり，説明を聞いたりして既習の学習内容と関連づけるといった，数学的な見方や考え方を駆使していることが明らかとなった．台形の求積方法を考えるときに，すべての子どもが既習の学習内容を活用して求積することができたことから，創造的な問題解決型の学習が実現したと考えられる.

これらの事実に鑑みると，中野博之の問題解決型の授業過程に基づき，集団検討のもたせ方を工夫することにより，創造的な問題解決型の学習の実現が図られるということを示すことができたと考える.

第２節　今後の課題

本研究における実践における課題が今後の課題である．

- 集団検討で明らかになったことがらは，中野博之の「「活用する力の育成」の視点からの問題解決型の授業」による授業過程の「次時の自力解決に生かせる省察」によって学級の既習の学習内容として定着していく．そして，その省察は子どもの感想に如実に表れる．今回は学級を借りて授業実践を行った関係上，日頃の感想の書かせ方の直接的な指導ができなかった．省察に個人差があった．集団検討による発見や気づきを，子ども一人ひとりの自力解決の力に結びつかせるためには，日頃の感想の書かせ方に左右される．
- 自力解決や集団検討に時間を配分した結果，振り返る時間を確保することが難しかった．特に共通点を探らせる活動に時間がかかった．共通点がないか，既習の学習内容と関連づけることはできないか，といったものの考え方ができるように，継続して取り組む必要性がある．つまり，問題解決型の学習は，１時間の授業，１単元の授業で成し得るものではない．

今後も研究を継続し，日々の授業における問題解決型の学習を積み重ねていく．何よりも子どもの変容こそが研究の成果であり，研究に対する改善の示唆だと考える．今後も子どものために，授業を通した人間教育を胸に，研鑽を積んでいきたい．

資　料

①台形の面積を求める授業の学習指導案

②授業プロトコル

　１時（等積変形・倍積変形の素地指導場面）

　２時（平行四辺形の求積場面）

　７時（三角形の求積場面）

　８時（高さが図形からはみ出した三角形の求積場面）

　９・10 時（台形の求積場面）

③板書の様子

①台形の面積を求める授業の学習指導案

「台形の面積を求める方法を考えよう」

（1）目標：①子どもが，今まで学習した図形に帰着させて面積を求めた方法（等積変形・倍積変形・帰着の図形に分割したあと合成して求積）を台形の面積にも適用させて面積を求める活動をとおして，台形は，今まで学習してきた長方形，平行四辺形，三角形に帰着させて求積することができる.

②図と式を対応させる活動をとおして，既習の求積公式と図を関連づけて考えたり説明したりすることができる.

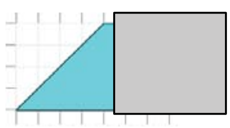
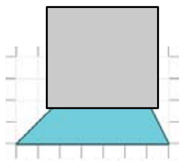
③いろいろな解法の共通点を話し合うことをとおして，どの方法も元の図形である台形の上底・下底・高さの長さを使って面積を求めていることに気づき，台形にも求積公式がありそうだという見通しをもつことができる.

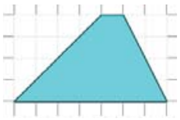
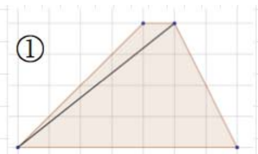
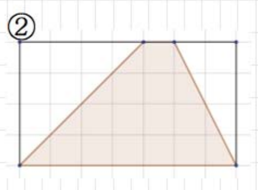
（2）単元指導計画（全15時間）

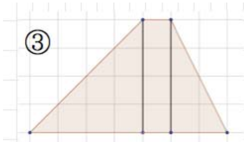
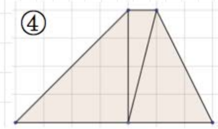
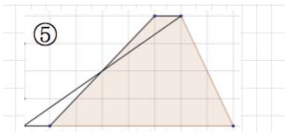
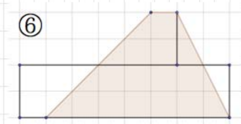
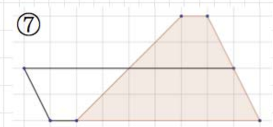
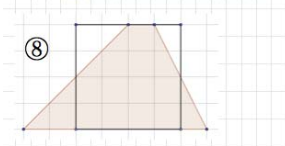
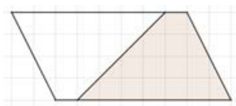
時間	学　習　内　容	捉えさせる考え方
1	・色板を使っての図形づくりをとおして，等積変形と倍積変形が成り立つことを理解する	等積変形，倍積変形
2	・長方形と平行四辺形の面積の大きさ比べを通して平行四辺形の面積を求めるために長方形に等積変形させて面積を求める方法を探る	図形を面積を求める公式がわかっている図形に等積変形させると求積できる
3・4	・解法の共通点を探り平行四辺形の面積の仮の求積公式をつくる	解法はどれも底辺と高さの長さを使い，底辺と高さは垂直関係にある.
5	・高さが図形からはみ出した平行四辺形の面積の求め方を考える ・平行四辺形の面積の公式を確定させる	全ての平行四辺形に公式はあてはまる
6	・三角形の面積を求める方法を探る（等積・倍積変形）	三角形を公式が明らかになっている図形に等積・倍積変形させると求積することができる
7	・解法の共通点を探り三角形の面積の仮の公式をつくる	解法はどれも底辺と高さの長さを使い，底辺と高さは垂直関係にある.

8	・高さが図形からはみ出した三角形の面積の求め方を考える ・三角形の面積の公式を確定させる	全ての三角形に公式はあてはまる
9・10 (本時)	・台形の面積を求める方法を探り，解法の共通点を探る	・台形を既習の図形に変形したり分割したりすることで求積できる ・全ての解法は台形の上底，下底，高さの長さを使う ・上底と下底に対して垂直な高さを使って求めている
11	共通点をもとに台形の面積の公式を確定させる	・全ての解法を公式に結びつけることができる
12	ひし形の面積の求積方法を考え，解法の共通点を探り，ひし形の求積公式を確定させる	・垂直関係にある対角線を使って面積を求めている
13	ひし形の求積は対角線の垂直関係の積を使っていることから，他の対角線が直交する四角形も同様に求積できるか試してみる	・ひし形以外の対角線が直交する図形もひし形の公式が当てはまる
14	底辺の長さが一定で高さが変わる三角形の面積の変わり方をとおして，面積と高さが比例関係にあることを理解することができる	・面積と垂直関係にある一方の長さは比例関係にあること
15	練習問題を解く	

（3）本時の指導過程（9・10/15）

学習過程	学習活動 教師の発問	期待したい子どもの反応	備考
	1. 前時までの確認をする		
	T:前の時間はどんな勉強をしたのか覚えていますか？	C:どんな三角形でも底辺×高さ÷２で面積を求めることができるということです.	
	T:今まで新しい図形の面積を考えるときにどんなことをして求めてきましたか？	C:面積の公式が明らかになっている図形に組かえ変身（等積変形）や倍変身（倍積変形）をさせて面積を求めてきました. C:底辺と高さは垂直の関係になっていました.	
	＜今までの学習で使った考え方＞ 新しい図形の面積を求めるとき ○面積の公式が明らかになっている図形に ①組かえ変身（等積変形） ②倍変身　　（倍積変形） させて面積を求めた		
	2. 問題提示 T:では今日の図形を出します.		
		C:三角形かな？ C:平行四辺形かも.	
		C:え？やっぱり三角形？ C:でも上に平行な辺があったから台形じゃないかな？	

	 2. 目的をもたせる T:台形の面積を求めますが，台形のままで面積を求めることができますか？ T:どんな変身ですか？ T:台形も平行四辺形や三角形と同じように，面積の求め方がわかる図形に変身させて面積を求めることができるかどうかやってみましょう.	C:やっぱり台形だ. C:できません. C:今までと同じように，面積の求め方がわかっている図形に変身させれば求められます. C:組かえ変身（等積変形）や倍変身（倍積変形）で長方形や平行四辺形や三角形に変身させます.	・ワークシートの配布. ①何の図形に変身させるのか ②何変身を使うのか ①②を決めさせて操作活動の目的を意識させる.
既習の活用場面①	3. 自力解決をする	＜予想される子どもの解決＞  	

		      ⑨  A:　4×4÷2=8 1×4=4 2×4÷2=4 8+4+4=16…③ B:　2×8=16　…⑥ C:　8×2=16　…⑦ D:　4×4=16　…⑧ E:　8×4÷2=16…⑨	・発表させる子どもに発表用拡大ワークシートに変形方法を書かせる．また，別紙に式を書かせる． ・図と式を別々に提示する． ・子どもの実際の操作活動にもよるが，分割合成である①～④の中から１つ，等積変形である⑤～⑧の中から２～３つ，⑨の倍積変形１つ程度，合計４～５個を集団検討で取り上げる． （分解合成，等積変形，倍積変形の代表として）

既習の活用場面②	4.集団検討 （1）図と式を対応させる <話し合いの視点> ・変形させた図形とそれに合う公式を話し合わせる． ・「わからない」子にわかる子が既習を使って説明する．わからなかった子がわかったら，その子に説明をさせる． T:どの図がどの式でしょうか．自分の予想をノートに書きましょう． T:①の図の式はどれですか？②の図の式はどれですか？… T:なぜ～の式が～の図と対応するのですか？		・予想を立てさせ挙手で自分の考えを表明させる．
既習を活用した集団検討①	T:説明できる人はいませんか？ T:今の説明でわからなかった人はいませんか？	C:私は⑨とEが対応すると思います．Eの式の８が平行四辺形の底辺で４が平行四辺形の高さになっています．平行四辺形に倍変身させたので１枚分の台形を求めるために÷2をしていると考えました．	・初めにほとんど全員の意見が一致した図と式の対応を話し合わせる．その後，意見が複数に分かれた図と式について検討させる． ・わからない子にわかる子が説明をし，わからなかった子が本当にわかったかどうか説明をさせる．

（休憩後）

学習過程	学習活動 教師の発問	期待したい子どもの反応	備考
既習を活用した集団検討②	⑵.1）共通点を探る T:これらの解き方の共通点はなんでしょう？ ＜話し合いの視点＞ ①面積の求め方が明らかになっている図形に組かえたり（等積変形）倍にしたり（倍積変形）分けて足したり（分解合成）して求めていること ②どの変形方法も元の台形の上底と下底と高さを使って求められていること ③上底と下底に対して垂直な線分である高さを使って面積を求めていること T:それぞれの解法は元の台形のどの部分を使って求められたものでしたか？ T:元の台形の数値に置き換えてみるとどんな式になりますか？	C:今までと同じ組かえ変身と倍変身にして台形の面積を求めています. C:解き方がわかっている図形に変身させています. C:⑨の方法は，平行四辺形に倍変身させたので，底辺の部分が台形の上の辺と下の辺をたした数になっています. C:⑥の方法は…	・変形した図形の底辺が元の台形のどこの部分にあたるのか，高さがどこにあたるのか吟味させる. ・面積を求めるにあたり変形させた図形の底辺と高さの部分が元の台形のどの部分に対応しているのか吟味させる.

既習の活用場面③ 自分の解法の省察	T:今の説明をきいて分からなかったところはありませんか? T:発表された解決方法の他に自分で考えた方法も話し合った共通点があてはまるかどうか確認しましょう. T:元の台形の数値を使って式を書き直してみましょう. 5.まとめる T:今日分かったことは何ですか?	C:なんか似ている式がある. C:今までと同じように公式が分かっている図形に組かえ変身（等積変形）や倍変身（倍積変形），４年生でやったわけたし法（分割合成）で台形の面積が求められることが分かりました. C:どのやり方も台形の上の辺と下の辺とその間の垂直な高さを使って面積を求めていました.	・わからない子にわかる子が説明をし，わからなかった子が本当にわかったかどうか説明をさせる. ・わからない子どもがいたら，全体で取り上げ吟味し，わからない子が最終的に説明できるように支援していく.

振り返る	6. 次時の見通しをもつ T:似ている式があるのでもしかしたら台形も今までの図形のように面積の公式が作れるかもしれませんね. 明日は台形の面積を求める公式がつくれるかどうか考えていきましょう. 7. 最後に今日の感想を書きましょう.	C:似ている式があるので,平行四辺形や三角形のように公式がつくれそうです.	

②授業プロトコル

１時（等積変形・倍積変形の素地指導場面）

10/8（木）

（00:14）

C1:よろしくお願いします.

T1:よろしくお願いします．皆さん元気ですか.

C2:はい元気です.

T2:皆さん B-1 に行ってきました？

C3:はい.

C4:いいえ.

T3:行った人.

C5:はい（挙手）.

T4:なんか食べてきた？

C6:はい

T5:そうか．行かなかった人結構いたんだね.

C7:出雲ぜんざいおいしかった.

T6:出雲ぜんざいおいしかった．先生ねあるお店，B-1 で出展しているお店でね，こんな形の物食べてきたんですよ.

C8:あっ，いなり寿司.

T7:あっ，いなり寿司だと思った？あーなるほどね…

C9:あ，あ，あ，あ，あ，あ！分かった，三角コーン！

C10:津餃子！

T8:三角コーン，津餃子．違う…

C11:いなり寿司.

T9:違う.

C12:大根

T10:違う.

C13:おぎにり.

T11:違う.

C14:こんにゃく.

T12:違う．あのね,

C15:はんぺん.

T13:違う.

C16:ホットドック.

T14:違う.

C17:おいなりさん.

T15:あのね，ちくわとうふってある.

C18:あ～あ～あ～

T16:鳥取ちくわとうふっていうお店あったんですけど，こんな形のとうふ入っていたんですよ.（直角二等辺三角形を提示する）こんな形. どんな形？

C19:二等辺三角形.

T17:すごいな. いきなり二等辺三角形が出てくるなんて思わなかったな. 君たちって賢いね. 二等辺三角形. 本当？

C20:直角三角形.

T18:直角三角形. 直角三角形にもなっている. ということは，二等辺三角形と直角三角形が組み合わさったというと，何三角形？

C21:直角二等辺三角形.

T19:素晴らしい. すごい. ここでバンと出てくるとは思わなかった. 直角二等辺三角形，さんハイ.

C22:直角二等辺三角形.

T20:そうなの. 直角二等辺三角形.

C23:初めて聞いた.

T21:初めて聞いた？あれ，じゃあ覚えて.

T22:直角二等辺三角形（言いながら板書する）. じゃあみなさんもノートに書いてくださいね.

C24:はい.

T23:でもすごいな. すごいね君たち. 二等辺三角形，直角三角形，直角二等辺三角形…すごい. びっくりした. あ，第１回も書いてください. 第１回ということは？明日は？

C25:第２回.

T24:さあ，これね，１つのね，ちくわとうふで直角二等辺三角形なわけですよ. 先生ね，算数好きなのでいろんな物で算数のこと考えるのがちょっと趣味になってきちゃって…先生考えたのね. もしこれが同じ直角二等辺三角形が２つあったらどんな形出来るかなって思ったの.

C26:長方形，正方形…

T25:君たちちょっと待って待って待って. すごい！いきなりパンパンパンパン出して嬉しいんだけど…（２枚の直角二等辺三角形を出しながら）でね，こういうくっつけ方なしね.（辺と辺をぴったりとくっつけていない提示）

C27:船じゃないですか.

C28:ヨット.

C29:あの，辺の長さが合わない形は無し.

T26:そうそう，ありがとう.

C30:辺の長さが合わないのは無し.

T27:辺と辺がぴったり合わないで，こう，はみ出している形は無しにした時に，いい？２枚で，この２枚の（２枚の直角二等辺三角形を黒板に張りながら）これ１枚（最初に提示した直角二等辺三角形の上に板書）２枚の直角二等辺三角形で作れる形って，何種類くらいあるかな？みんなだったら何種類くらい出来ると思う？

C31:３種類くらい！

C32:２種類.

C33:２～３くらい.

T28:じゃあ，１だと思う人（挙手を求める）．１種類(誰も挙手せず)．じゃあ２枚だから２種類.

C34:（全体の 3/4 ぐらい挙手）

T29:３種類（挙手を求める）.

C35:（２～３人）

T30:４種類.

C36:（０人）

T31:５種類.

C37:（０人）

C38:以上，以上.

T32:それ以上.

C39:（０人）

T33:お～．ということは，１か２か３に君たちは予想を立てたんだね．おもしろいね．じゃあ，今から君たちにも，ちくわとうふ，かしてあげます.

C40:やったぁ.

T34:この中に，君たちにも同じ物が入っています（１人ずつに色板が入っている封筒を見せながら).この中から２枚だけ使ってください．２枚だけでやってくださいね．（１人ずつに封筒を配布する).

（05:00）

T35:じゃあ，中から２枚だけ.

C41:（封筒の中から色板を２枚取り出す）

T36:じゃあ，出来上がった形をノートに書いて，名前もね，書いてね．（机間巡視しながら）直角二等辺三角形って書くんだよ．形もかくよ．（直角二等辺三角形を指しながら）同じ形ね．形もかいてね．１枚って書いてね…

T37:出来上がった形もね，ノートにかいてください．でね，＜２枚＞て書いてください．（板書）

C42:（自力解決①）

T38:どう？何種類くらい作れた？

C43:３種類.

T39:３種類？

C44:３種類だ.

T40:（机間巡視）

T41:ん？どうした？できません？できた？２枚だったら…２枚で出来た形をかいて…名前も書いてね.

C45:先生，分割線入れました.

T42:分割線，あ，入れていいですよ．むしろ入れた方がいいと思う．分かりやすいから.

T43:名前も書いてね．定規でちゃんとかこう.

T44:いいぞ〜，なんかみんないいねえ．まだ無いかなって探そうとしているところが大変素晴らしいですね．いいよ〜．いろいろな組み合わせを考えてみるんだよね.

（集団検討①—07:33）

T45:じゃあさ，誰かここに来て実際につくってくれるかな？

C46:はい！はい！はい！

T46:（４人の子どもに黒板に貼らせる　正方形，平行四辺形，三角形，平行四辺形，三角形）

C47:３種類しか出来ない

C48:H（児童名），かぶってる.（最後に三角形をつくった子に対して）

C49:３種類だ.

C50:かぶってる.

T47:かぶってる？でも貼りたいんだな．ありがとう，頑張ったね.

T48:同じのってありました？これ.

C51:はい.

C52:あっ！おれ違うのにしよっ.

T49:どれとどれ同じ？

C53:えーと，左から２番目と

T50:左から２番目と

C54:右から２番目.

T51:右から２番目が同じ.同じですか，これ？

C55:はい.

T52:本当？

C56:あ，向きが違う.

C57:向きが.

T53:同じ？これ．違うくない？

C58:反転させたやつ．反転させたやつ．

C59:あの，表裏ひっくり返すと，黄色い方にひっくり返すと同じになると思うんですけど.

T54:ひっくり返したよ.

C60:あれ，なんか違う.

T55:同じですか，これ？

C61:あっ，違う.

C62:あ～４つだ.

C63:でも向き変えれば…

T56:向き変えれば？向き変える？じゃあちょっと前に．これ，向きを変えると同じ形になるの？

C64:分割線が分かりやすい.

C65:あれ？

C66:そっちを反対にしてみれば？

C67:青い方を上にして.

C68:(ひっくり返す)

T57:お，すごい.

C69:縦と横の分割線が見えればいいんです.

C70:青の面にすればいい.

C71:いいです.

T58:同じになった．あれ，不思議だね，何かこれ，ぱっと見ちがうように見えたよね，これね.

C72:向きだけが違う.

T59:向きだけが違う？

C73:あの，下の方は斜めだったので，いや違う．上の方が…

C74:あっ斜めに切ったのとたてに切ったのがあります.

C75:たてにすれば，下と同じになる.

C76:斜めに切ったのとたてに切ったのがある.

T60:これ，じゃあ，同じ形でいいですか?

C77:はい.

T61:いいですね？

T62:これ，ひっくり返したんだよね．さっきね．ありがとね．すごい難しい技をやってくれた．ひっくり返したんです．そしたらこれとこれは？（図形を動かしながら重ね合わせる）

C78:同じになる.

T63:同じですね．色は違うけど同じ形になりましたね.

C79:この勉強，前やったけどね.

T64:おお？前もやった？

C80:合同の図形で，裏返すと同じっていう.

T65:素敵～.

C81:合同の見分け方.

T66:君たちすごいね．ちょっと鳥肌立ってきた．前の勉強を活かしたんだね．ひっくり返すと同じ形は合同であるっていうことを使ったんだ．すごいね．今すごい鳥肌立ってる．じゃあこれ 2 つ目にしちゃいますよ（平行四辺形を動かしながら）.

T67:あれっ？これとこれ違う？同じ？（三角形とひっくり返った三角形）

C82:同じ．同じです.

T68:これも？

C83:向きが.

T69:向き？向きが？

C84:上と下が違う.

C85:上と下で上下が違って反対にすれば.

T70:こうですね？（図形をひっくり返しながら）

T71:３つ．あれ？もうないですか？

C86:あ，まだあります.

T72:まだありました？

C87:いいえ.

C88:はい.

T73:まだあった？

T74:はい，じゃあおいで．まだあるんだ．どれどれ．作ってごらん.

C89:間違えたかな.

T75:いやいや，あるってあなたが言ったから.

C90:ひし形…どうですか？　(12:12)

T76:どうですかだって.

C91:（正方形と）同じです.

C92:いいえ.

T77:いいえ.

C93:あの～

T78:A くん，はい.

C94:う～ん，なんて言ったらいいんだろう…

C95:それ，先生，はい.

T79:ちょっと待って．今Ａくんが…

C96:それだと向きを変えたら正方形の，一番左の…

T80:（手招きして前に来させて説明させる）(12:36)

C97:うーんと，この形だと，こうすると（つくられたひし形を回転させながら）こっちと（正方形を指さして）同じになるから.

T81:あら，同じだ.

T82:これは？（正方形と正方形を指しながら）

C98:ひし形って言いたいと思うけど，ひし形じゃなくて正方形になって，全部の，全部のって言うか正方形になるから違うと思います.

T83:同じ形になるから，これは同じじゃないかと…

C99:いいです.

T84:別じゃないよ，と．納得？皆さんは納得した？

C100:うん.

T85:納得ね．うん.

T86:そうか．でもこういうふうにしても（正方形の頂点を上下にもちながら）見たかったんだね．ね．こういうふうにして見ると，あなたは何形だとこれ見たかったの？

C101:ひし形.

T87:ひし形で見たかったんだ.

C102:でも正方形.

T88:でも正方形．あれ？ちょっと待って…ってことはこれ（正方形を指しながら）名前…

C103:正方形.

T89:正方形.

C104:ひし形にもなる.

C105:ひし形正方形.

T90:ひし形，でもあるんだこれ.

C106:はい.

T91:あじゃあこれ名前２つあるじゃんこれ.

C107:ひし形正方形.

T92:これね，実はね正方形ってのは，特別な四角形で，実はひし形でもあるんですよ.

C108:ひし形正方形.

C109:ひし形三角形.

T93:ひし形で辺の長さが全部同じで，あと（４つの頂点を指しながら）90°のひし形を正方形って言

うの．君たちすごいね．気づいているんだね．正方形，括弧して小さくひし形．（図形の上に，正方形，（ひし形）と板書）ひし形でもあるんだよ．よくそこも見抜いたね．素晴らしいです．そういう図形の見方大変素晴らしい．いい素質もってますね．

T94:これ（平行四辺形を指して）名前何だ？

C110:平行四辺形.

C111:平行四辺形.

T95:平行四辺形？

C112:全ての辺がえーと，隣り合っている辺が平行.

C113:向かい合っている辺が平行.

T96:隣り合っている辺が平行ね.

C114:向かい合っている辺が平行です.

T97:向かい合っている辺が平行だと.

C115:向かい合っている２つの辺が平行で，ある平行四角形.

T98:そうですね．平行四辺形ですね．（平行四辺形と板書）

T99:じゃあ，これは何だ？

C116:三角形.

C117:二等辺三角形.

C118:直角二等辺三角形.

T100:ん？何何何？

C119:直角二等辺三角形.

C120:直角じゃないよ.

T101:これ（１枚の直角二等辺三角形を指しながら）と同じ直角二等辺三角形だ？どうしてそう思った？

C121:直角か？

C122:えっと，ここ（黒板の前に出てきて２枚で出来た三角形を１枚の直角に等辺三角形と同じように置きなおして）

T102:おっ.

C123:直角だ.

C124:こうすれば直角二等，ここが直角になるので

C125:なったなった

C126:なんだ？

C127:えっ，なんで？

T103:どうですか？

C128:いいです.

T104:（発表した子どもに対して）ありがとう．すごいね.

C129:ああ，直角ですね．ノートの書き方が悪かったです.

C130:大きさが違っても直角はあります.

T105:そうだよね.

T106:（１枚の直角二等辺三角形の直角にあたる頂点を上にもってきて示し）これってさ，こうやって見ると直角二等辺三角形かどうか分からないけど，こうやって置くと（床に対して高さが垂直になるように三角形を提示しながら）直角二等辺三角形が見えるんだね．あなたすごいね.

C131:直角の部分がこうなっている感じで見ると見えやすいんじゃない．（直角関係にある部分を床に水平にして置くと）

T107:こうだと見やすい．（直角関係にある部分を床に水平にして提示しながら）

T108:なんで見やすいんだろうね．こうだとね.

C132:直角かくときこうやってカクってみんなかいてあるから（水平に直線をかいて垂直に線をかくから）

T109:直角がすぐ見える？直角がすぐ見える？

C133:はい.

T110:君たちすごい.

T111:さて，これ，じゃあ名前かきますよ．直角二等辺三角形とかきますよ．（板書）

C134:45°と 45°をたすと 90°になるから.

T112:素敵．素敵.

C135:三角定規と同じ.

T113:あっ，何？三角定規と？

C136:三角定規と同じ

C137:三角定規の小さい方でしょ.

T114:素晴らしい．大変素晴らしいです.

T115:ここまでで，先生，あることに気づいちゃったんですけど，みなさんはこれを見て何か気づいたことはありますか?

C138:はい，はい，はい，はい

C139:45＋45＋…

T116:これ１枚（１枚の三角形を指して），これ２枚（２枚でつくった図形を１つずつ指しながら）…．何か…まあ，当たり前っちゃあ当たり前．当たり前っちゃあ当たり前.

C140:当たり前.

C141:はい.

T117:当たり前いってくれる？はい.

C142:45＋45=90°

T118:なるほど．ここが（２枚で直角になっているところを指して）90° ができている．すごい．いい見方しているね．素晴らしい.

T119:あったりまえ，あったりまえ…

C143:はい.

T120:当たり前の発見できた？お願い．どうぞ.

C144:はい．90° と 90° が合わさって 180° になっている.

T121:なるほど．180° にもなるんだよね．90° と 90° ．すごい．角度のところに目を向けている．大変素晴らしい．角度，大事だよね．90° が出来ているんだ，90° が隠されているんだ，というところ，みなさんそれちゃんと覚えておいてください．素晴らしい.

C145:あっ，まだある.

T122:まだあるんですけども,

C146:あ，はい，はい

T123:これ，面積どうなっていますか.

C147:あ〜それいいたかったんです.

T124:言いたかった？じゃあそれ言って.

C148:えっと，田中先生の当たり前ってもしかしたら，２枚で出来ているから全部面積が同じってことじゃないですか.

T125:おっ，すげー，すごい.

C149:あー本当だ.

T126:どこ？どれとどれ？

C150:正方形の形も２枚だし，平行四辺形も２枚だし，直角二等辺三角形も２枚だから，全部面積が同じじゃないですか.

T127:おっ

C151:正方形で出せば.

T128:どう？

C152:しかも，全部同じ正…三角形を使っているから.

T129:（２枚の図形をひとくくりに板書しながら）あ，何何？もう一回言って．もう一回言って.

C153:違う三角形を使っているんじゃなく，あのー最初の１枚目で使った三角形を２枚ずつで組み合わせているから，面積はどうやっても２枚で組み合わせているものだから，変わらない.

T130:変わらない．すげー．同じ三角形２枚を組み合わせているから，２枚だから全部この面積は同じだ…でも，形は？

C154:違います.

T131:違う．不思議だね.

C:155 でも,

T132:うん．でも？

C156:でも並べかえれば同じ形になると思います．ので…

T133:並べかえると，同じ形になる？

C157:同じ形になります.

C158:全部同じ形なるから，別に，全部同じ形で同じだと思います.

T134:Y さんが言った並びかえると全部同じ形になるって言うのは，どういうことかな？例えば？

C159:平行四辺形のやつを，あの一平行な感じに，こんな感じに（自分の席で身振りを交えて）(教師,間違った動かし方をする）いえそうじゃないです．そっちにもってきてやると（正方形になるように教師動かす）正方形になるし，三角形も下を回して長い方にもってくれば，正方形になります．(教師演示する）

T135:あらっ（19:45）

C160:あ

T136:すげー．同じ形にも

C161:なる.

T137:なるんだ．すごいね．ちょっとこれ，先生ここまで出てくるとは思わなかった．びっくり．君たちの発見力って高いね.

T138:そしたらさあ，何て書けばいい？見つけたきまり.

C162:同じ２枚の三角形であれば，面積は全て同じ.

T139:うん，そうだね．面積同じなんだね.

C163:全てが言われている.

C164:つまり大きさが同じ.

T140:うん．大きさ同じ．面積が全部同じだけど形はちがう（板書しながら)．ね．形は違うけど（板書)．形ちがうけど変身してるんだよね．２枚で変身してるけど．名に変身て名づけたらいい？これ.

C165:えー

T141:何変身って名前付けましょうか.

C166:三角変身.

T142:三角変身．うーん三角…

C167:２枚…２枚だよね.

T143:形はちがうけど面積は同じ変身って長くない？何変身にする？

C168:大きさ同じ変身.

T144:面積同じ変身？

C169:大きさ同じ変身.

T145:大きさ同じ変身.

C170:あっちがうな.

T146:ちがうな？

C171:形一ちがう…

T147:形ちがっても面積同じ変身，長いな．まあとりあえず，

C172:合同じゃなくえーと

T148:とりあえず，長い名前にするけど後でみんなでこれをうまく短くしてちょうだい．ね.

T149:他に何か気づいた当たり前ない？当たり前っちゃあ当たり前.

T150:今みんなこうやって（２枚の図形全体を指して）見たよね.

C173:あ，はい，はい，はい.

C174:はい.

C175:あっはい.

T151:言ってみようか.

C176:本当か分からないんですけど，

T152:うん.

C177:その，正方形とかの周りの長さが同じかもしれない.

T153:周りの長さが同じかな.（図形の辺を指しながら）ん？同じかな？これは調べてみなければ分からないね．じゃああなたそれを調査しておいてちょうだいね.

T154:あと，これ（１枚の図形と２枚の図形を指しながら）見て気づいたことない？

C178:はい，はい，はい

T155:こう見て（１枚の図形と２枚の図形を指しながら）気づいたことない？

C179:はい，はい，はい.

T156:Y さん言ってみる？

C180:はい．あの一どの形にも，どこかにあの一直角がある.

T157:あっどこかに直角がある．すごい．その見方素敵.

C181:平行四辺形はないけど，

C182:中にある.

T158:中にある？

C183:中にあります．半分のところで.

C184:直角が入ってるんですよね.

T159:ここに入っていることね？(平行四辺形を指しながら)

C185:確かに.

C186:確かに.

T160:すごい.

C187:対角線だと…

T161:今，広さでこれ（２枚で出来た図形を指しながら）見たよね．同じように広さでこれ見たときに（１枚の図形と２枚の図形を指しながら）どうなってます？

C188:２倍.

C189:２倍.

C190:２倍.

T162:うん.

C191:さっき言ったやつだ.

T163:２倍になってるね.（１枚から２枚へ→を書きながら）(23:03)

C192:あっ分かった．あっ，もしかしたら最初の１枚目の三角の面積が出れば,

C193:あとは面積が出る．出る.

C194:その２枚の面積に，２かければ

T164:おーすごいね.

C195:１枚の方に２をかければ

T165:これを（１枚の図形を指して）

C196:２かければ

T166:２倍すれば面積求められるじゃんってことね.

C197:うん.

T167:はー．すごいね.

T168:じゃあ，これ（1 枚）を求めるにはどうしたらいい？

C198:えーと，２枚の方の正方形…

T169:はい,

C199:はい，はい，はい

T170:ちょっと考えて．ちょっと考えて．もしこの面積求めるとしたら，これを（２枚の図形を指しながら）どうすればこれ（１枚の図形を指して）になる？

C200:はい.

C201:はい.

T171:言ってみようか.

C202:１枚を２枚に，あ

T172:１枚を？

C203:１枚増やして２枚になるから，２枚のも１枚減らして.
T173:どうすればいい？２枚のものを１枚に減らすには．どうすればいい？これ（２枚の図形）をこっち（１枚の図形）にするには.
C204:わる
T174:わる
C205:÷１すればいい.
T175:÷１でいいですか？
C206:÷2
T176:÷２だね．うん.
C207:でも正方，正方形でかけ算すれば…
C208:うん.
C209:えっ？
C210:正方形がもし縦が４だったら，四四，十六で，それを２でわって８ってだせば，１枚の三角の面積が８ってでる.
T177:うん．÷2 ってことだよね.
C211:はい.
T178:結局ね.
T179:H さん，よく見つけた．÷2．これ，（１枚の図形と２枚の図形を指しながら）何変身って言えばいいかな？
C212:うーん，分離変身.
T180:これ（１枚から２枚を指しながら）何がこっちに変身すると思う？
C213:倍変身.
T181:倍変身になってる？どう？倍変身になってるよね.
C214:倍というかなんか…
C215:増加？
T182:これ名前倍変身にしよう．（板書）
T183:これ（形ちがうけど面積は同じ変身）はみなさん名前募集ね．何変身，募集ね.
T184:さてと，今，２枚まできました．こっからまた枚数増やすよ.
C216:３枚.
T185:ノー．３枚じゃない
C217:４.
T186:４枚です，今度．ちょっと待ってね．４枚をまずこのように（１枚の直角二等辺三角形と同じ向きになるように横に４枚並べながら）並べてください.

C218:４枚を？

C219:同じ向きでいいの？

T187:同じ向き使っても，同じ向き使わなくてもいいんですけど，とりあえず４枚出してください.

T188:じゃ今度は４枚だったら，何種類つくれますか．という問題．じゃあまず予想しようか．ね．１枚の時は１枚ね．２枚の時は３種類ね．じゃ次４枚だったら，はい１種類（０人）２種類（０人）３種類（１人）４種類.

C220:先生あっ質問です.

T189:はい.

C221:それは，４枚全部使ってつくれるものですか.

T190:はい．そうです．４枚全部使ってつくれるものね.

C222:５．５だと思う.

T191:５（挙手を求める）（数人）

T192:６（数人）

T193:はい．じゃあ何種類かあるんですけどね，まだつくんないでね.

T194:先生からここでミッションをみなさんにつくってほしい図形指定しますよ. いろいろつくれるの後でみなさんにやってほしいんですけども，まずさ，２枚でつくったこの（正方形，平行四辺形，直角二等辺三角形）図形，つくれます？

C223:はい.

C224:はい，つくれると思います.

T195:すごいね．みんな．自信もって「つくれます」.

C225:ぜったいつくれます.

T196:絶対つくれるの？

C226:つくれます.

C227:つくれます.

T197:へえー．じゃあ，これ（正方形．平行四辺形，直角二等辺三角形）絶対つくれるんですね.

C228:まだつくれるよ.

C229:はい.

C230:え？

C231:はい．それさ，つくれます.

C232:絶対１こはつくれます.

C233:つくれます.

C234:絶対つくれます.

C235:だって…

C236:あっあっ２枚の２倍だから…

T198:…じゃあ，やってごらんなさい．はいどうぞ．

C237:６種類かもしれないです．

T199:６種類かもしれない？はい，じゃあやってごらんなさい．

（自力解決―27:28）

C238:できた．

C239:２個つくった．

T200:できたらノートに書いといて．

C240:全部つくれる．

T201:何形がつくれたでしょうか．

T202:（以下，机間巡視しながら）正方形つくれませんって言ってた人がいたけどつくれます，と言う人もいたね．

C241:つくれます

C242:先生，

T203:はい．

C243:これ，何か１年生のとき，四角の，でかい四角の中にどんだけ三角形が入っているかっていうので…

C244:いっぱい入っているって思ってたのが，なんか，使えそうな気がする．

T204:使えそうな気がする．素晴らしい．

C245:確か，偶数が…

T205:奇数・偶数も関係している？

C246:できたー

C247:あれ？４つまでが

T206:この図，違うくね？中の分割線，書くといいよ．

T207:中の線もちゃんとかくんだよ．

C248:どうすればいいんだ．

T208:どうすればいいんだ．うーん．いろいろ組み合わせてつくるしかないね．

C249:先生，いいことわかりましたよ．

T209:いいこと，なんか，わかったことあった？そしたらメモしておいて．発見したこと書いておいて．

T210:お？よくつくったね，その形．意外とこれ，難しいんだけど．よくつくったなあ．いやいや難しいよ

C250:できた！

C251:すごいことが分かりました．

T211:すごいことが分かったの？それもメモしておいて．すんごいね．

T212:いや～．なんだ，君たちすごいね．

T213:お～よくこれつくれたねえ．

C252:長方形もつくれる．

T214:お，なんかこれ，これで分かることがありそうだね．すごいね．いやーおもしろい．

C253:三角形もある．長方形もつくれる．

(30:25)

T215:じゃあ，ちょっとここでつくってもらおうかな．

C254:はい．（複数）

T216:まだね，発表してない人にやってもらおうかな．

T217:じゃあね，まずあなたに．あなたがつくりたいの，つくっていいよ．つくりたい？お願いします．（２人に指名）

C255:はい，はい，はい．

T218:まず２人のちょっと，作品を…

C256:（平行四辺形をつくる）

C257:（１人の子が黒板平行四辺形をつくっているのを見て）そうだ，おもしろいこと分かった．(31:33)

C258:よくできたな，今の．

C259:（直角二等辺三角形をつくる）

T219:おーよくそれつくれたなー．

C260:え，簡単ですよ．

T220:２人がつくったの，ちょっと見てもらえます？ごめんねー．今みんなね，一生懸命黙々とつくってくれてすごくうれしいんですけど，ちょっと見てください．M くんつくってくれた形，これですけど，これつくれたよっていう人．

C261:はい（挙手ほぼ全員）

T221:何形ですか？

C262:平行四辺形．

T222:平行四辺形ですね．（板書）向き違うけど，同じ平行四辺形つくれましたか？

C263:はい．

T223:これ，向き変えてもいいんだよね．こういうふうに（貼られた平行四辺形の向きを変える）してもいいんだよね．よいしょ．こういうふうにしてもいいんだよね．

C264:はい．

T224:どっちが見やすい？みんな．こっちが見やすい？（動かした後の平行四辺形）それとも，さっきの M くんがつくった形の方が見やすい？

C265:何かそれだと（動かした後）横長に見えるからぼくは上の方が（M くん）の方が見やすいです.

C266:はい

C267:そうかな，横の方が見やすい.

T225:ああ, そうか. こっち (横長) の方が見やすい人もいるんだ (平行四辺形を横長に動かしながら).

こっち（横長）の方が見やすい人もいるんだ.

C268:ああ，はい.

T226:M くんがつくった形で，じゃあ，残しておこう.（元の平行四辺形の向きに置き換える）

C269:おもしろいことが分かりましたよ.

T227:なんか，分かったことがあるのは後で発表してもらうよ.

T228:さて，これ，じゃあ何形？

C270:三角…

C271:直角…

C272:直角二等辺三角形.

T229:あ〜，やっと出てきましたね〜.

C273:わかった，ぼく.

T230:（図形の上に直角二等辺三角形と板書する）

C274:４つだったら絶対あれが入る.

T231:これ以外にも,

C275:はい.

T232:つくれた

C276:はい

T233:人いますか.

C277:はい.

T234.じゃあね，お願いしていいですか？（１人に色板を渡す）お願いしていいですか？（もう１人に色板を渡す）じゃあまた２人出します.

C278:はい．ください．ください.

T235:ちょっとまってね.

T236:（図形をつくる人に）黄色でつくってくれると助かるな. 青, ちょっと磁石の力が弱くなってる.

T237:ほう，ほう，ほう，ほう，はい．違うのでよかった．はいありがとう.

T238:今２人のお友達がつくってくれたのですけども

C279:なるほど.

T239:なるほど，と今声がありました．何がなるほど？

C280:いや，あの，これ

C281:正方形，三角形，

C282:先生，これ，あのおもしろいことがわかりましたよ．

C283:二等辺三角形が２枚で正方形ができてるから，２枚でできた直角二等辺三角形が合わさってできているから，

T240:あ

C284:１枚も２枚も変わらない．

T241:あ，あ，あ，

T242:今すごいの発見した人がいる．

C285:あ～！それ言いたかったです．

T243:これが（２枚でできた直角二等辺三角形を４枚でできた正方形の方に持って行きながら）こうなっているよ（正方形に重ねる）と．

C286:はい．

T244:で，１枚の時も同じだと．これが（１枚が）こうなってて（２枚の三角形）これが（２枚の三角形が）こうなってるよと（４枚正方形）．

C287:はい．

T245:すごいね．

C288:先生，まだ多分きっとあります．(35:27)

T246:ちょっと

C289:まだ気づいたことあります．

T247:ごめん．これ以上ね気づいたこと自由に発言するとごちゃごちゃになるから，ちょっと整理整頓しながら進んでいいですか．

C290:はい．

T248:ごめんね．

T249:まず，これ何形ですか？

C291:長方形．

T250:長方形ですね．（板書）で，これは何形ですか？

C292:正方形．

T251:正方形ですね．（板書）まだあるんだよね？

C293:はい．はい．

T252:まだあるんだよね．あと１つつくれる人いるかな？

C294:はい．

T253:お願いしていいですか？（１人にあてる）

C295:（台形をつくる）

C296:台形だ.

T254:すっげーなあ…

C297:あっ

T255:これ，何形？

C298:台形.

T256:ありがとう．すごい．いやーちょっとすごいわ．君たちすげー.

C299:ほんとだ，先生，つくれた.

C300:気づいたんですけど,

C301:平行四辺形の

T257:すげーなー（“台形”と板書）

C302:何かを動かすだけでつくれる.

T258:あ，え，平行四辺形の何かを動かすだけでつくれる.

C303:正方形の何か，正方形でもつくれます.

T259:正方形でもつくれる．ほう.

C304:何かを動かすと

T260:なるほど.

C305:あともうひとつ,

T261:ごめんね．ちょっとまってね…すごいね，君たちね.

T262:ちょっと，他の人にも考える時間をね，与えたいんですけども，さっきの見方で，４枚の時も見れますかね．さっきの見方ってのは，２枚同士ではこういうことがいえたよ，これ，倍変身してる．÷２すれば求められる（１枚を），倍すれば（１枚を）求められる（２枚を）って関係だっていうことが分かったけども，さっきの見方が今回も使えそうですか？

C306:はい.

T263:それを，言える人.

C307:はい.

T264:まだ，ちょっと時間欲しい人，どれぐらいいる？

T265:そしたらね，その発見したことをノートにちょっと書いてちょうだい．では，どうぞ.

C308:他のことでもいいですか？

T266:他のことでもいいよ．ただ，こっちの変身がこっちでも言えるかどうかっていうのを確認してからしてもらえれば.

（自力解決③―38:30）

（机間巡視）

（41:03）

T267:まだいっぱいあるんだけども，とりあえず，ここでちょっと区切り付けて．

C309:まだありそうな気がする．

T268:まだあるよ．でもね習った平行四辺形とかって名前ついたものだったら，まあこのへんで．まだあるけどね．

C310:ちょっと，向き変えていいですか？説明するとき．

T269:はい．いいですよ，もちろん．向き変えて説明しやすい形に直すのは，大変いいと思いますよ．

T270:じゃあ，今メモしたことを，隣同士で発表し合ってみてください．どう？みんな，隣の人はどんなこと考えていたの？じゃあどうぞ．

（41:43）

C311:（隣同士で話し合う）

（42:37）

T271:はい，じゃ，いいですか．確認します．発表の前に確認ですよ．さっき，１枚，２枚の時で考えたことが，４枚でも言えますか？

C312:はい．

C313:言えます．

T272:言えますか．言えますか．じゃあ確認だよ．まず，形はちがうけど面積は同じ．これはどうですか？

C314:いいです．

T273:いいですね．だってみんな？

C315:同じ三角形を，

T274:同じ三角形を

C316:使っている．

T275:うん．４つでつくっているから．ね．

C317:ただ，まぁさっきも言ったんですけど，だんだん形が崩して行くとまたなんか正方形に戻すことができる．

T276:そうだよね．ある形に直すことができる，って言うところも同じ．正方形だけじゃなくって？正方形から？

C318:動かすと

T277:動かすと？

C319:三角形も

T278:三角形もつくることができる．なんかトランスフォーマーみたいだね．知ってる？ガチャガチャガチャ，ガチャガチャガチャ

C320:知ってます．昔の頃から今の頃まで知ってます．

T279:（４枚でできた図形をくくり，形はちがうけど面積は同じ変身と板書）形はちがうけど面積は同じ変身ですよ，ということが言える．じゃあ，倍変身っていえるの？これ.

C321:はい.

C322:はい.

T280:４枚とどれが倍になっているかわかる？

C323:それと関係あること分かります.

T281:さっきはさ，ここ（１枚）とここ（２枚）が倍の関係だってなったでしょ？じゃあこれと倍の関係はどこですか？

C324:はい

C325:はい

T282:どれですか？

C326:平行四辺形…

C327:う～ん？

C328:はい

C329:なんか…

T283:これちょっと気づいた人が，１，２，３，４，５，６，７人.

C330:関係あるのかなって…

C331:関係あります.

T284:ここ（１枚）とここ（２枚）が２，２倍の関係なんでしょ？ここ（４枚）は？

C332:４倍の関係

T285:ここは，どれと倍の関係になっていますか？K くん.

C333:２枚で，２枚のところと２倍の関係になっています.

T286:ここが２倍の関係になっています．どうですかみなさん.

C334:いいです.

T287:さっき A さん言ったんだよね．さっき A さん実はみんなに言ってくれたんだよ．そこ聞いてたかな？これがさーって（２枚でできた直角二等辺三角形を４枚でできた正方形にかざしながら）2 つなると正方形だよって，さっき言ってくれてたんだよ.

C335:それにつけたします.

T288:それにつけたしてくれる.

C336:ちょっと似てること.

T289:ここが（２枚から４枚へ矢印と×２をかき）２倍の関係．ということは逆は？（４枚から２枚へ矢印を書く）

C337:÷２

T290:÷２だね．そう．こう言えるんだ．これも倍変身を使ってる．（板書）

C338:巨大化してる．

T291:巨大介してる．いいね．その言葉いいですね．こっから（２枚から４枚へ）巨大化してるんだね．その通り．

C339:はい．

T292:なんか言いたい人がいっぱいいる．

C340:つけたします

T293:M くん．

C341:はい．２枚のときに１枚の時と同じ直角二等辺三角形ができているので，そうすると，×２倍のときに，４枚のときになっても，これをどんどん組み合わせて行けば，大きな三角形，数に，形になっていく．

T294:面積も求められるってことだ．

C342:それをどんどん数が何枚か大きくなっていっても，

T295:あ，そういうことか．

C343:大きな直角二等辺三角形ができていくので，それを組み合わせていけば，だんだん…

T296:すごい．なるほど．今言った意味分かるか？

C344:はい．

C345:いいえ．

T297:分かる？これを（１枚の直角二等辺三角形）組み合わせていって図形できているから，面積を求めることができるよって言ってる．そういうことだよね．

C346:はい．

C347:はいできます．

C348:分かります．

C349:１枚が分かれば全てが分かります．

C350:１０倍でも１００倍でも何倍でもできる．

T298:すごいね．何倍でもできる．

T299:あと気づいたことある．

C351:はいはいはいはい．

T300:他の人がついてきてないぞ．大丈夫？他の人がぽかんとしているけど大丈夫かな？後一人だけ．

C352:なんか角が交わっているところがある．

T301:交わっているところがあるね．すごいね．角交わってる．だから切ると図形が

C353:できる

T302:できるんだね．これ切ると（４枚でできた直角二等辺三角形を１枚と３枚の図形に分ける）何形

と何形ができますか？

C354:三角形と台形

T303:三角形と台形になるんだ．すごいね．図形を切って，ちがう図形に表せることもできるということはあなた言ったんだ．素晴らしい．

C355:はい，まだあります．

T304:時間が．ごめん．中休みだ．みんな今日の勉強をして，もっと言いたいこともあったと思うし，言えなかったこともあると思うので，感想を書いてあとで先生に教えてください．よろしいでしょうか．

C356:はい．

T305:じゃあ，今日はすごくみなさんすばらしかったです．頑張りました．終わります．今日分かったことは「倍変身」「形はちがうけど面積は同じ変身」これをみなさん忘れないようにしてください．いいですね？

C357:はい．

T306:気をつけ．ありがとうございました．

C358:ありがとうございました．

(終了 48:38)

２時（平行四辺形の求積場面）

10/9（金）

（00:00）

平 C:これから１時間目の授業を始めます

平 T:始めます.

平 C:始めます.

平 TC:よろしくお願いします.

平 T1:はい．昨日，君たちが見つけたものを先生１枚にまとめてきました（色板で発見したことを貼りながら)．こういうことを君たちは発見したんですね.

平 C1:まだできた形あったんだけどね.

平 T2:まだあったんだけど，でも昨日の発表で明らかになったことを確認しますよ．１枚の直角二等辺三角形で２枚だったらどうなるの，ていうふうにしてやったんだよね．その時，これ（２枚でつくった図形を指しながら)，形はちがうけども，面積は同じ変身ってやったんだ．これは全部これに変えることできるし（２枚でつくった正方形を２枚でつくった平行四辺形に)，これにもなるし（２枚でつくった正方形が２枚でつくった直角二等辺三角形に）これがこれにもなるし（２枚でできた直角二等辺三角形が２枚でつくった平行四辺形に）っていうことを発見しました.

平 T3:あとみなさん見つけたのは,倍変身って見つけたよね(１枚の図形と２枚の図形を指しながら)．これ（１枚を）２倍すればこれ（２枚でできた図形）になる，これ（２枚の図形）を２で割ればこれ（１枚の図形）になるっていうのを見つけました．４枚の時はどうでしたかっていうと，いや，こんなにたくさん（図形が）出てくるとは思いませんでしたね．長方形，正方形，ひし形にもなっている．正方形．で直角二等辺三角形，台形，平行四辺形．これも全部形はちがうけども面積は同じ変身で，これ，全部これに変身できますよ，というのを見つけました．また，これも倍変身になっているよ（４枚でできる図形を指しながら)．これ（２枚でできた図形）を２倍にするとこれ（４枚でできた図形）になるし，これ（４枚でできた図形）を２で割るとこれ（２枚でできた図形）になる，そういうふうな発見をしました．まだみなさんいっぱい発見したことをノートに書いていると思いますが，今日はね，またとうふちくわの謎を．とうふちくわシリーズでちょっと…いってみたいと思います.

平 T4:あのね，とうふちくわね，あの，直角二等辺三角形の他にね，こんなちくわ入っていたの．(封筒から図形を取り出す)

平 C2:四角だ.

平 T5:何形？

平 C3:正方…長方形.

平 T6:そう．長方形のちくわが入っていたんですね.

平 T7:長方形のちくわ．ね．まあ直角二等辺三角形のちくわの大きさ，まだちょっとだせないんだけ

ども，これ，先生は食いしん坊です．たくさん食べたいなと思っていました．面積をはかることにしました．これ（長方形を指して），分かる？面積．

平 C4:はい．たて×横．

平 C5:たて×横．

平 C6:でも，あの一センチが分からないから…

平 T8:長さが分からない？じゃあどこの長さ知りたいですか．

平 C7:えーと，あの…

平 T9:（十字を切る）

平 C8:言葉でしゃべって．

平 C9:たてと，

平 T10:たてと？

平 C10:横の長さです

平 T11:横の長さが知りたいです．

平 T12:どうですか？

平 C11:いいです．

平 T13:たてと横の長さ教えますよ．

平 T14:（たての長さの部分に５cm と板書）

平 C12:あっ

平 T15:えっ？

平 C13:先生，マスで何センチってあの…

平 C14:１マス１センチ…

平 T16:５m ではないですね．（横の長さ６cm と板書）

平 T17:はい，ノートにさっと書いて．

平 C15:（子ども，ノートに書く）

平 T18:長方形ね．（黒板の図形の上に板書）長方形のとうふちくわね．たてが５cm，横が６cm のとうふちくわ．

平 C16:書きました．

平 T:あと５秒でやってください．５，４，３，２，１．式と答え，言えますか？

平 C17:はい．

平 T19:はい（挙手を求める）．

平 C18:はい．

平 T20:じゃあ，言えない人．逆に（挙手無し）．

平 T21:じゃあ，全員で言ってみましょう．さん，はい．

平 C19:５×６＝３０　答え３０㎠.

平 T22:うん. （黒板に板書）なんで５×６をしたんですか？

平 C20:はい.

平 T23:はい.

平 C21:面積の長方形の公式はたて×横だからです.

平 T24:かっこいい.

平 C22:同じです.

平 T25:公式を使った. 公式があるんだ. 長方形の公式. 長方形の面積を求める公式ね. （板書しながら）

平 C23:あ, 先生, 四角に公式があったら三角にも公式があるよ.

平平 T26:ちょっとまってね. 君たちすごいから, ちょっとまっててね. みんな走り過ぎ. （板書しながら）

平 T27:（長方形の面積を求める公式）が, えーとたて？

平 C24:たて×横

平 T28:たて×横（板書しながら）なわけですね. 素晴らしいですね. 公式という言葉が使える君たちがすてき.

平 T29:実はね, まだとうふちくわね, 入っていたの. （封筒を持つ）

平 C25:うぇ〜.

平 C26:正方形だ.

平 C27:三角かな.

平 C28:え〜？

平 T30:（封筒から図形を途中まで引き出す）

平 C29:正方形？

平 C30:三角？

平 C31:正三角形

平 C32:いや, 下が

平 C33:直角三角形.

平 T31:（途中まで引き出した図形のまま封筒の向きを変えて）

平 C34:台形？

平 T32:ああ, 三角形,

平 C35:台形.

平 T33:台形.

平 C36:平行四辺形.

平 C37:直角三角形.

平 T34:平行四辺形．ああ.

平 T35:こんな形です（図形を封筒から全部取り出して見せる）.

平 C38:平行四辺形.

平 T36:平行四辺形.

平 T37:先生食いしん坊だから，

平 C39:はい.

平 T38:平行四辺形も食べたいなって思ったんだけど，面積求めたんだよね.

平 C40:たて×…

平 T39:これ，どうやったら面積…

平 C41:はい.

平 T40:求めることができるかな．それノートにちょっとアイデア書いて．アイデアってのは，こうすれば面積を求めることができるってことまで書いてほしい.

平 C42:え？あ，言葉でかくの？

平 T41:言葉で書いて．言葉で．図で書かなくていいから．こうすれば面積は求めれるな．アイデアを書いてください．図は書かなくていいですよ．言葉だけ．図まだ書かないでいいよ．アイデア.

平 T42:（黒板に貼った図形に「平行四辺形」「面積を求めるアイデア」と板書）（55:53）

平 C43:できました.

平 C44:できました.

平 T43:（机間巡視）

平 T44:は～長方形の…なるほど.

平 T45:は～なるほどね．昨日の技，使うんだ．なるほど.

平 C45:昨日と同じような感じに…

平 C46:あ～

平 T46:なるほど．そっかそっか．なるほど．やっぱりノーベル賞が出そうだな．なるほどね.

平 T47:平行四辺形と長方形と，何がちがうんですか.

平 C47:向き.

平 T48:向き.

平 C48:傾き

平 C49:角度.

平 C50:角の形.

平 C51:あれ？あれかな？

平 C52:角の大きさ.

平 T49:角の大きさ．どこの角の大きさですか？

平 C53:んと，えーと４つの…

平 C54:垂直になってない．

平 T50:どこが垂直になってない？

平 C55:えーと，長方形だと…

平 T51:前に来て．ちょっと前に来て．垂直になってない．じゃあ長方形だったら，ちょっと…お願い．

平 C56:はい（前に出てきて）

平 T52:うん．指さしながら．

平 C57:えっと，ここが垂直になっているんですけど（たての辺と横の辺を指しながら）．

平 T53:ここ垂直ね（たての辺と横の辺でできた垂直の部分に赤の書き込みをする）．うん．垂直．あと垂直あります？長方形．

平 C58:ここどこことここ

平 T54:ああ，４隅が垂直なわけですね（４隅の垂直部分に赤の書き込みをする）垂直，垂直，垂直．ここまでみなさん O.K.ですか？

平 C59:はい．

平 T55:はい，はい．で？

平 C60:で，平行四辺形を見ると，垂直の部分がないのですが，ここに…（底辺に対する垂直の線を指で書こうとする）

平 T56:ちょっとまった〜．ありがとね．

平 T57:平行四辺形の部分には垂直がない．長方形は角が垂直だから，公式使えたんだね．そうだよね．

平 C61:うん．

平 T58:ここ（平行四辺形の角を指しながら）垂直ですか？この角

平 C62:いいえ．

平 C63:いいえ．

平 T59:ちがうね．ここ（平行四辺形の角を指しながら）垂直ですか？

平 C64:いいえ

平 T60:ちがうね．ってことは，このままで面積求められますか？

平 C65:無理です．

平 T61:無理ですね．このままだとね．

平 C66:無理ではない．

平 C67:形を変える．

平 T62:形を変える．

平 C68:あのう，昨日よりなんか

平 C69:組かえる.

平 C70:昨日のようにあの三角を

平 C71:切ったりとか

平 T63:切ったりとかして．何変身させる？

平 C72:倍変身.

平 C73:組かえ変身.

平 C74:面積は同じに

平 C75:組かえ変身.

平 T64:組かえ，あ

平 C76:あ組かえだった.

平 T65:あ，面積は同じ変身，あっ組かえ変身って名前にしますか?

平 T66:じゃあ．みなさんが名づけたじゃあ変身

平 C77:あ〜組かえ変身

平 T67:組かえ（昨日色板で分かったことが書いてある模造紙の「面積は同じで形がちがう変身」の上に組かえ変身と書く）変身ね．組かえ変身．組かえ変身をする．何に組みかえますか?

平 C78:えっと

平 C79:長方形.

平 C80:長方形.

平 T68:長方形に組かえする．なるほど．長方形.

平 C81:全ての角かカドが 90°になるようにする.

平 T69:なるほど.

平 T70:組かえ変身をすれば解けるんじゃないかな．いいアイデアですね.

平 T71:それでは今からみなさんに，とうふちくわ渡します．実際にとうふちくわの大きさの紙を渡します.

平 T72:（平行四辺形を子どもに配布する）(1:00:00)

平 C82:え，書き込んでいいですか?

平 T73:書き込んでいいですよ．書き込んでいいですよ.

平 C83:切っちゃだめですよね.

平 T74:切ってもいいですよ.

平 C84:え，いいんですか?

平 T75:はい.

平 T76:まだ（平行四辺形の紙を掲げて）ありますよ.

平 C85:え，まじで使いたいな.

平 T77:あ，もちろん１種類じゃなくて２種類，３種類って考えれる人は，こちらからお持ちください（前のテーブルに平行四辺形を置く）．ご自由にどうぞ．

平 T78:すごいね．何種類も考えれる人，すごいね．

平 C86:（自力解決）（11:19～）

平 C87:２種類くらいはある．

平 T79:ある？すごいね．もう頭の中に想像が閃いたわけね．すてき．

平 C88:（２枚目をもらいにくる．）

平 T80:（以下，机間巡視と個別支援）

平 C89:分かりました．

平 T81:そしたらね，面積はいくつになるの？答えはいくつか．

平 C90:答えも書くの？

平 T82:うん．もちろん．だって面積を考えているわけだからね．

平 C91:面積分かりました．

平 T83:分かった？でもさ，それほんとかな？

平 C92:ほんとかわからないから，何こかやった．

平 T84:おっ，ほんとかどうかわからないから，何通りかの方法で確かめる，すばらしい．いいですねえ A くん．すばらしい考え方だね．

平 T85:（「長方形にしたい！」と板書 1:05:41）

平 T86:（机間巡視しながら）長方形にすれば，という考え方で，今みなさんやってますよね．

平 C93:長方形でやる方法と細かくやる方法があります．

平 T87:あと３分くらいで．

平 T88:（個別支援）

平 C94:ああ，ぴったりー

平 T89:１つはわかったけどもうひとつを探しているんですね．

平 C95:これ，無限大にあるかもしれません．

平 T90:無限大にある？

（自力解決終了 20:40）

平 T91:はい，それでは発表してください．発表してもらいますよ．まずは O 研究所から．

平 C96:３人いるんですけど．

平 T92:ああ，H 研究所お願いします．H さんはどのようにやったか，ちょっと前に出てきて．みなさん１回鉛筆おいてもらえますか．答えだけまず言ってもらいます．答えね．

平 C97:面積？

平 T93:面積．

平 C98:まだやってない.

平 T94:すぐ求めて.

平 C99:数える.

平 T95:数える？

平 C100:かければいい.

平 T96:かければいい.

平 C101:先生，あることに気づきました.

平 T97:気づいたことはノートに書いてね.

平 T98:答え書いてね．まず．答え何㎠になったか書いて.

平 T99:答えでたかな？あ，でたね．じゃあ H 研究所お願いします．答えをまず発表してもらいます．みなさん同じ答えになったらいいね.

平 C102:24 ㎠です.

平 C103:同じです.

平 T100:同じになったよ（挙手を促す）

平 C104:（全員挙手）

平 T101:みなさん同じですね．手をおろしてください．24 ㎠（板書）．てことは答えが同じになったってことは，ちょっとみなさん安心したでしょ？もしかしたら自分のいいのかな？悪いのかな？と思ったけども，どうやらよさそうだっていう見通しは立ちましたね．じゃあ H 研究員はどんな変身させたか，どうぞ.

平 T102:みんな，見える？

平 C105:いやぁ・・・

平 C106:見えます.

平 T103:この大きなの，指さしながら説明してもらえます？

平 C107:はい．えっと，私はここのマス目のところで切って（平行四辺形の右側の三角形になるところ）これを移動させて

平 T104:これって何？

平 C108:切ったこっち側の三角形を

平 C109:直角三角形

平 T105:直角三角形を

平 C110:直角三角形をこっちにもってきて，長方形にしました.

平 C111:分かりました.

平 C112:同じです.

平 T106:同じです（挙手）.

平 C113:（挙手）

平 T107:なるほどね．ここを切って動かした（平行四辺形の右側の直角三角形に分割できるところ）．似たような考え方の人います？似たような考え方の人．結果的に同じになる方法．じゃあ S さん，お願いします．H 研究員の紙ちょうだい．

平 T108:じゃあどこ切りました？

平 C114:逆側の

平 T109:逆側の？

平 C115:こっちを切って（平行四辺形の左側の直角三角形に分割できるところ）

平 T110:こっちを切って？

平 C116:こっち（右側）にうつしました．

平 T111:こっち（右側）にうつしました．

平 C117:いいです．

平 T112 式はどうなったの？

平 C118:６×４

平 T113:６×４．４×６でも６×４でも？

平 C119:できる．

平 T114:オッケーですね．

平 T115:はい，同じ，まったく同じです．ここ切って動かしました．あ～いましたね．同じ考え方ですね．はい，他に．

平 C120:はい．

平 T116:他の変形やったよ．こんな変形できました．他の変形お願いします．

平 C121:O 研究所パート２．O.R.研究所．

平 T117:はい，お願いします．どこ切ったの？見てね．みんな．

平 C122:ここ（平行四辺形を高さで切り，2 つの台形にする）を切ります．

平 T118:おっ，ちょっとまった．今どこ切ったかわかる？

平 C123:真ん中．

平 T119:ここだって．

平 C124:あっ．

平 C125:え？

平 T120:ちょっとまって．ここ切ると何形と何形になるの？

平 C126:台形と台形．

平 T121:台形と台形になるんだってよ．え？ちょっとまって．できるの？これで．

平 C127:できます．

平 C128:はい.

平 T122:（本人に続きの説明をさせる）

平 C129:切って反対側につける.

平 T123:切ってこれを反対側にくっつけると，何形になるの？

平 C130:長方形.

平 T124:長方形になるんだって．式は？

平 C131:６×４.

平 T125:これも，あなたも６×４になったんですね（６×４＝24 と板書）．じゃあ紙もってもらえます？

平 T126:ちょっとみんなに見せてあげて．実際に切りました．バーン．切ったよ．ちょっと見えるかな？端と端をもって．切ったよ．こんな感じ．台形と台形になったね．これをどうしたの？…どこどこをあわせたんですか？

平 C132:ここ（台形の斜め）とここ（台形の斜め）の線.

平 T127:斜めの線と斜めの線を合わせて，はい，何形にしたんだっけ？

平 C133:長方形.

平 T128:長方形にしました.

平 C134:平行だからできる.

平 T129:平行だからできるんだね．すばらしい.

平 T130:こういう，はい，同じやり方でやった人.

平 C135:同じやり方もあります．あと３つ違うところ切っても同じになる.

平 C136:あと３つ違うとこ.

平 C137:あと２つか４つかできます.

平 T131:ちょっとまってね．まず拍手してあげてね.

平 C138:（拍手）

平 T132:今ね，O.R.くん研究員がね，平行四辺形のここを切りました，台形にしました，動かして長方形にしました，という考え方なんだけども，まだ，台形にできるってさ．S 研究員と T 研究員が言ってるんだけど，

平 C139:台形２つくらいは…三角形…

平 C140:あっまだいける.

平 T133:まだいける，これ？まだ台形にすることができる？これ？このやり方で．このやり方で.

平 C141:できます．はい.

平 T134:T 研究員，できると思います？

平 C142:できる.

平 T135:できる？じゃあおいで．T 研究員．

平 T136:今ね，R くんはここを切って台形２つつくったんだって．他にも台形２つできるて

平 T137:（先ほど発表した H さん，R くんに，発表用拡大平行四辺形に切った線を書き込ませる）

平 T138:ここ切る以外にも台形２つつくれます？

平 T139:ここ切って台形２つ．みなさんも考えてね．

平 C143:はい．

平 C144:結構ありますよ．

平 T140:結構ある？

平 C145:あと１個ですよ．

平 T141:あと１個しかないのね？

平 C146:え？でも切り刻む方法だと台形できますよ．

平 T142:ここの線以外で台形できる？

平 C147:（しばらくたってから，隣のマス目に合わせて切る仕草をする）

平 T143:お，ここ？ここもだって．（最初に切ったマス目の隣のマス目を指しながら）どうですか？

平 C148:いいです．

平 T144:ありがとう．

平 C149:もう１つあります．あともう１つ隣の方．左に．

平 T145:まだできるね．

平 C150:あともう一つとなりの右側…左側です．

平 T146:ここ，ここ，ここ？（ちょうど三角形に切り分けられる線）

平 C151:違います．

平 C152:そこ三角形になってしまいます．

平 T147:三角形だね．あれ？じゃあ１，２．２本だけね．

平 C153:２本ですよ．

平 C154:はい，２本だけです．

平 T148:２本だけね．

平 C155:はい．

平 T149:本当？

平 C156:はい．

平 C157:ん？

平 T150:本当？２本だけ？

平 C158:なんかバラまくといっぱいできる．

平 T151:ここやったんだよね．（最初に切り分けた線を赤でかく）さっき R 研究員ね．T 研究員はここ

でも（隣のマス目）台形ができるってやったんだよね.

平 C159:もう一個あるかもしれない.

平 T152:あれ？そういえばさ，H 研究員どこ切ったっけ？

平 C160:そこの隣.

平 T153:ここ切ったんだよね（ちょうど三角形で切り分けられる線）.

平 C161:はい.

平 T154:あら？（平行四辺形の図形の中に高さの線が 4 本赤で引いた状態になる）

平 C162:あー！

平 C163:あららら？1:19:50

平 T155:あれ，S 研究員確かここ切ったよね.

平 C164:あれ，

平 C165:ああ

平 C166:あれれれれ

平 T156:あれ？

平 T157:あれ，おもしろいね，これ.

平 T158:ここ切って（動かすジェスチャー）も長方形，ここ切って（動かすジェスチャー）も長方形.

ここ切っても長方形.

平 C167:先生，ぼくそれやってます.

平 C168:ぼくもそれやってます.

平 T159:もうないですか？切る線もうないですか？これ.

平 C169:いや～

平 C170:まだあります．まだあります.

平 T160:他にもある？

平 C171:まだありそうだね.

平 T161:見つけれる？

平 C172:見つけました，見つけました.

平 T162:K 研究員.

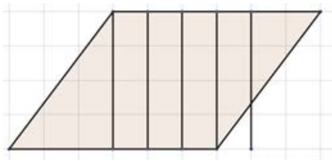
平 C173:一応たてに全部引いても切れます.

平 T163:（あてられていない人の発言を止め，話を聞くようにジェスチャーで指示を出す）

平 T164:どこ切ったの？

平 C174:えーと，ここかな？（平行四辺形の底辺からはみ出した高さに線を引くジェスチャーをする）

平 T165:ここ切ってもできる？ここ切ってもできるの？



平 C175:できます.

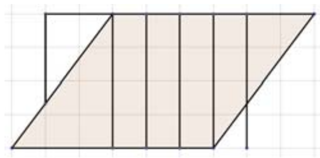
平 C176:多分できます.

平 T166:え？ここ切ってどうするの？

平 C177:ここ切って，えーっと…ここ？

平 C178:えっ？それは…

平 T167:ここ切ってここになるね．はみだしたここ，どうする？



平 C179:ここは…

平 C180:ああ～（他の子が言いたげに）

平 C181:いける.

平 T168:いける？

平 C182:動かす.

平 C183:縦だったらギリギリまでいけます.

平 T169:誰か助けられる人いる？

平 C184:はい.

平 T170:じゃあ当てて.

平 C185:H くん

平 T171:じゃあ S 研究員.

平 T172:こう切ったでしょ？

平 C186:ここに入ります.

平 T173:ちょっとまって．このままこう動かすと？ここですね．はい.

平 C187:それで

平 T174:ちょっとまってね．わかりやすいように（切って動かしたところに色をぬる）K 研究員が切ったところをこっちに動かしましたよ．そしたら？

平 C188:ここの部分をビビッと切って（左にはみ出した直角三角形）

平 T175:ここの部分をビビッと切っちゃって，

平 C189:こっちにビビッと入れる.

平 T176:あららららら.

平平 C190:あららららら.

平 T177:ここ（左下の直角三角形）を，こっち（右側に平行移動させて）に

平 C191:ああ～

平 T178:動かせばいいじゃないですか，だって.

平 C192:うお～

平 T179:お～

平 C193:（拍手）

平 C194:まだいける.

平 T180:まだいける？

平 C195:まだいけます.

平 C196:もう一個の方法は,

平 T181:ちょっとまって．欲張らないで．欲張らないで．他に何か気づいた人がいたみたい.

平 C197:はい，先生これ…

平 C198:発表してない人に…

平 T182:切って長方形，切って長方形，切って長方形，切って長方形，ここの線で切っても（K・S くんの方法）長方形になった.

平 C199:なる.

平 T:まだ切れる場所がある？

平 C200:はい，はい.

平 C201:あります.

平 T183:見つけれるかい？

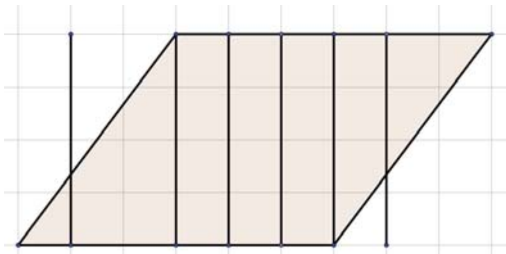
平 C202:はい，見つけられます.

平 C203:無理だ，限界.

平 T184:もう限界？

平 T185:何か分かりづらくなってきたから，（新しい掲示用平行四辺形を貼る）縦で切るのがどこまで通用するかちょっと考えてもらうよ．(1:22:54)

平 T186:今，トントントントントン，でここ切った．まだあるの？



平 C204:まだあります.

平 C205:真ん中にあります.

平 T187:他の研究員，どうでしょう？見つけれる？

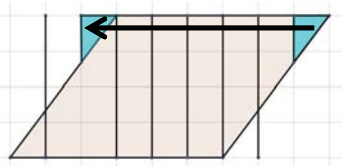
平 C206:真ん中に，真ん中に隠れています.

平 C207:真ん中？

平 T188:言いたい，言いたい，言いたい…よし，D 研究員.

平 C208:ここと

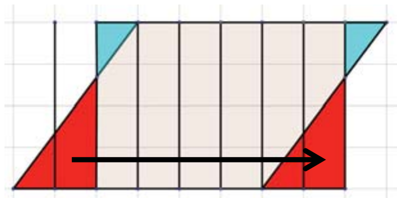
平 T189:ちょっとまって，ここ切るのね．ここ切ってどこに動かす？こっちに動かすのね．チョンチョンチョンチョンチョン．はい.



平 C209:そして，ここ切って,

平 T190:ここ切って？

平 C210:ここに…



平 T191:うわっ！すげっ！

平 C211:ズバババババーン.

平 T192:ズバババババババババってこれを？

平 C212:移動させる.

平 T193:移動させる．ここに移動させるんだって．どうでしょう.

平 C213:いいです.

平 C214:おなじです.

平 T194:うわーちょっとラインが増えたね，ここ．ここと，ここ切ったんだね.

平 C215:はい.

平 T195:もうないでしょ.

平 C216:まだあります.

平 T196:え？まだあるの？

平 C217:はい.

平 T197:まだあるの？

平 C218:あるー！

平 T198:まだあるの？

平 C219:あと，結構結構あります.

平 T199:結構あるの？Y さん.

平 C220:はい.

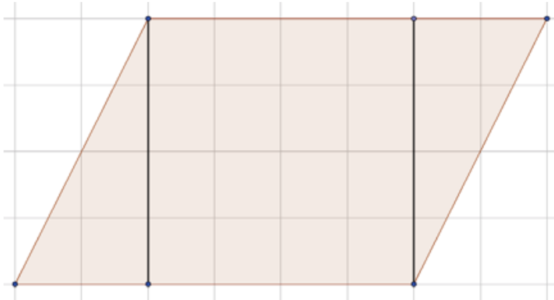
平 T200:じゃあ，Y 研究員.

平 T201:まだあるって．これ，もうないでしょ？

平 C221:いや，でも一全体的に長方形じゃないけど…こことここを切るとここの部分が長方形になって，こことここをつなげると（直角三角形同士をつなげると）２こ長方形ができます.

平 T202:つまり，ここ切ったんだよね（同じ部分を切っていることを確認している）.

平 C222:はい.



平 T203:あと切る線ないですか？ってこと.

平 C223:横だったらあります.

平 T204:今ね，今は縦の線で言ってるから．ここね最初ね，H 研究員のアイデア…

平 C224:ないです.

平 T205:で，R 研究員のアイデアは，たてに切って長方形にするやり方だけども，それからみんな今，縦でどこまで長方形できるかバージョン考えているけど，あとないですか？たて.

平 C225:ない.

平 C226:うーん.

平 T206:ないんだ.

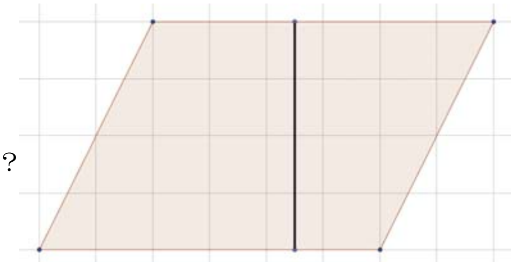
平 C227:あ，白？

平 C228:白いところ…

平 C229:うーん…

平 T207:戻っていいよ.

平 C230:ないんじゃない？



平 T208:ないですか？これだめですか？じゃあ.

平 C231:あっ，斜めですか？

平 T209:いいえ．斜めじゃないですよ．これだめですか？

（マス目に合わせないで垂直な線を引く）

平 C232:あ～！

平 C233:そっち…

平 C234:あっちゃー

平 T210:これじゃだめですか？

平 C235:いいです.

平 T211:大丈夫ですか，これ？

平 C236:これをやるには，マスがある時のみじゃないですか？

平 T212:じゃあ，マスがない時はできないんですね.

平 C237:いや，いや，

平 C238:でも

平 C239:やりづらいから…

平 C240:長さ測る必要がある.

平 T213:長さ測る必要があるんだね．じゃあ試しにさ，みなさんやってみます？中途半端なところから真っすぐ垂直に切って，長方形できるかどうかやってみてくださいね.（平行四辺形配る）実際にやってごらん．どこまでやれるか.

(28:37)

平 T214:こんなところ無理かどうかやってみようか.

平 C241:あ，先生，できますよ.

平 C242:できますね，これ.

平 T215:できます？

平 C243:上が一直線なんでそのまま重なるんです．四角形の上と．それで，大丈夫です.

平 C244:みんな，こっからはみ出すって思うから，できないってしちゃうんですけど,

平 C245:まわしていれると，まわしていれると,

平 T216:回していれるとなる？

平 C246:なります.

平 T217:（黒板に平行四辺形を提示）

平 C247:なります.

平 T218:なりました？

平 C248:ぴったりです.

平 T219:たてと横の長さはどうなりましたか？測らなければ分かりませんか？

平 C249:ぼく，ものさしつくりました．ギザギザにきったものさしです.

平 C250:なりました.

平 T220:なりましたか.（平行四辺形を切りながら）

平 C251:１,２,３,４,５です．それで横は，１,２,３,４,５,６です.

平 C252:あ，ここ半分と半分だから１です.

平 T221:ここ半分とここ半分で１です，という言葉が聞こえてきた.

平 C253:あ，分かった．１にすればいいんだよ.

平 T222:１にすればいいんだよ.

平 C254:半分と半分だったら１だから，半分にしても１になるってことだから，半端と半端で…

平 T223:半分と半分で１だから，半端と半端で１になるところを探せばいいんだ.

平 C255:さっきの台形と同じですよ.

平 T234:さっきの台形と同じ？

平 C256:R くん方式

平 T235:R くん方式.

平 T236:え，でもさ，これ R くん方式，とは言い切れないね.

平 C257:あー

平 T237:だってさ，たてきった人みんなの方式なんじゃない？H 方式でもあるじゃん.

平 C258:あー

平 T238:H さんも R くんも同じ考え方だってことになるよね.

平 C259:ダブル O.

平 T239:ダブル O 方式？

平 T240:さあどうなった？長方形になりましたか？

平 C260:なりました.

平 T241:で，半端と半端のところを合わせると？

平 C261:長方形になる.

平 T242:１になるんですね.

平 T243:てことはさ，たてに切る方法って無限大にあるってことになる．すごくない？これ.

平 C262:垂直になっているから…

平 T244:たてだけで，こんなにたくさん，切る場所あったよ．ただし条件は？

平 C263:垂直.

平 T245:垂直．そう.

平 C264:真っすぐじゃないとだめ.

平 C265:斜めとかだめだと思う.

平 C266:斜めだと…

平 T246:ごめん．垂直ってことは，どことどこが垂直？

平 C267:たてと横.

平 C268:底辺と，

平 T247:底辺ってどこ？

平 C269:一番下の辺と上の辺が

平 T248:一番下の辺と上の辺が

平 C270:つないだときに真っすぐになって…

平 T249:ここ（底辺）に垂直ってことですか？

平 C271:はい.

平 T250:ここの辺にも（上の辺）垂直だと．こっちにも垂直ですね.

平 C272:平行になってるんだもん.

平 T251:平行になってるんだもん.

平 C273:平行になっているからどこを切ってもまっすぐだったら，あの…

平 C274:同じ.

平 T252:てことは，縦で切るやり方は，無限にあるんですね.（板書）

平 T253:無限にあるんだね. いや―大変なことが分かったね. これさ，君たち大発見したよ. すごいな. ノートに貼っていいですよ. すごい. A さんはね，これ，たくさん線引いたの.（みんなに紹介する）これで全部長方形になるんだ. すごい.

平 T254:垂直のマーク，書いておこうか.

平 C275:（子ども，平行四辺形にノートに垂直を書きこむ.）

平 T255:さてと，今，縦を追求してきましたけど，これ以外の変形をした人もいたよね.

平 C276:はい.

平 C277:はい.

平 T256:縦以外でどこ切った？

平 C278:横です.

平 T257:横切ったっていう人.

平 C279:（数名）

平 C280:あの，もう四角形じゃないような切り刻み方するんですけど

（チャイム）

平 T258:残念ながら今日のお勉強はここまで. 明日は休み.

平 C281:えー

平 T259:来週ですね. 来週，縦以外で平行四辺形を長方形にするやり方を発表してもらいます.

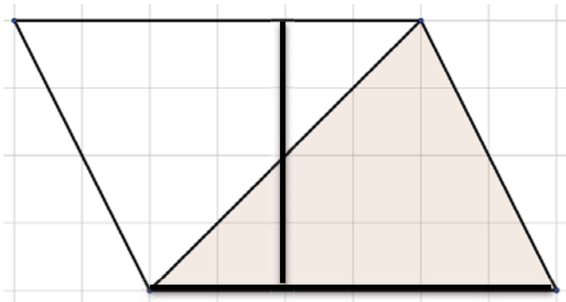
（映像終了）

７時（三角形の求積場面）

10/19（月）

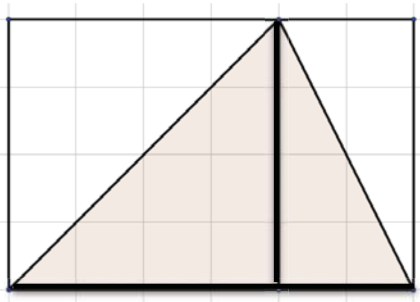
三 T1:さて，先週みなさんに三角形の面積，どうやって求めようかってことでやった結果，代表的なの４つ図と式をごちゃごちゃにしてこれとこれだってやったんだよね．で，このあと共通点を探ろうということになったんですけども，さあ，共通点，何でした？

①



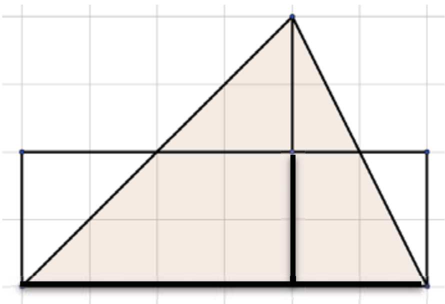
式:６×４＝24
　24÷２＝12　答え 12 ㎠

②



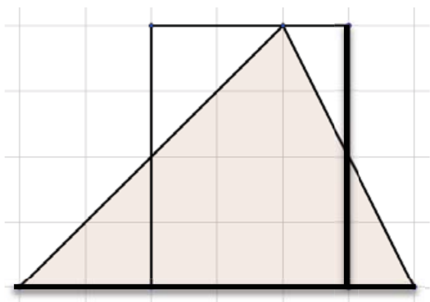
式:４×４＝16
　２×４＝８
　(16+8)　÷２＝12
　　　　　　　　答え 12 ㎠

③



式:２×６＝24　答え 12 ㎠

④



式:４×３＝12　答え 12 ㎠

三 C1;はい

三 T2:お，すごいねえ．いえる？すごい．じゃあ Y さんいこうか.

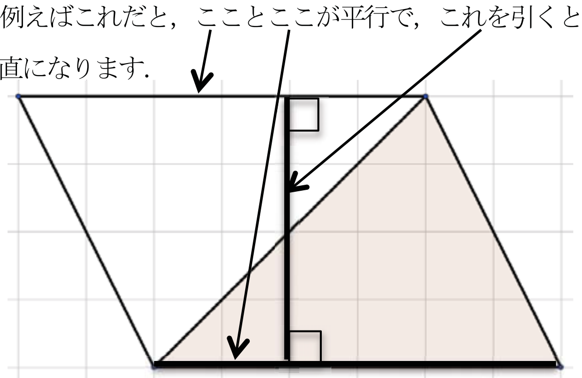
三 C2:はい．私は，すべてこの形に，垂直な線ができることだと思います.

三 T3:お〜．（板書）垂直な線っていうことは，何と何が垂直になっているの？

三 C3:底辺と高さなんですけど，上と下の辺．上下の辺が平行．だから底辺と，底辺と，あの〜・・・

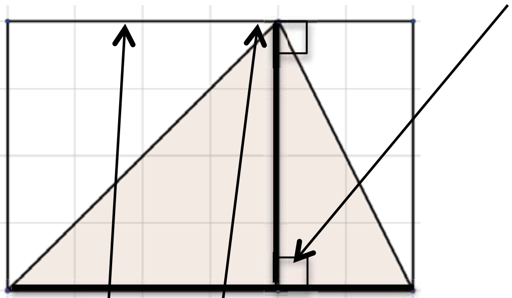
三 T4:前にきて発表．例えば？

三 C4:例えばこれだと，こことここが平行で，これを引くとここ（底辺）とここ（高さ）が直角になって垂直になります.



三 T5:ここが垂直だ一って（模造紙に書く）．ここも垂直（模造紙に書く）．はい.

三 C5:で，他の形も同じように，これも線を引いてここが垂直になって直角になります.



三 T6:どれに対して垂直なんですか？

三 C6:線（高さ）に対してここ（底辺）とここ（長方形になっている上の辺）が垂直です.

三 T7:ん？あ〜．ここの線に対しては（底辺）？どれが垂直なの？

三 C7:これ（高さ）が垂直

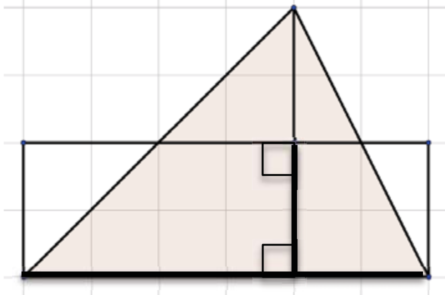
三 T8:これ（高さ）が垂直なんですね（模造紙に書く）

三 T9:そして，この線に対しては？

三 C8:この線に対してはこれも垂直になっています.

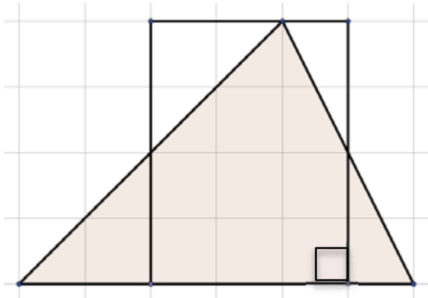
三 T10:これも垂直になってますね.

三 C9:これは，長方形だから上と下が平行で，それで，両方垂直.



三 T11:両方垂直（書く）．はい.

三 C10:これも，長方形だから，たてに線を引けば，垂直です.



三 T12:垂直（書く）.

三 C11:どうですか？

三 C12:いいです.

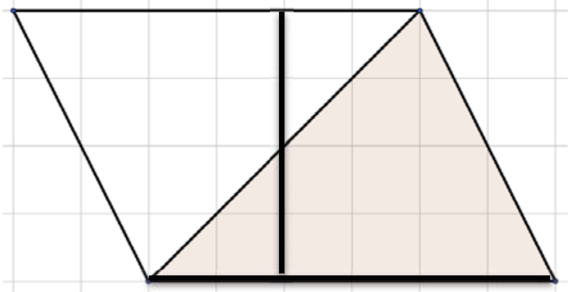
三 T13:（底辺と高さが垂直と板書）はい，他にありますか？これだけでしたか？共通点．もうないですか？

確かね，君たちの感想にね，こういうの見つけたよ，こういうの見つけたよって，前の感想とかプリントの感想とかにも書いていた人，いたよ．うん，よし，言ってみようか．A さん.

三 C13:はい．どれもたて×横．底辺×高さが入っている.

三 T14:どれもたて×横，底辺×高さが入っています．（板書）．本当？

三 T15:これはどうですか？



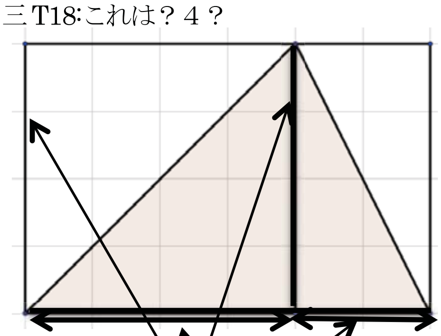
式:6 × 4 ＝24
24÷ 2 ＝12　答え 12 ㎠

三 T16:底辺×高さ．式はどれですか?

三 C14: 6 × 4

三 T17: 6 × 4が入っているね．確かに入っている．

三 T18:これは? 4 ?



式: 4 × 4 ＝16
2 × 4 ＝ 8
(16+8) ÷ 2 ＝12
答え 12 ㎠

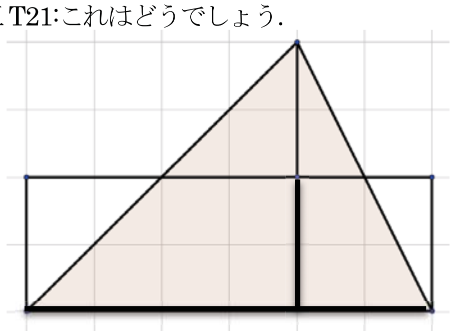
三 C15: 4 × 4

三 T19: 4 × 4，ここが入っているし，あと?

三 C16: 2 × 4

三 T20: 2 × 4 も入っているね．確かに．底辺×高さやたて×横．

三 T21:これはどうでしょう．



式: 2 × 6 ＝24　答え 12 ㎠

三 T22: 2 × 6 は?

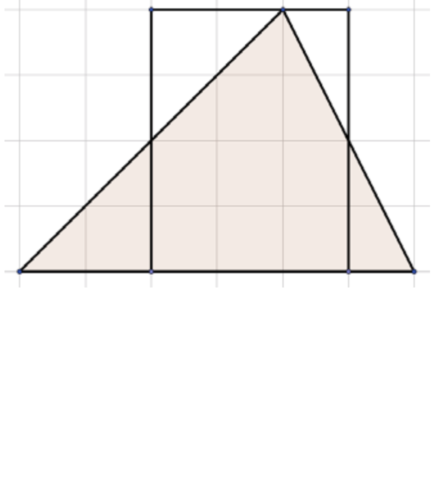
三 C17:たて

三 T23:たて×?

三 C18:横

三 T24:横．だよね．入っているね．

三 T25:これはどうですか?



式: 4 × 3 ＝12　答え 12 ㎠

三 C19:たて４

三 T26:たて４

三 C20:横３

三 T27:横３．あーっ入ってますね．すばらしい．どれもたて×横や底辺×高さが入っている．（板書）

三 T28:はい，他にありますか？はい，H くん．

三 C21:どれも組みかえ変身で面積を求めています．

三 T29:どれも組みかえ変身で求めていましたね？

三 C22:・・・

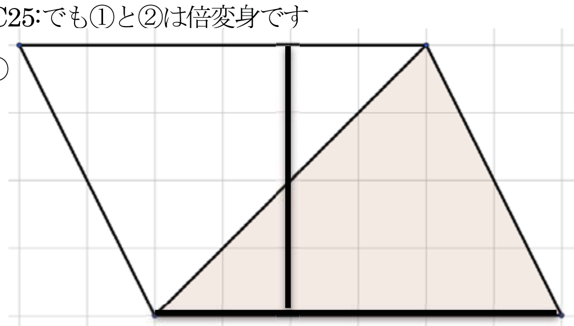
三 C23:はい…

三 C24:ん？

三 T30:ん？

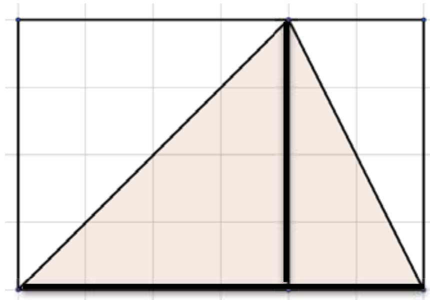
三 C25:でも①と②は倍変身です

①



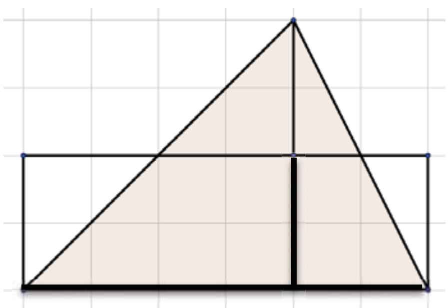
式:６×４＝24
　24÷２＝12　答え 12 ㎠

②



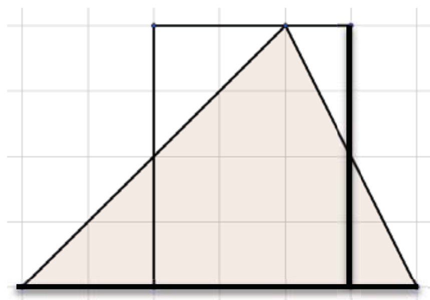
式:４×４＝16
　２×４＝８
　（16＋8）÷２＝12
　答え 12 ㎠

③



式:２×６＝12　答え 12 ㎠

④



式:４×３＝12　答え 12 ㎠

三 T31:あれ？

三 C26:２個使っているから.

三 T32:あっ

三 C27:②は２個使ってから形を変えているから.

三 T33:うんうんうんうん．てことは？１つじゃないってこと？どれが何変身なの？H くん，どれ？

三 C28:（図を使って）えーっとこれとこれとこれが組かえです．(②③④)

三 T34:これとこれとこれ（②③④）が組みかえ変身なんですね？

三 C29:いや…

三 C30:おしいです.

三 C31:う～ん

三 T35:う～ん，うなっているけど．S さん，何？

三 C32:組みかえ変身は③と④で，倍変身が①と②だと思います.

三 C33:いいです.

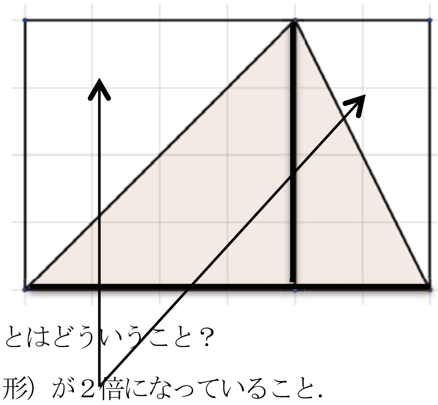
三 C34:わかりました.

三 T35:なぜそう思った？え？（H くんに）納得できる？

三 C35:はい．やっぱり.

三 T36:納得した？ちょっとまって．なぜ納得したの？

三 C36:（②をさして）これ，最初はここだけだからだと思います．（三角形をさして）

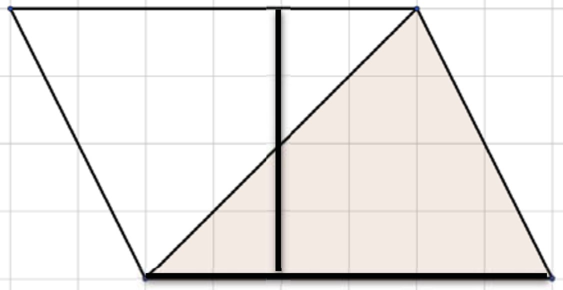


三 T37:倍変身てことはどういうこと？

三 C37:これ（三角形）が２倍になっていること.

三 T38:２倍になっているよって．これ（三角形）が２倍（外側のそれぞれの三角形を指して）

三 T39:こっちは？



三 C38:こっちも同じ図形が２つなので２倍

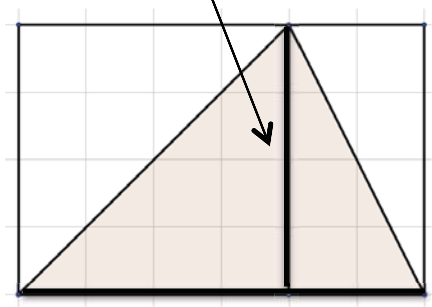
三 T40:あ，同じ図形が２つだから２倍．（①をさして）倍変身．（②をさして）倍変身．

三 C39:②は何か倍をさらに組みかえたんじゃないかな？

三 T41:②は倍をさらに組みかえたんじゃないかな？なぜそう思ったの？（H くんに）ありがとう．もどっていいよ．

三 T42:なぜそう思ったの？なぜ倍と組みかえが入ってると思ったの？

三 C40:（A さん前に出て説明）ここは，形が変わっていないけど，もう一枚の三角形は，形を変えるというか，分けて組みかえているからです．どうですか？



三 C41:いいです．

三 T43:そうすると名前つけるとするとこれは何変身？①は？

三 C43:倍変身

三 T44:これは倍変身でいいですね．（模造紙に書く）

三 T45:で③と④は何ですか？

三 C44:組みかえ

三 T46:これは納得？

三 C45 はい．

三 T47:広さは？

三 C46:変わってない．

三 T48:変わってないもんね．組みかえ変身ね．（模造紙に書く）．ここまでは納得．で，今 A さんは，これ（②）ただの倍変身じゃないよって．

三 C47:組みかえと倍入っている．

三 T49:うん．倍と組みかえが合体したやつじゃないですか，だって．

三 C48:何だろ，求めやすいようにくっつくのに２個目のやつが組みかえで，

三 T50:なるほど．

三 C49:それで，元あった形ー

三 T51:元あった形．

三 C50:元あった形に組みかえをくっつけているみたいな感じ．

三 T52:元あった形に，２枚目をくっつけてるの？

三 C51:はい

三 T53:組みかえて？

三 C52:はい

三 T54:すごいね.

三 C53:元ある三角形のかざりみたいになった

三 T55:じゃあこれなんて名前つけますか？

三 C54:倍組みかえ変身.

三 T56:倍組みかえ変身．倍変身と組みかえ変身２つ使っているってことですね.

三 T57:じゃあ共通点として言えることは？この変身て初めて君たち使ったの？

三 C55:今まで使ったことのある変身で解ける.

三 T58:そうだね．これも共通点だね．（板書）今まで使った変身が使えるよって言う共通点があったね．組かえ変身が使える．あれ？倍変身って平行四辺形の時に使ったっけ？

三 C56:いや・・・

三 C57:そうじゃなくて三角形を…

三 C58:三角形が倍使わないと四角形はたて×横だけど，これは最初から長方，あの一面積の出し方がどれも入っていない．今まで三角の式習ったことないから

三 T59:習ったことないね.

三 C59:だから，もしかしたら倍変身がないとできないから

三 T60:はー．三角形を習うと倍変身できるけど習ってなかったから，今まで倍変身つかえなかったんじゃないかな. D くんそこで悩んでいたんだよね最初ね. 平行四辺形を三角形にしたんだよねあなた. でも三角形の求め方が分かんなかったから困ってたんだよね．(0:10:00)

三 T61:今まで使ったことのある変身で解ける．あと共通点なんだ？

三 C61:はい.

三 T62:さあ見つけれる？H さん.

三 C62:今まで使った

三 T63:今まで使った？

三 C63:形で

三 T64:形

三 C64:形でできている.

三 T65:どうですか？

三 C65:いいです.

三 T66:みなさんは，三角形そのままじゃなかったね．今まで？

三 C66:組みかえしてる.

三 C67:倍変身とか組みかえとかしてる.

三 T67:どんな形にしました？

三 C68:平行四辺形と長方形

三 C69:今まで求められる形でやっていた.

三 C70:正方形とか.

三 C71:たて×横で求められるやつでやった.

三 T68:なるほど.（板書）今まで求められる図形ということは，長方形，正方形，あと何だっけ？

三 C72:平行四辺形

三 T69:平行四辺形．すごいね．いい気づきですね．今まで勉強してきた図形に変身させて解決してきたんだ．すばらしい．はい，おまたせ．（H くん）どうぞ.

三 C73:①と②はどちらも長方形に直してつくっていて，

三 T70:①と②？長方形？ん？

三 C74:①はあの線引いてそれだとできないから長方形になおしたでしょ.

三 C75:①って平行四辺形だよ.

三 T71:これ，平行四辺形だよ.

三 C76:平行四辺形のままやったんですか？

三 T72:だって，平行四辺形の面積.（公式を指さす）

三 C77:でも直したんじゃないですか？

三 T73:えっ？直す必要ある？平行四辺形，さらに直す必要あります？

三 C78:底辺×高さでもとめられるから

三 C79:求め方が分かっているから.

三 T74:わかってるから.

三 T75:H くんは何？これから（平行四辺形）何？どうしたかったの？

三 C80:長方形に直せば，

三 T76:どうやって直すの？

三 C81:共通点だと思います.

三 T77:ああ．これを長方形に直すのね？

三 C82:はい.

三 T78:どうやってするの？

三 C83:左のやつか右のやつをそっちに.

三 T79:はみだしたところ，こうやって動かすと？全部長方形になるんじゃないかな．あそっか，そうすれば全部長方形に変えれるのにって思ったわけだ.

三 C84:はい.

三 T80:あー．今 H くん言った意味わかる？

三 C85:はい.

三 T81:いや，今先生ちょっとこれ（平行四辺形）このまま解決できるから問題ないじゃんって，それみんなも納得でしょ？

三 C86:はい.

三 T82:だって平行四辺形の公式はなんですか？

三 C87:底辺×高さ

三 T83:うん．忘れた人，ノートもう一回開いたり，横（掲示物）見たりして．底辺×高さだったよ．これでもう解決できるって言ったけど，H くんはこれをさらに長方形にすれば，何て言った？全部？

三 C88:すべて長方形にできる

三 T84:全て長方形にできるのになーって考えたんだって．これもまた発見ですね．全部長方形にで切るんじゃないのってことでしょ？

三 C89:（うなずく）

三 T85:すごいね，これ，おもしろいね．これも書いておくか．(板書)

三 C90:一番最初のパズルと同じじゃないですか?

三 T86:ん？パズルのやつと同じ？これと？

三 C91:全部同じ形にできちゃうってことは，最初のタングラムのやつと同じじゃないですか?

三 T87:今 Y さんがさらにかぶせてきたんですけど，つまりどういうこと？

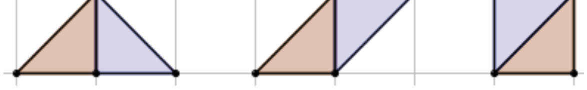
三 C92:あの一何だろう．こう…えーっと最初，矢印みたいにこう，例えば直角二等辺三角形があったとして，それでどんどんこう２枚にしてつなげていって，ちょっと辺のくっつけたところ変えるだけで形が変わったとかして，そうするなら全部同じ面積で同じ形なんだけど，いろんな形になれるんだけど，一番求めやすい形に戻せるってことは全部同じ形になるってことは同じになると思います.

三 C93・・・

三 T88:先生には分かった．正直ちょっと分かんないっていう人.

三 C94:（半分挙手)

三 T89:例えば，ここだけで説明できますか?



三 C95:２枚にして正方形になった時に，正方形はひし形にもなるし平行四辺形にもなるし直角二等辺三角形にもなるんですけど，つまり，平行四辺形は正方形にも直角二等辺三角形にもなって，直角二等辺三角形は平行四辺形にもなるし正方形にもなるってことだから,

三 C96:あの一全部形はちがっても同じ面積だから,

三 C97:違う形になりうるってことですか?

三 C97:たまたまその直角二等辺三角形が１個しかなかったとしても，形をこう，位置とか変えれば形が変わる.

三 C98:わかりました.

三 C99:みんな同じ形にできる.

三 T90:H くんはみんなこれにまとめたかったんだね?

三 C100:１個にまとめたかった.

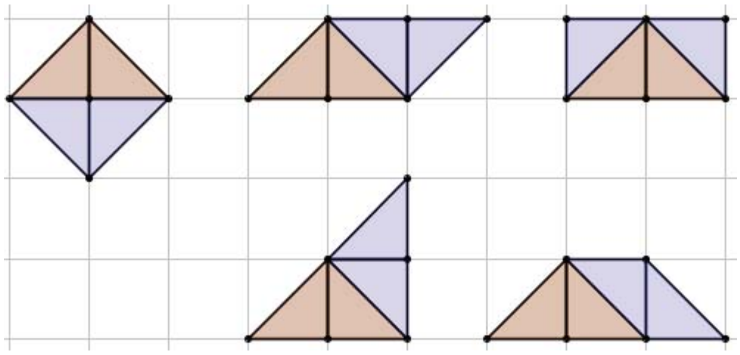
三 T91:みんな正方形や平行四辺形にして，ああ長方形にしてるけども，結局これ，三角形っていうのは，平行四辺形や長方形にもなるから，だったら求めやすい全部この形に（正方形）すればいいのになーって思ったんだ.

三 C101:はい.

三 T92:そういう意味なんだ．意味分かる?

三 C102:はい.

三 T93:これ，だって，同じ面積で形が違うだけってのみなさん勉強したんだよね．これで見た時に，例えば今三角形で考えているんだけども，みんなはこれ（長方形）にしたりとかこれ（平行四辺形）にしたりとかしたんだよね．でも結局全部，これ（長方形）になるじゃん，ていうことを H くんはいいたいんだって.



三 C103:ああ.

三 T94:それが H くんの発表でした.

三 T95:話が途中で書けなかったけど，全部長方形にできるよってこといいたいんだよね.

三 C104:はい

三 T95:もうないですか?

三 T96:ではね，ちょっと確かめてほしいんだけども，確認したいことがある．みんなは，この三角形の面積を解決するために，平行四辺形で解決しました．長方形で解決しました．長方形で解決しました．長方形で解決しましたよね.

三 C105:はい.

三 T97:この中で自分の解決方法はあった?

三 C106:はい.

三 T98:これ（①）の人手挙げ.

三 C107:はい

三 T98:これ（②）の人手挙げ.

三 C108:はい

三 T99:これ（③）の人手挙げ.

三 C109:はい

三 T99:これ（④）の人手挙げ.

三 C110:はい

三 T100:全く入ってない人手挙げ.

三 C111:（誰もいない）

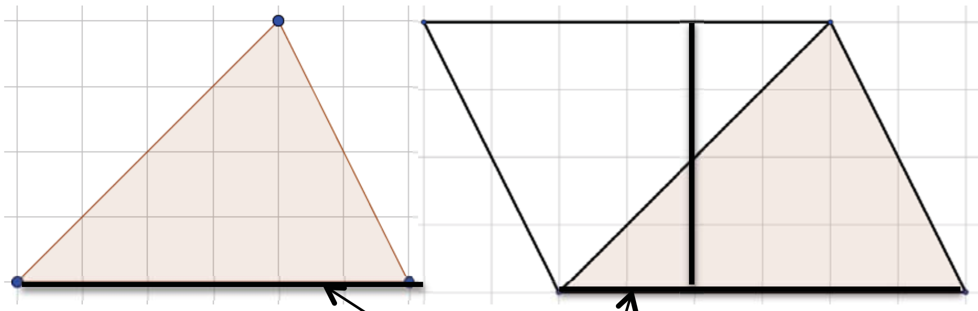
三 T101:全部入っているんだよね？そしたらさ，ちょっと確認したいのは，これは，平行四辺形の底辺と高さを使ってこの（三角形）面積を解決したんだけども，だったら，元の三角形の結局どこ使っているかなって分かります？

三 C112:底辺じゃないんですか？

三 T102:この三角形のどこを使っているのか.

三 C113:底辺と高さです.

三 T103:底辺．ここ使ってますか？



式:6×4＝24
24÷2＝12　答え 12㎠

三 C114:はい.

三 T104:（三角形の底辺を青で引く）

三 T105:じゃあ式でいうとどこにあたりますか？

三 C115:6×

三 C116:6

三 T106:6

三 C117:6×4の6

三 T107:6×4の6（6を青で囲む）これがこの図だとここであり，元の三角形だとここなんですね.

三 C118:はい

三T108:あとは？

三C119:高さ.

三T109:高さってどこ？

三C120:４

三T110:４．これ？

三C121:４センチの

三T111:４センチの４．これはこの平行四辺形だと？

三C122:高さ.

三T115:高さ．ありがとうDくん.

三T116:これは（三角形の高さ）はどこですか?

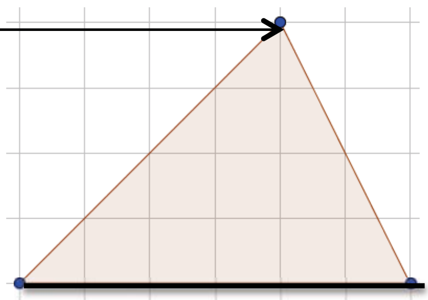
三C123:頂点.

三T117:Dくんおいで．どこですか?

三C124:ここです（頂点を指す）

三T118:ここってどこ？点を使ったんですか?

三C125:…



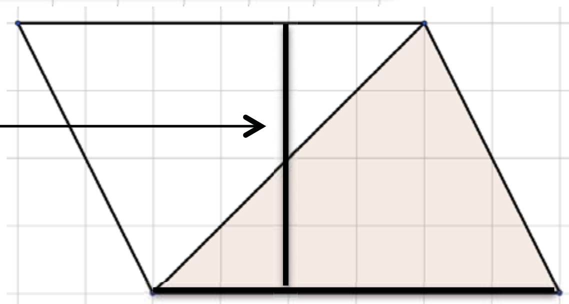
三T119:この６×４の４は

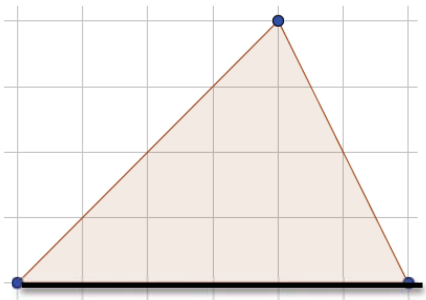
この平行四辺形だったら

ここ

になるんだよね．高さになるんだよね？じゃあこの６×４の４は

この三角形でいうとどこですか?





三C126:ここの頂点.

三T120:頂点に長さありますか?

三C127:いいえ.

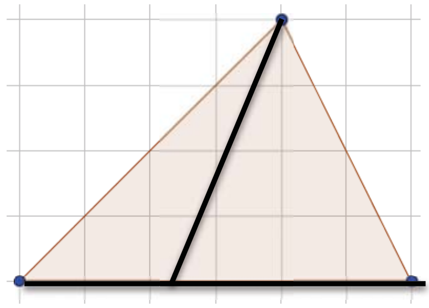
三T121:頂点．ここだけですか？４は?

三C128:あっ，この線（頂点から底辺に向かって指で線を引く）

三T122:どこにあるの？ここ？（辺を指す）

三C129:ここ（頂点）の下に真っすぐ線を引く.

三 T123:真っすぐ．どんな線を引けばいい？



三 C130:直線.

三 T124:直線．だったら，これでもいい？直線

三 C131:垂直に引く

三 T125:ああ，垂直に？何に対して垂直？

三 C132:底辺に

三 T126:底辺に対して垂直な線を引くの？

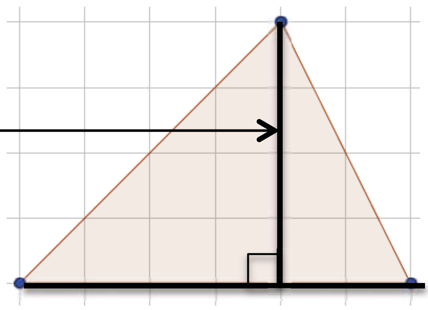
三 C133:はい.

三 T127:底辺に対して垂直な線．ここですか？（底辺に直角三角形の直角をあてて頂点からの垂線を示す）

垂直になってますね.

三 C134:はい

三 T128:ここだって.



三 C125:いいです.

三 T129:試しにピーって引くよ（赤で垂線を引く）ここじゃないですか，だって.

三 C126:マス目になっているところ…

三 T130:ここが４cm のところじゃないですかだって．ありがとう．もどっていいよ.

三 T131:違う？あってる？どっちだろう？

三 C127:わかんない.

三 T132:わかんない.

三 C128:あってると思います．だって平行四辺形って底辺と高さが垂直になっているから…

三 T133:ちょっとまって．いまＤくんが示したのは，この三角形の下の辺に対して垂直な線，頂点に向かって垂直な線を引きました．ここが４じゃないですか，だって.

三 C129:いいです.

三 C130:いい，のかなあ…

三 C131:４センチは４センチ.

三 T134:納得です

三 C132:（数名挙手）

三 T135:え，なんだろう，このモヤモヤ感は，あるっていう人.

三 C133:（数名挙手）

三 T136:じゃあ納得した人，説得してください.

三 C134:（D くん挙手）

三 T137:じゃあもう一回 D くん．さっきここで説明してよね.

三 C135:さっきの平行四辺形と同じように，ここに（三角形）高さがあったら，底辺×高さで六四２４で平行四辺形の面積になるので，この三角形が２つあれば倍変身してこっちも平行四辺形になるので，わって，六四２４やってからわる２

三 T138:つまり，この平行四辺形は三角形がまず２枚使われているよっていうのが１つね.

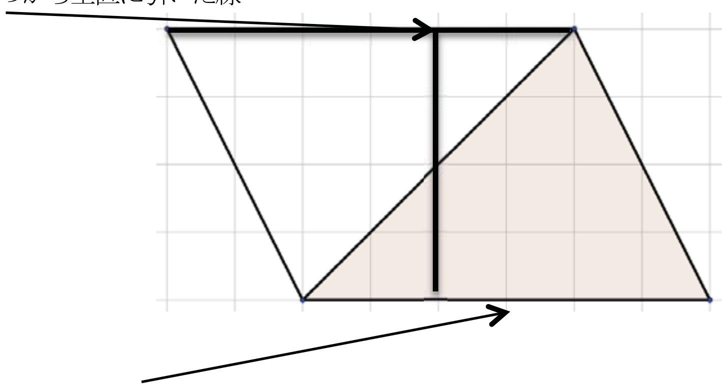
三 C136:はい

三 T139:で，そうすると４cm がどこになるんですか？この平行四辺形の？どこになるんですか？

三 C137:横に垂直な直線のところと底辺のところ.

三 T140:底辺のところ．で，４cm はどこになるの？

三 C138:こっから垂直に引いた線



三 T141:ここからね？ここじゃなくて？

三 C139:底辺から

三 T142:底辺から平行四辺形のどこまで？

三 C140:上の線

三 T143:上の線．辺まで垂直に引いたここだから，使ってるんじゃないの？元の三角形の．ほら.

三 C141:・・・でも

三 T144:でも，はい．ありがとう.

三 C142:そうだったら…

三 T145:これで納得よっていう人.

三 C143:（数名挙手）

三 T146:なるほどね．あ，S くんも納得したわけね．じゃあ S くん．なぜ納得したの？今の説明のどこで分かったの？

三 C144:さっきは１つしかなかったから

三 T147:１つしか．三角形が１つしか.

三 C145:じゃなくて，この直線（高さ）が分かりづらかった.

三 T148:（みんなに）ここが分かりづらかった．だからわかんなかったって.

三 C146:・・・

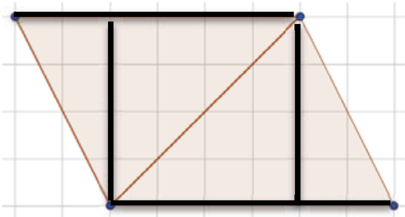
三 T149:またちょっとわかんなくなった？

三 T150:さ，誰か助けてくれる人いますか？

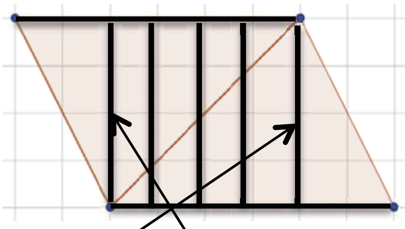
三 T151:H くんいってみようか？

三 C147:まずぼくはこれと同じ（三角形の高さ）垂直な４センチを探しました．もう一個の三角形をかしてください．ぼくは，こうやって色ぬってる中で４センチがどこからどこまであるっていうのをさがして，１枚の三角形のどこにどこまで入っているかっていうのをさがしました．分かりやすくいうと，この中に（三角形）４センチがどこに入っているのかっていうのをさがして，

これで４センチあったのが（倍積変形させた平行四辺形）ここの垂直のところからここの垂直のところまでなので，



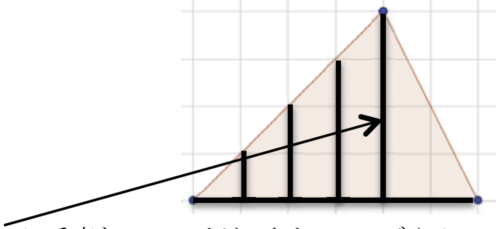
三 T152:ちょっとまってね．かくか．垂直，垂直（図形に垂線をかく）



三 C148:垂直なのがこっから

三 T153:いっぱいあるのね？

三 C149:はい．ここにいっぱいあって，ここが初めとして，で，ここから最後の垂直になるところがここなので，頂点のところからの垂直なところなので，それでこれをなくしてみると



三 C150:ここに垂直な４センチができたので，ぼくは，この垂直が正しいと思いました．どうですか？

三 C151:わかりました.

三 C152:あ〜.

三 T154:納得？

三 C153:（挙手半分）

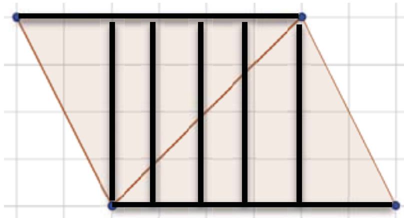
三 T155:いまいちよく分からない.

三 C154:（数名挙手）

三 T156:まだよく分からない？どのへんがよく分からなかった？

三 C155:あの，垂直に引いている時に，４センチの垂直，右側がよく分からない.

三 T157:どこ？ちょっとおいで（S くん）．右側ってどこ？



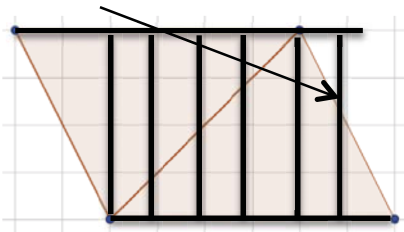
三 C156:垂直ってあるじゃないですか

三 T158:底辺に対して垂直があるね．で？

三 C157:ここだけで４センチならこっちも４センチになる.

三 T159:どこどこ？

三 C158:ここも４センチになる.



三 T160:こっからも，ここもじゃないのってこと？

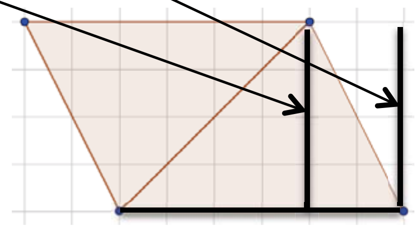
三 C159:はい

三 T161:ここもじゃないですか，だって．でＡくんはさらに何だって？

三 C160:ぼくは３つあると思って，最初Ｄくんが引いたのと，あと一番右の

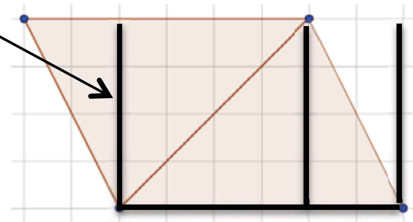
三 T162:（前にきて説明させる）

三 C161:ぼくは D くんがいったここの線と，ここと



三 T163:この線もじゃないですかだって．ここもなに？

三 C162: 4 cm になっていて，こっちの方も

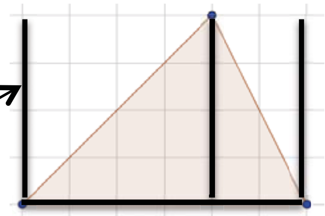


三 T164:あ，こっちもね？

三 C163:そうすると，

三 T165:ここから引くとすると？

三 C164:ここです．これをなくすと（1 枚の三角形にして）

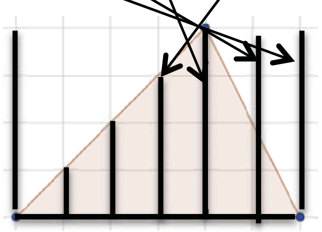


三 T166:あ，これ（2 枚目の三角形）外して引きたいってこと？

三 C165:はい．ここです．

三 T167:ここ 4 cm じゃないですかだって．

三 T168:そうするとここも 4 センチここも 4 センチここも 4 センチここも 4 あれ？

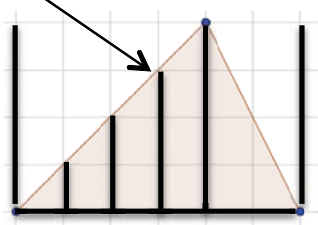


三 C166:これって平行四辺形のたて（高さ）は無限と同じじゃないですか？

三 T169:無限と同じ？

三 C167:高さをこっちに付け足したら H くんがやった平行四辺形になる．

三 T170:じゃあこれはここまででいいですか？これは３cm じゃないの？ん？これはどうすればいいの？



三 C168:２つに

三 T171:２つにしないと４cm にじゃあできないの？

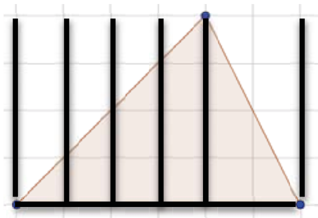
三 C169:あ，こっち，上にはみだしてもいい．

三 T172:はみだしてもいいの？

三 C170:端ではみ出しているから．はみ出したとしたら４センチになります．

三 T173:こっちも？

三 C171:はい．



三 T:172:で，H くんがさっきから無限大って言っているけど何？

三 C171:あの，はみ出したなら，はみ出すがありなら，（高さの部分は）無限大だと思います．もしはみ出すのがありだったら無限大だと思います．

三 T173:つまりこれって三角形の何？何ですか？この赤い線．

三 C172:えーっと・・・

三 C173:高さ．

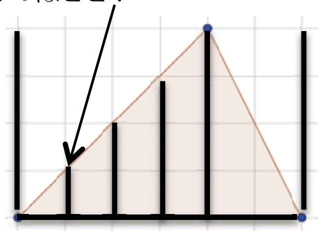
三 C174:高さ．

三 T174:高さ．

三 C175:高さ．

三 C176:底辺に対する垂直な高さ．

三 T175:はー．じゃあ三角形の高さっていうのはここ？



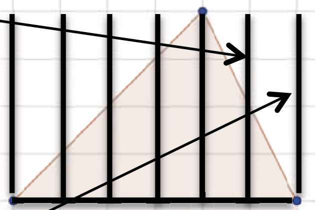
三 C177:いや，はみだしてる．

三 C178:上の頂点まで．

三 T176:ここ（頂点）まで．じゃあこれだけ？高さはこれだけ？

三 C179:いや，ここも．

三 T177:これも O.K.？



三 C180:はい．

三 T178:これも O.K.？

三 C181:はい．

三 T179:O.K.？（全部確認する）

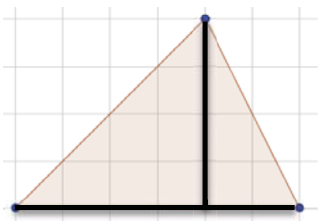
三 C182:はい．（全部）

三 C183:高さが無限大にある

三 T180:高さが無限大にある．でも，それでますますこんがらかったっていう A さん．何がどうこんがらがったか教えて．

三 C184:えーでも，三角形１つ分だから・・・

三 T181:A さんは三角形の高さはここだけだったら分かる？

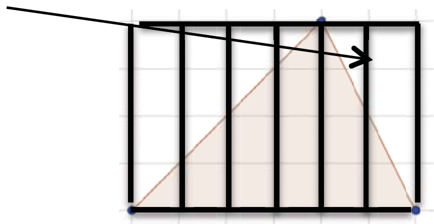


三 C185:うーん・・・

三 T182:あとは高さじゃないんじゃないかなということね？

三 C186:うーん

三 T183:じゃあこれは高さじゃない.



三 C;187:先生は，三角形２つでできた平行四辺形と，１つの三角形で高さはどこだって聞いているから.

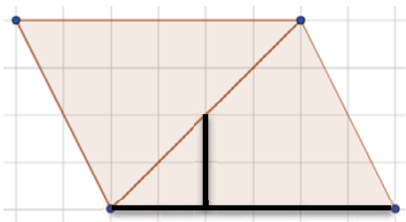
三 T184:そうだね．高さどこだって聞いたよね．先生言ったね.

三 C188:はみだしたら２つと同じ・・・

三 T185:はみ出すと２つと同じだ.

三 C189:平行四辺形とはみだしたら２つと同じだ.

三 T186:ってことは，じゃあ１枚で考えた時には，高さはここだけしか使ってないよってことね？



三 C190:そう思います.

三 T190:・・・

三 C191:ん？

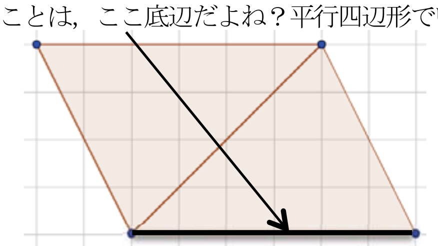
三 T191:あれ？高さって何だっけ？

三 C192:底辺に垂直.

三 T192:底辺に垂直ってのは？

三 C193:たての線.

三 T193:底辺に垂直ってことは，ここ底辺だよね？平行四辺形でいうとここ底辺だよね？



三 T194:それに対する垂直な線だったらどこまでもいってもいいの？

三 C194:上の辺まで.

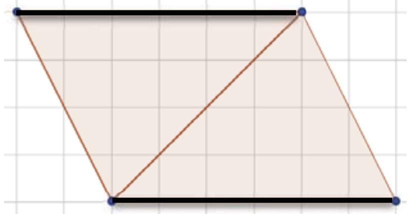
三 T195:上の辺まで.

三 C195:上の底辺.

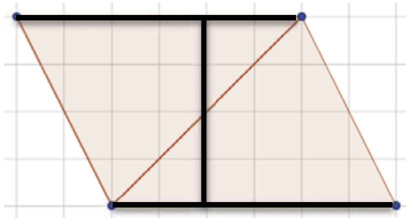
三 T196:上の底辺まで.

三 C196:上のところまで.

三 T197:上の底辺までってことはここまでですね？ここまでですか？



三 T198:となると，ここ
とここの間の，これ（高さ）ですね？

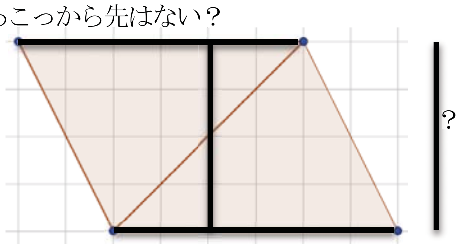


三 C197:はい.

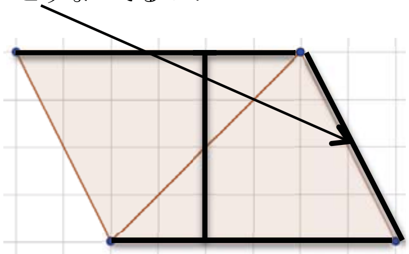
三 T199:ここは納得？

三 C198:はい.

三 T200:じゃあこっから先はない？



三 T201:高さ，こうなってるの？



三 C199:高さは，上の辺までだから…

三 T202:高さは上の辺までだからこっちから高さはないってことね？

三 C200:多分・・・うん

三 T203:あれ？

三 C201:平行四辺形でありならば三角形もありなんじゃないですか?

三 T204:平行四辺形でありだった？

三 C202:はい.

三 C203:はみだすのありです.

三 C204:ありだったのなら…

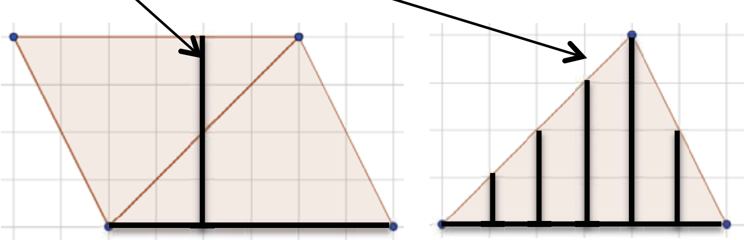
三 C205:あ，ほんとだ．ありだ．（平行四辺形の高さのときの掲示物を見て）

三 C206:無限大って書いてある.

三 C207:無限大だから.

三 C208:ありだったらあれ反対にしてみれば同じだ.

三 T205:（平行四辺形の高さの掲示物を外して黒板に持ってくる）平行四辺形にちょっともどるけども，今話題になっていることを整理すると，今この三角形の底辺に対して垂直な線が使われているよと．で，その線がここだけなのか？っていうのが今話題になっている．無限にあるんじゃないのっていう人もいれば無限にないよ. だってここはみ出したら高さないじゃん. ていう人といるんだけども，そこまでわかった？



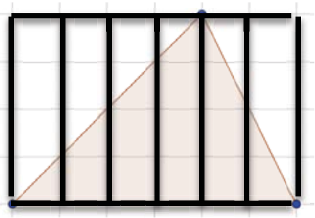
三 C209:はい.

三 T206:みなさんはどっち派ですか?

三 C210:無限

三 C211:無限派です.

三 T207:はみ出しても全部高さだと思う人手挙げ.



三 C212:（半分挙手）

三 T208:いや，まだ納得できていないっていう人．いや正直に.

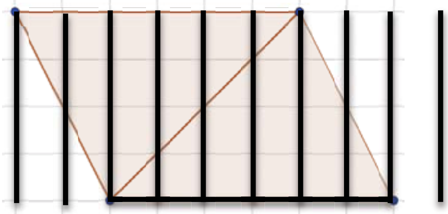
三 C213:（半分挙手）

三 C214:フィフティーフィフティー

三 T209:半分半分だね．で，今 H くんが無限大って言ったのを平行四辺形で？

三 C215:平行四辺形でありだったら三角形でもあり何じゃないの？

三 T210:これは（平行四辺形は）無限にあったよーだって．もう一回確認するんだけども，平行四辺形の高さってどこだったっけ？



三 C216:底辺の

三 C217:垂直

三 C218:上の底辺

三 T211:上の底辺．底辺と上の底辺．上の辺．上の底辺でもいいですよ．

三 C219:に，垂直なものだったらみんな高さになる．

三 T212:垂直．垂直，はみ出しても？

三 C220:大丈夫.

三 T213:大丈夫．大丈夫．大丈夫.

三 C221:垂直だったら無限にある．

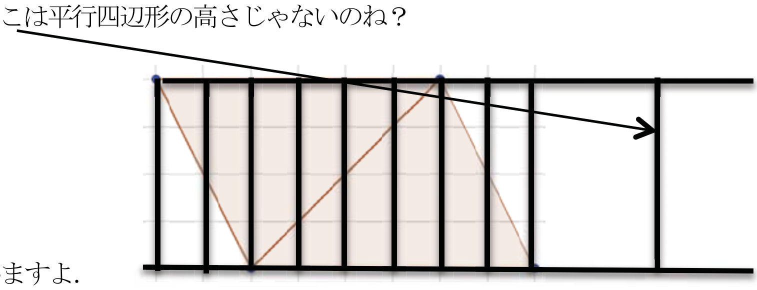
三 T214:はみだしても無限にある．

三 C222:でもあの，平行四辺形に入ってなかったらだめですよ．

三 T215:平行四辺形に入ってなければだめなの？

三 C223:はい．だって入ってなかったら，本当の無限になっちゃう．

三 T216:じゃあ，ここは平行四辺形の高さじゃないのね？



三 C217:はい．違いますよ．

三 C218:それだったら，ノートのここのマスも（はみだしてしまったます）高さになっちゃいます．

三 T217:じゃあ違うの？平行四辺形の高さじゃないの？

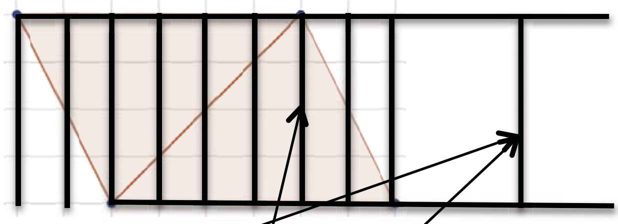
三 C219:はい．

三 C220 入っていない．

三 C221:辺からでる垂直がでてないとだめ．

三 T218:これ，だめですか？

三 C222:平行四辺形の別なただの線になる.



三 C223:辺から垂直にでてないと．そこが高さだから.

三 T219:これ高さじゃないってこと？

三 C224:ただの垂直

三 C225:ただの垂直な線.

三 T220:ちょっと聞くけども，じゃあここの高さは何 cm ですか？

三 C226:４センチ.

三 T221:４cm．ここは？（隣の垂線）

三 C227:４センチ.

三 T222:ここは？

三 C228:４センチ.

三 C229:先生

三 T223:ここは？

三 C231:４センチ

三 C230:先生でもここは，はみ出して，三角形とか平行四辺形が，あの一あ平行四辺形は大丈夫だけど，三角形がはみ出していいならできるきまりですこれは.

三 T224:今ね，ちょっと待ってね．ここ確認しているところだから.

三 C231:はい.

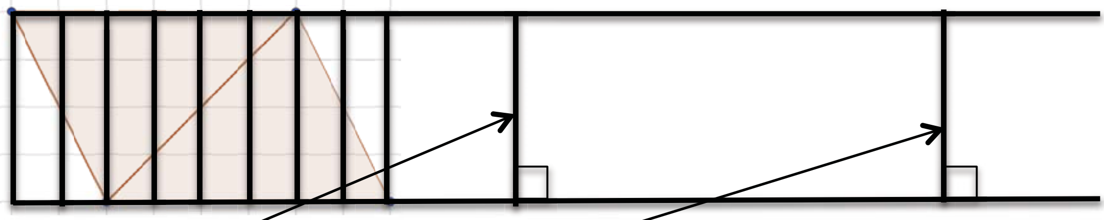
三 T225:（平行四辺形の底辺と上の辺を交互になぞり指し示すジェスチャー）平行ですね？

三 C232:はい.

三 T226:その間の垂直な直線の長さは？

三 C233:４センチ４センチ４センチ・・・

三 T227:（平行線を更に延長させる）



三 T228:ここは？

三 C234: 4 センチ

三 T229 ここは？

三 C235: 4 センチ.

三 T230:（平行のジェスチャーのまま教室をぐるりと回る）

三 C236:あ！そうか！平行はどこまでも続くんだ！

三 C237:平行はどこまでも続くから，いい！

三 C238:ああ，じゃあどこ（平行の間の垂直な直線なら）を引いてもいいのか

三 T230:（ぐるりとまわって平行の間を示し）

三 C239: 4 センチ

三 C240:本当の無限です，これ.

三 C241:本当の無限です.

三 T231:何何？

三 C242:（納得してなかった A さん）高さじゃないって言ってるのは，多分，上の辺をはめたのが高さじゃないってことで…

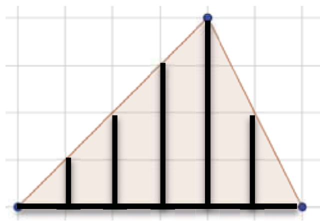
三 T232:S さん．今手挙げたから.

三 C243:頂点が 1 つしかなければ高さの場所はどうすればいいのか…

三 T233:今あなたはどっちで説明してくれてる？こっち？（平行四辺形）それともこっち？（三角形）頂点が 1 つとなるとこっち（三角形）かなって思ったけど．ん？

三 C244:倍変身外した方です.

三 T234:これ？ちょっと話とんじゃったね.
まずこっち（平行四辺形）解決してから
にしない？こっち解決しようよ.



三 T235:平行四辺形の高さってつまり，どこの部分ですか？

三 C245:（ガヤガヤして聞き取れない）

三 T236:底辺から上の辺までの？

三 C246:高さ

三 T237:間で

三 C247:高さ

三 T238:はみだしても

三 C248:あ一わかった！

三 C249:平行だから

三 T239:ずっと平行だから？

三 C250:ずっと続くから交わることない

三 T240:ずっと続くから交わることない.

三 C251:高さはずっと無限大.

三 C252:本当の無限大だこれ.

三 T241:本当の無限大だ.

三 C253:はい.

三 C254:平行四辺形はどこまでいってもそのままだから，あ平行はどこまでいっても平行だからぶつかることはないから，同じ高さだから，でそれで同じ高さなら平行四辺形からはみ出しても同じ長さだからはみ出してもいえるんじゃないですか?

三 T242:はみ出してもこれが平行だったら，高さと？

三 C255:言える

三 T243:言えますね.

三 C256:変わらないから

三 T244:変わらないから

三 C257:ずっと.

三 C258:４センチはそのまま変わらない.

三 C259:（納得してなかったＡさん）納得しました.

三 T245:納得した？

三 C260:（納得したばかりのＡさん）だから，三角形も同じ.

三 C261:三角形も同じ

三 T246:三角形も？

三 C262:平行であれば無限大.

三 T246:ちょっと待って．平行いうけどもさ，平行四辺形の平行の線は分かるね？みんな．ね.

三 C263:はい

三 T247:底辺，ずっと伸ばしていって，上の辺もずっと伸ばしていけば，この間が平行だって分かるよね？

三 C264:はい.

三 T248:じゃあさ，これ（三角形の底辺）に対して

三 C265:頂点

三 T249:平行な線って，どこなんだ？

三 C266:はい

三 T250:ちょっと隣の人同士で相談してごらん

（0:42:34～0:43:15）

三 T251:はい，ごめん．時間だ．発表してくれ.

三 C267:はい

三 T252:S くん（今日初めての挙手による発言）

三 C268:はい．あの，平行四辺形は，上の辺が（底辺と）平行だけど，三角形は平行じゃないけど，頂点の高さで決まると思います.

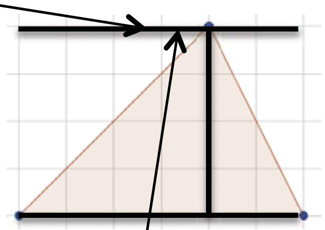
三 T253:だから，平行どこにあるの？

三 C269:あ，平行は，頂点の高さから平行

三 T254:頂点の高さから平行ってどういう意味？ここ？ここは垂直じゃないの？

（チャイムが鳴る）

三 C270:（前に出て指で示す）



三 T255:ここだって.

三 C271:いいです.

三 C272:同じ考えです

三 C273:同じです.

三 T255:何のことだか意味が分かんないっていう人

三 C274:（挙手なし）

三 T256:ん？そこは分かった？ここって何？

三 C275:底辺に平行な

三 T257:底辺に平行な

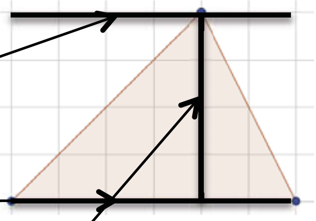
三 C276:線

三 T258:線で？

三 C277:あ，頂点を

三 T259:頂点を？

三 C278:交わる．交わるっていうか



三 C279:（頂点と）同じ高さ.

三 T260:あ～

三 C280:同じ高さを結べば

三 T261:ここが平行になってますよだって.

ここまで納得ですか？

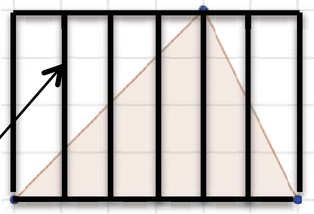
三 C281:はい

三 T262:そうすると三角形の高さは？ここ．ここだけ？なにＭくん

三 C282:（前に出てくる）ここと ここが平行と分かったので，ずっと．ここと ここに対してたてが垂直になっていれば

三 T263:垂直になっていると

三 C283:無限大に.



三 T264:ここも高さとして言える？

三 C284:はい.

三 T265:言える（全ての高さを指して確認する）

三 C285:はい.

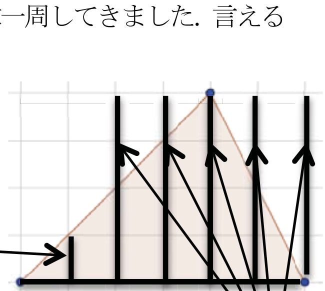
三 T266:言える（平行を保ったままはみ出しても）

三 C286:はい.

三 T267:（平行を保ったまま）地球一周してきました．言える

三 C287:はい

三 T268:だって．Ｍくんの考え.



三 C288:いいです.

三 T269:ここじゃないんだね？

高さって？

三 C289:はい.

三 T270:頂点を通る（底辺に）平行な線の間．ここだ．これが高さってことね？てことはこの４は？

三角形の？

三 C290:高さ

三 T271:平行四辺形で言うところの高さにあたるところじゃないのってことね？

三 C291:はい.

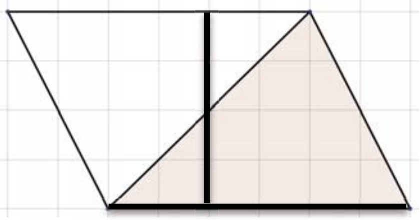
三 T272:鐘が鳴ってしまいました.

三 C292:いっつもいいところで終わる.

三 T273:共通点・・・一旦挨拶します.

三 C293:これで５時間目の勉強を終わります.

＜５時間目の続き＞



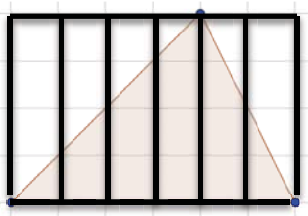
三 T274:今，この式だけで今考えてるからね.

で平行四辺形の底辺×高さを元の三角形のどこですかってなったら，６が三角形の底辺だ．４が三角形の底辺と一番上にある頂点を通る直線，平行な直線の間の線が全部４cm だよ，無限だよって．そこまではみなさん納得してくれましたか？

式:６×４＝24

24÷２＝12　答え 12 ㎠

三 C294:はい.



三 T275:納得したっていう人.

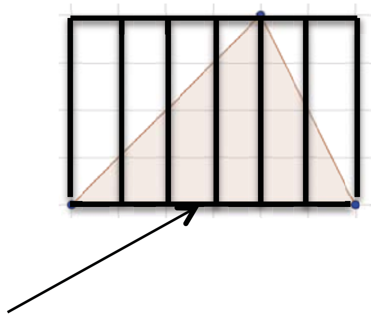
三 C295:（全員挙手）

三 T276:まだ納得しませんっていう人いますか？

三 C296:（いない）

三 T277:ああよかったです．よかったね．高さって言うところが分かって.

点々じゃなくてピシッてかいていいんだね．全部高さ．言葉もでてきたね.



ここ三角形の底辺．で，この，三角形の頂点を通る底辺に対しての平行の間の赤い線は，何ですか？

三 C297:高さ

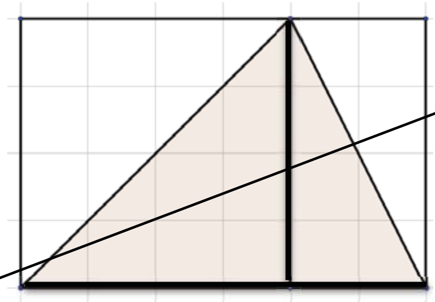
三 T278:全部？

三 C298:高さ

三 C299:４センチ

三 T279:高さになりますよ．高さ４cm ですよ（数値を模造紙に書く）ていうのが使われているのが分かりました．次いくぞ．これはどうなっているんだ？

②



式:4×4＝16
2×4＝8
(16+8) ÷ 2＝12
答え 12 ㎠

三 T280:この４はどこ？

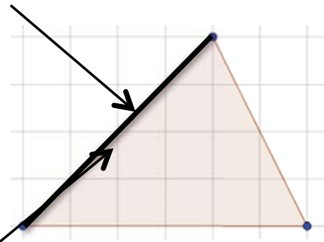
三 C300:はい.

三 T281:この４×４＝１６ってなってるのは，この正方形を言っているって話でしたが，４×４の４はどこ？

三 C301:はい.

三 T282:２はどこ？よし，言ってみよう．さっきまでわかんないっていってたけど，どうぞ.（S くん）

三 C302:４×４の４は，ここのことを表していて，



三 T283:ここですね

三 C303:を表していて，それで三角は２個あるから４×４だと…あ,

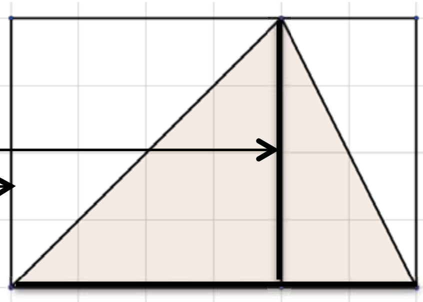
三 T284:ここは４ですね？

三 C304:はい．それで，あの，こっちでやると,

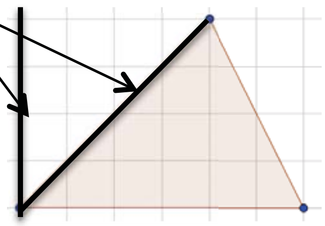
この垂直のこの線がここで分かれていて,

それでたての高さも４だから

４×４で…



三 T285:あなたはここ×ここってことですね？



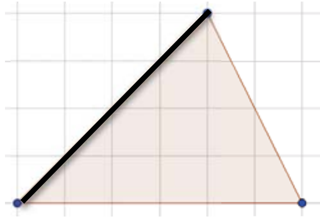
三 C305:はい.

三 T286:聞いてみてください.

三 C306:違う.

三 C307:ん？

三 T286:いかがでしょう？今の発表の４×４の４はここですだって.



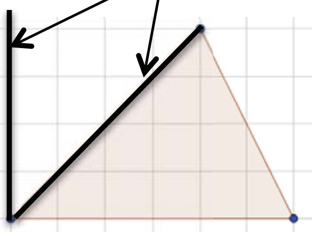
三 C308:違います.

三 C309:（どよめきがわく）

三 C310:（A くん）みんなが言っていたのさ，そこだっていってたよ．僕だから外側の線を引いた.

三 C311:あ，なんかみんな周り・・・

三 T287:A さんはどこだと思います？賛成？４×４の１つはこれで，もう一つの４は垂直になっているここの４だって



三 C312:違います.

三 C313:違う.

三 T288:A さんはどう思います？

三 C314:違う

三 T289:違うと思う？A さんはどこだと思う？（S くんを席に戻す）

三 C315:・・・

三 T290:４×４＝16 って何の図形の面積ですか？

三 C316:正方形

三 T291:正方形.

三 C317:長方，あ正方形.

三 T292:正方形．どこ？正方形どこにあります？

三 C318:はい.

三 C319:はいはいはい，それは分かってますよ.

三 T293:正方形どこにあるか見えない人.

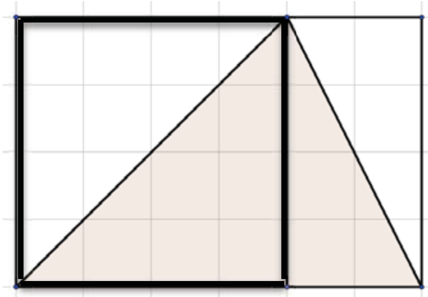
三 C320:（挙手無し）

三 T294:分かる人.

三 C321:（全員挙手）

三 T295:N さん．どこ？

三 C322: 4 × 4 ＝16 の正方形はここ（黒枠部分）だと思います．



三 C323:いいです．

三 T296:ここだって．

三 C324:いいです．

三 T297:じゃあ，正方形の面積を求めるってことは，どこの線使うのかな？

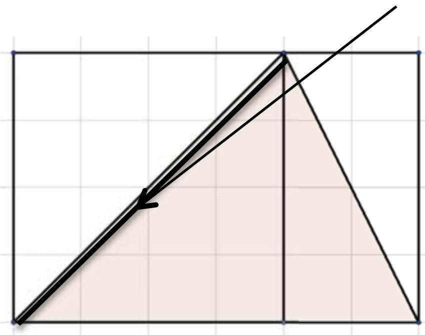
三 C325:はい．

三 T298:正方形だって．どこの線使うのかな？（先程の S くんが挙手したのを見て）ああ！気づいた？

三 C326:はい

三 T299:おいで．いいよいいよいいよ．

三 C327:正方形を使う時に（面積の公式を使う時に）使う辺は，ここで，

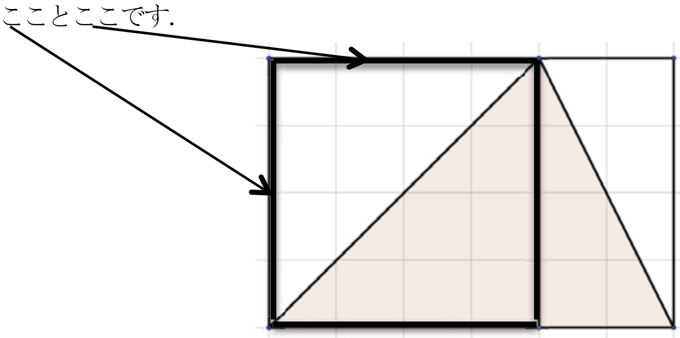


三 T300:ここか？

三 C328:え？

三 T301:正方形の面積．正方形の面積求めるときどこ使うか．

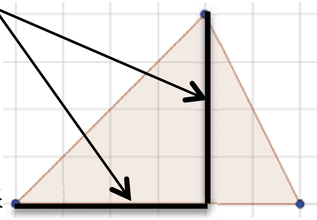
三 C329:あ，ここと ここです．



三T302:元の三角形でいうとどこ？

三C330:元の三角形だと，こことここ

三T303:あ，こことここなんだね.

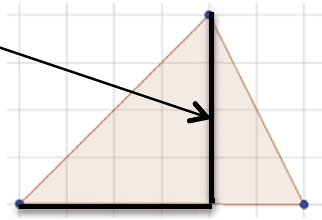


三C331:はい.

三T304:どうですか？

三C332:いいです.

三T305:こことここ．ここはどういう線



三C333:頂点から垂直

三T306:垂直（底辺を青，高さを赤で模造紙にかく）垂直なんだね.

これが４．４cm.（数値を書き込む）ここも（底辺）４cm（書き込む）なんですね.

三C334:はい.

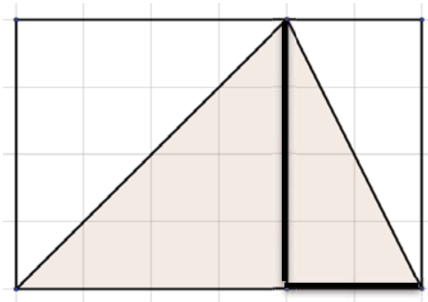
三T307:はい，ありがとう．これでいいですか？

三C335:はい.

三T308:ここまではO.K.？じゃあ次，２×４＝８の２×４って変身した図形のどこになるの？

三C336:はい.

三C337:長方形.



三T309:どうぞ．Sさん.

三C338:この，一番下の線が２になって

たての線が４になる．どうですか？

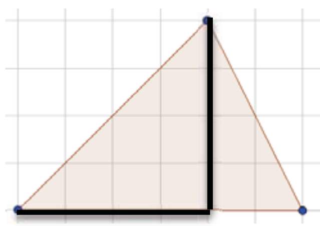
三C339:いいです.

三T310:じゃあ元の三角形のどこになり

ますか？

三C340:この三角形では，底辺のこの部分が２センチになって

三T311:ここが２cm（図に数値を書く）

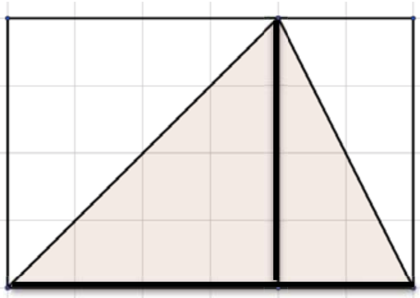


三C341:さっきと三角形と同じようにこの高さが

４cmになってます

三T312:４cmになってます（数値確認）

三C342:いいです.



式:④×④=16
②×④=8
(16+8) ÷2=12
答え12㎠

三 T313:(底辺を表す式の4と2を青で，高さを赤で○する）こうなるわけですね？

三 T314:うん．何か気づかない？

三 C343:気づきました.

三 T315:気づいた？

三 C344:あ～

三 T316:これ，なんか気づいた人いるかな？

三 C345:はいはいはいはい

三 C346:え～？

三 C347:おなじ高さ…

三 T317:気づいた人どれぐらいいます？（数名挙手を認め）じゃあちょっと手を下ろしてね．じゃあ,今手を挙げてる人は発見が何かあったんだよね.

三 C348:はい.

三 T318:次のこっち（③）でも見てみようか.

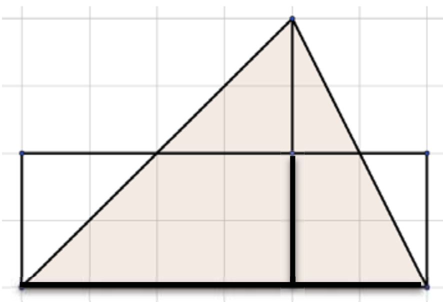
三 C349:はい.

三 T319:こっちどうなる？

三 C350:ああ，③もなっちゃう

三 T320:はいじゃあこれ,

③



式:2×6=12　答え 12㎠

三 T321:2×6=12 の2はどこですか？

三 C351:たて.

三 C352:高さです.

三 T322:ここ，元の三角形のどこですか

三 C353:高さの半分です.

三 T323:高さの半分.

三 C354:ああ

三 T324:高さの半分．高さの半分ってことはもともと高さは？

三 C355:４センチ.

三 C356:４センチだから４÷２です

三 T325:４÷２．てことはここ（高さ）４なんだね.

三 C357:はい.

三 C358:これ組み替えする時に半分だから…

三 T326:これ４cm で（数値を書きながら），でも
使っているところはそれの？

三 C359:半分.

三 T327:半分だから，何したの？

三 C360:÷２

三 T328:÷２するんだ.

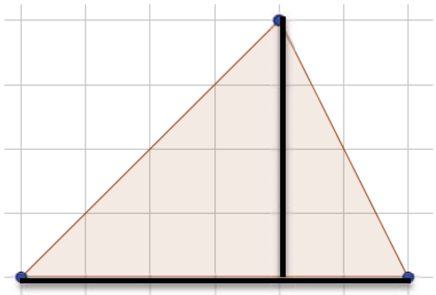
三 C361:すげーこれで公式変わります.

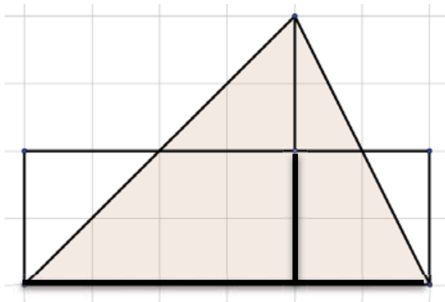
三 C362:公式できました

三 C363:底辺×高さ÷２

三 T329:ちょっとまってちょっとまってね．そして，この６は？どこにあります？

三 C364:横.





三 T330:横．三角形でいうと，どこ？

三 C365:底辺

三 T331:底辺．ここだね．（数値を書き込む）２が高さの半分（４÷２と書き込む)．高さの半分．これ式に書くと何て書ける？２じゃなくて.

三 C366:４÷２

三 T332:４÷２

三 C367:４÷２

三 C368:４÷２か4−2

三 C369: 4 ÷ 2だと思う.

三 T333: 4－2の可能性もあるけどね. こう書くこと（4 ÷ 2）ができそうですよね？

三 C370:はい.

三 T334: 6って変わらずここだね？

三 C371:みんな最初，ただ出来上がった形を倍していただけで，あの一つくったときに，変わった高さとか書いてなかった.

三 T335:ああ. そのまんま数字使っているのね.

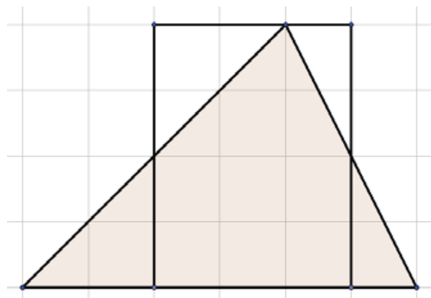
三 C372:はい.

三 T336:元の三角形の数値を使えばいいよ.

三 C373:元の三角形使っていないから数を使っても公式じゃなくてもおかしくない.

三 T337:なるほど. 次これいってみるよ.

④



式: 4 × 3 ＝12　答え 12 ㎠

三 T338: 4 × 3 ＝１２だって

三 C374:ああ

三 C375:これ高さそのままだ.

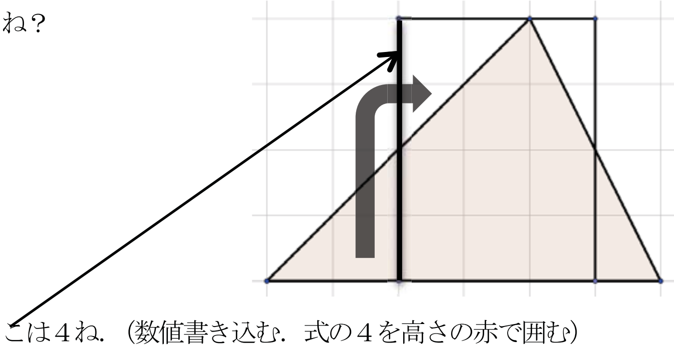
三 T339:高さ. 4は何これ？

三 C376:高さ

三 C377:高さですこれ.

三 C378:底辺が変わってる.

三 T340:底辺が変わってるということはこの三角形の，ん？これを？こうもってきたから？こうですよね？



式:４×３＝12　答え 12 ㎠

ここは４ね．（数値書き込む．式の４を高さの赤で囲む）

三 C379:わかった．

三 T341:あれ？３？

三 C380:３は底辺÷２

三 C381:３は底辺を２で割ったやつです．

三 T342:３？（0:59:00）

三 C382:分解した時に１センチと２センチをとったんです．

三 C383:６から３ひいて３．

三 C384:はい．

三 T345:なんか気づいたの？

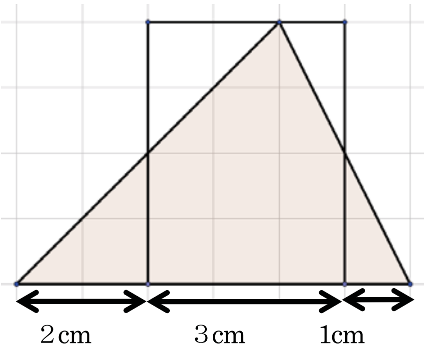
三 C385:はい．

三 T346:T くん何気づいた？

三 C386:えっと，底辺の，底辺が２つにわかれ，えーっと２つっていうか，あの，３センチと３センチに分かれています．

三 T347:３センチと，もう１つの３センチはどこですか？

三 C387:この２センチとこの１センチです．



三 C388:いいです．

三 C389:どうですか？．

三 C390:いいです．

三 T348:（数値を書き込む）どうですか？

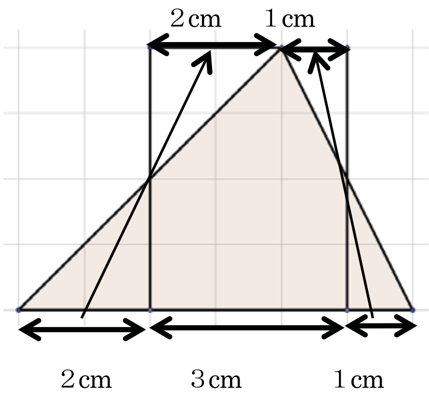
三 C391:いいです.

三 T349:それで？

三 C392:それで，２センチをこっちにもってきて，

三 T350:ああ．上にね．なるほど．ここね？ここ２ね

三 C393:ここが１.



三 T351:１．はい.

三 C394:でそれをたすと３センチになります.

三 C395:おお

三 C396:どうですか？

三 C397:いいです.

三 C398:３と３で６だ.

三 T352:つまり３ってなんだ？底辺の何だこりゃ？

三 C399:同じ底辺がつくれた.

三 C400:同じ長さの底辺になった.

三 T353:これ何？何て言えばいいの？

三 C401:底辺の半分.

三 T354:底辺の半分っていえるの？底辺の半分って式に直すとどうなるの？

三 C402:６÷２

三 T355:６÷２にしちゃう.

三 C403:６×６÷２

三 C404:えっとかっこからやると，（６÷２）×４…

三 C405:かっこしなくてもいいんじゃないの？

三 C406:え？本当だ.

三 T356:ちょっと待ってよ．これ本当にさ，底辺の半分なのか？たまたまじゃないの？これ？

三 C407:たまたまじゃないです.

三 C408:違います.

三 T357:たまたまだよね?

三 C409:はい.

三 C410:えっ?

三 C411:わりかたです

三 C412:たまたまです.

三 T358:じゃあさ,別の三角…

三 C413:ああ!!!!

三 T359:何?びっくりしたな.何を?何?

三 C414:わからないけど.

三 T360:前に.わかんないけどどうぞ(A さん).びっくりした.心臓止まるかと思った.

三 C415:底辺と上の辺が平行で,

三 T361:平行だよ.

三 C416:高さが無限大で.

三 T362:無限大だよ.

三 C417:だから,あの,えっと,他のところで切っても,

三 T363:他のところで切っても?

三 C418:形は同じに変えられる.

三 T364:つまり底辺の常に半分になるんじゃないのってこと?

三 C419:多分.

三 T365:多分.さ,こういう時はどうしたらいいでしょう?

三 C420:やってみる.

三 T366:やってみる.何で?

三 C421:紙

三 T367:紙で.やってみますか?

三 C422:はい.

三 C423:ないです.紙が.

三 T368:紙がない?

三 C424:余った紙でやればいい.

三 T369:余った紙でやればいいね.なるほどね.じゃあみなさん作業に入りますが,余った紙といえばこれですね?

三 C425:すてちゃいました.

三 T370:えー

三 C426:これこれ

三 T371:これ使えるね.

三 T372:じゃあ確かめるためには，どんな三角形にしますか？底辺が？

三 C427:６センチ

三 T373:６三 Cm はい.

三 C428:高さが４センチ．頂点のとこまでが４センチ.

三 T374:頂点どこにもっていきましょうか？これでやってみますか？（底辺６cm 高さ４cm 二等辺三角形）

じゃあ，みなさん，いろんな三角形で試してみてもいいですけど，これはさ，もうこれでやっちゃっているから（先程と同じ三角形以外で試すことを指示）これは，違う形の三角形ですよね？

三 C429:はい.

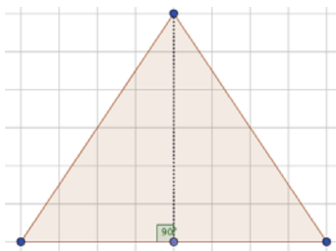
三 T375:ね，これ４cm と６cm って数値かえない？

三 C430:７センチにすれば

三 T376:８にしない？

三 C431:２でわれば４センチ．４センチにすればいい.

三 T377:８と６とかね.（底辺８cm 高さ６cm）切り方分かりますか？これやりかた誰やってくれたっけ？



三 C432:H さん.

三 T378:H さん．これさ，どこで切ればいいの？もしこういうのがあったら．どこで切ればいいのかな？

三 C433:半分

三 T379:半分．どこの？何の半分？

三 C434:６センチの

三 T380:６cm の？半分. 平行な線ですよね？さあみんなで H さんのやり方で切って確かめてみるよ.（切り方の説明をする）そうなったときに，みんなの予想８÷２＝４になればすごいね.

（作業 1:06:55〜1:10:00 机間指導，確認できた人が隣や周りの人に教えるように指示また別の三角形でも確かめてみることも指示）

三 T381:ここの長さは初め８cm だったけど，どうなりましたか？

三 C435:４センチ

三 T382:８÷２にしても同じだね.

三 C436:はい

三 T383:÷２がでましたね，ここで.

（まだできていない人にできた人が教えてあげることを指示）

（1:11:00～1:12:00 教え活動）

三 T384:はい，じゃあこっち見てください．てことはさ，どうやら底辺÷２の長さになっているっていえますか？

三 C437:はい

三 T385:いえそうですね．他の三角形でも確かめたから．なった人

三 C438:（全員挙手）

三 T386:なんかさらに共通点見えてきませんか？

三 C439:÷２

三 C440:÷２してますね

三 T387:どのやり方も元の三角形のどの部分を使ってます？

三 C441:底辺

三 C442:底辺と高さ

三 T388:底辺と高さ．そして？後共通しているところはどこですか？

三 C443:２で割る

三 T389:２で？

三 C444:割ってる

三 T390:割ってる．２で割ってる．（÷２のところを緑で囲む）

三 T391:質問していいですか？この÷２って全部書いてあるけど全部同じ意味でいいですね？

三 C445:はい

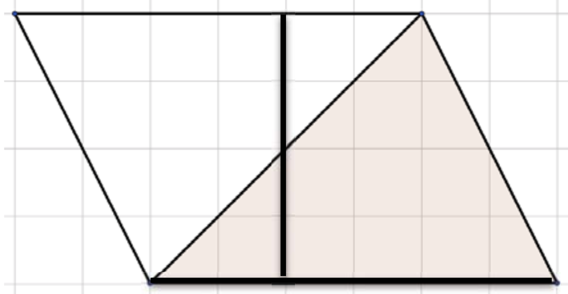
三 T392:÷２の意味は全部同じですね？

三 C446:はい．でも，ん？

三 C447:違います.

三 C448:全部同じってわけではない.

三 T393:この（①）の÷２の意味はどういう意味ですか？



三 C449:２枚あるのを戻した.

三 T394:倍変身してるから？

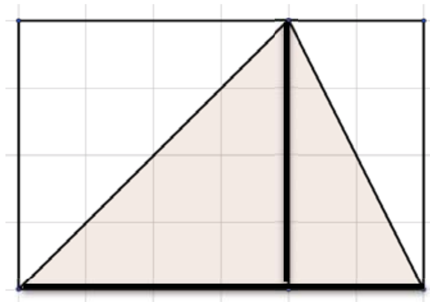
三 C450:また戻した.

三 T395:戻すために？

三 C451:割った.

三 T396:÷２をしたんですね？１枚を求めるために.

三 T397:こっち（②）は？

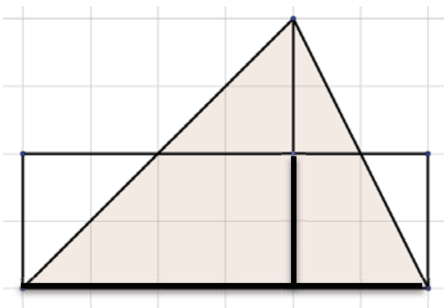


三 C452:２枚使ってる.

三 T398:２枚使っているから戻すために÷２をしたんですね？

三 C453:はい.

三 T399:ここまで理解できた人



三 C454:（全員挙手）

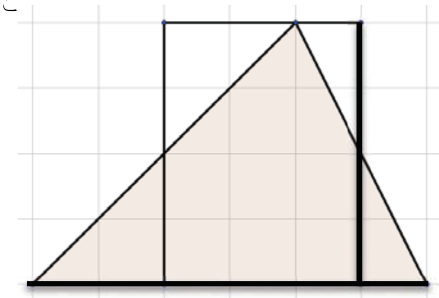
三 T400:はい．じゃあこの（③）÷２は？

三 C455:高さが÷２

三 C456:高さを減らすために

三 C457:高さを半分にするために

三 T401:高さを減らすために．高さを半分にするために



三 T402:こっち（④）は？

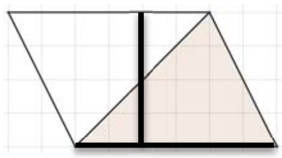
三 C458:底辺を半分に.

三 T403:底辺を？

三 C459:半分

三 T404:半分にするために.

三 T405:じゃあこれさ，三角形の公式つくれそうですか？



三 C460:はい

三 T406:もしこれ（①）だったら？どういう公式ですか？

三 C461:底辺×高さ÷２

三 T407:底辺×高さ÷２（底辺を青，高さを赤，÷２を緑で書く）

三 C462:こんな公式初めてです.

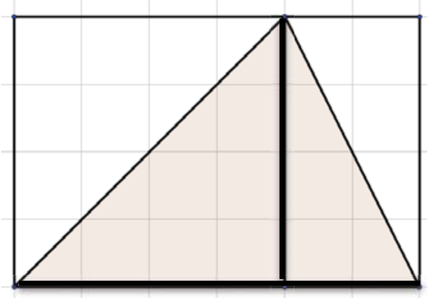
三 C463:÷２がでてくるもん.

式:６×４＝24

24÷２＝12　答え 12 ㎠

三 T408:÷２がでてくる公式，初めてです．

三 T409:これ（②）はどうなりますか？じゃあ．



式:４×４＝16
　２×４＝８
　(16+8）÷２＝12
　　　　　　答え 12 ㎠

三 C464:同じです．底辺×高さ÷２です

三 T410:底辺×高さ，底辺×高さ，ん？

三 C465:高さ×底辺？

三 C466:これちょっと長いですよ．

三 T411:これなんだ？これ底辺×高さ÷２になるの？

三 C467:（ガヤガヤ）

三 T412:底辺に高さをかけてる．底辺に高さをかけてる÷２をしている．え，でもさ，これ先生納得できない．これ底辺×高さ÷２になるの？

三 C468:なります．

三 T413:なるの？どうやってやるの？

三 C469:たしてるじゃないですか．

三 T414:これたしてる．ああ．たしてるね．

三 C470:それが底辺×高さで

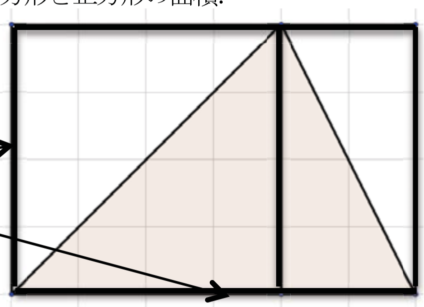
三 T415:これ（(16＋８）の部分が）底辺×高さになってるの？

三 C471:（ガヤガヤ）

三 T416:T くん

三 C472:半分，半分っていうか直線で引いた長方形と正方形の面積．

三 T417:ここね？これ全部のことね．



式:４×４＝16
　２×４＝８
　(16+8）÷２＝12
　　　　　　答え 12 ㎠

三 C473:はい．

三 T418:ってことはここが底辺．

かける，高さ

で，２枚だから？

三 C474:÷２

三 T419:÷２．あれ？いける？

三 C475:いやー

三 C476:でも式かえればいいじゃん．

三 C477:あ，先生，式変えればいいです．

三 C478:４＋２にする．

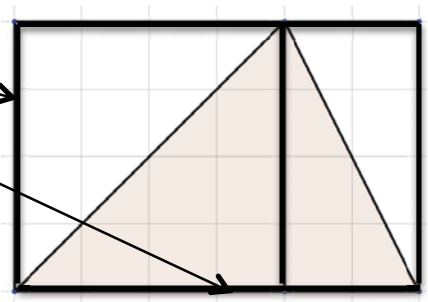
三 T475:４＋２，ん．

三 C479:これも式変えれば６×４÷２になりますよ．

三 T476:どうやって？

三 C480:えっと，そこの全体で見て，高さを割んないで，全体で見て６×４で２４で

三 T477:これ？６×４で２４だよと.



三 C481:はい.

三 T478:２４じゃんここ（16＋８）が，と．みなさんここまで了解しました？（微妙な反応）６×４と同じ意味でしょ，ここが，だって.

三 C482:４と２たせばいいんですよ．あの，４×・・・

三 T479:R くんわかる？４×４＝１６はこの正方形ね？２×４＝８はここの長方形ね？それをたした２４はどこの面積になるの？

三 C483:えっとそのでかい長方形.

三 T480:でかい長方形になるんだね？

三 C484:はい.

三 T481:じゃあこの面積が２４㎠なんだね.

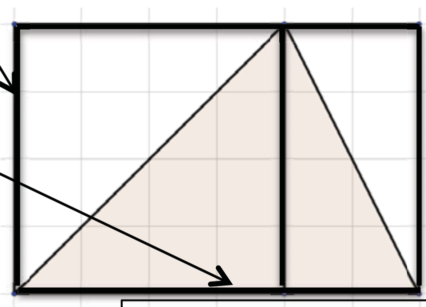
三 C485:はい.

三 T482:あってことは？

三 C486:そこ変えれば平行四辺形の面積と同じになる.

三 C487:（ガヤガヤ）

三 T483:ここが６cm で底辺だね？で，ここの部分が長方形のたての部分が，何？



式:４×４＝16
２×４＝８
（16+8）÷２＝12
答え 12㎠

三 C488:高さ

三 T484:高さと同じ．高さつまり今 cm だったっけ？

三 C489:４センチ

三 T485:４cm ね？じゃあここ，２４ってのは底辺×高さでもいいんじゃないですかだって．そこ R くんは納得？

三 C490:はい.

三 T486:みなさん納得しました？

三 C491:はい

三 T487:何で納得したの？理由言えるか?

三 C492:う～ん結局は割ってる.

三 C493:結局ただ分解しただけだから.

三 T488:うん，何と何に分解した？

三 C494:永遠に垂直は永遠に続くから，全体の長方形で見て６×４で２４

三 T489:全体の長方形で見れば，１６ってのはここだったね（正方形）

三 C495:はい.

三 T490:８ってのはここ（長方形）だったね?

三 C496:はい.

三 T491:じゃあ大きい長方形で見てもいいってＲくん，言ったやん.

三 C497:はい

三 T492:だから，底辺×高さでも長方形の面積いえるでしょ？ていうこと.

三 C498:ああ

三 T493:わかった？Ｒくん.

三 C499:はい.

三 T494:だからここ，底辺×高さってかけるでしょってこと．納得？みなさんは．Ａさんはついてきてる？大丈夫?

三 C500:はい.

三 T495:じゃあどうして底辺×高さにしてもいいの？

三 C501:・・・

三 T496:Ｍくん最後.

三 C502:小さい正方形と長方形を出した後にたしてるから，底辺×高さでも結局は同じ.

三 T497:Ａさん，説明してごらん.

三 C503:正方形と，長方形をたして，それを÷２

三 T498:たしてそれを大きな?

三 C504:大きな長方形にした.

三 T499:大きな長方形にしたんだよね．その大きな長方形を出すには?

三 C505:底辺×高さ

三 T500:底辺×高さでもでるもんね．だからいいんだよね．そう．よくできた.

三 T501:でそれをどうするの？

三 C506:÷２

三 T502:÷２にすればいい.

三 C507:たて×横と似ている.

三 T503:たて×横と似ているね．そのとおり.

三 T504:なんで底辺×高さなのか分かります？

三 C508:下の辺しか使ってないから.

三 T505:じゃあ教えてあげますよ．高さって何？

三 C509:（ガヤガヤ）

三 T506:何が決まらなければ高さ決まりませんか？

三 C510:底辺

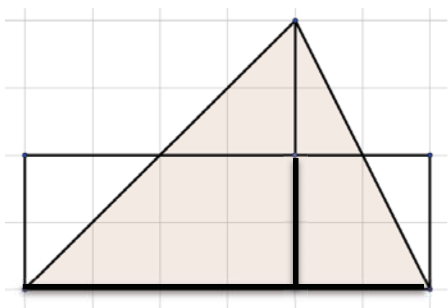
三 T507:底辺．そう，どこをしたに置くか決まんないと高さ変わるでしょ．ほれ（平行四辺形の掲示物を見せる）

三 T508:底辺が変われば高さも変わる．底辺がここだからこのとき高さはどうなりますかってことだから底辺下にするから高さがこうなりますよ．だから底辺が先に決まるから，先に底辺がくるわけ．ここまでわかった？ごめんねちょっと脱線してしまった.

三 T509:ここまで底辺×高さ÷２，底辺×高さ÷２，さあ次（③）これどうなる？

三 C511:んとー

三 T510:４÷２×６になっている.



式:２　×６＝12
　↓
４÷２　×６　　答え 12㎠

三 C512:高さを分解したものだから４÷２

三 C513:反対にする.

三 T511:反対にする？ちょっとまって．６と４÷２を反対にしていいんですかこれ？

三 C514:大丈夫

三 C515:だめです

三 T512:だめですか？

三 C516:いいと思います

三 C517:できる.

三 T513:どっち？なぜいいの？(T くん)

三 C518:あの，４÷２と×６を反対にしたら，６×４÷２で，括弧がついてるから，それを先にしなければならないから先に４÷２をしてから６×２をすればいいとおもいます.

三 T514:これ逆でもいいってこと？じゃあ.

三 C519:はい

三 T515:ちょっとみなさんいい？$\boxed{4 \div 2}\times\boxed{6}$と$\boxed{6}\times\boxed{4 \div 2}$逆にしても答えは変わりますか？変わりませんか？

三 C520:変わりません.

三 T516:はい，なんですか？

三 C521:６×８と８×６.

三 T517:はい，そう．６×８と８×６は同じですよね？

三 C522:それと同じ.

三 C523:かけ算は逆にしても答えは同じ.

三 T518:誰，今言ってくれたの？

三 C524:K くんです

三 T519:そうだね．かけ算は逆にしても答えは同じだったでしょ？

三 C525:はい

三 T520:じゃあこれ，$\boxed{4 \div 2}\times\boxed{6}$と$\boxed{6}\times\boxed{4 \div 2}$と逆にしても答え同じでしょ？

三 C526:はい

三 T521:大丈夫だよね？

三 C527:かっこなくしてもいい

三 T522:かっこ外しても答えは変わりますか変わりませんか？

三 C528:かわらない.

三 T523:かけ算わり算がまざったしきはどこからやってもいいんだよね.

三 C529:はい

三 T524:６×４÷２の６は

三 C530:底辺

三 T525:４は

三 C531:高さ

三 T526:そうすると？底辺

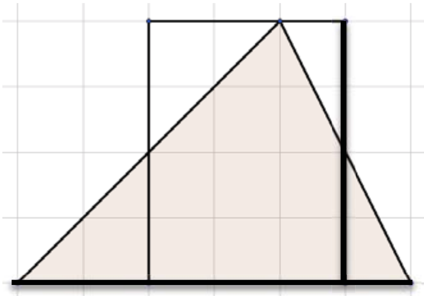
三 C532:×高さ÷２ー！

三 C533:今んところ全部が一致している.

三 T527:一致してるね.

三 C534:公式は全部に一致していないとだめだから.

三T528:これ（④）



これいくかこれ.

三C535:ラスト！

式:４　×３　＝１２
↓
４×６÷２
答え 12㎠

三T529:ラスト．これは４×６÷２ですよ.

三C536:さっきと同じ.

三C537:これはもう，公式ができた.

三C538:でもこれ底辺を割ってるから・・・

三C539:さっき，K くんがいったように，かけ算を反対にしても答えは同じだから

三T530:かけ算を反対にしても答えは同じだから？逆にしても

三C540:これでもいい.（６×４÷２）

三T531:これでもいいんだよね.

三C541:式は同じでも考え方は違います.

三T532:うん．そうだね.

三C542:３は底辺で２は高さを割ったものだから意味が違います.

三C543:高さを割ったもの底辺を割ったものは違う.

三T533:結果，どうなりましたか？６はなんですか？

三C544:底辺

三T534:底辺（板書しながら），

三C545:×高さ

三T535:×高さ

三C546:÷２

（チャイムが鳴る）

三C547:よし，できた.

三T536:÷２

三C548:よ～し！！

三C549:これで公式ができた！

三C550:三角の公式ができた！底辺×高さ÷２！

三T537:あ～つかれたね？疲れた.

三T538:ただね, さっきね H くんがぼそっていった言葉みなさん. 全部同じ公式になったんだけども, 変形方法で微妙に式が違うんだってことを H くんは言いたかったんだ．そこはどうですか？

三 C551:いいと思います

三 T539:納得ですね？

三 C552:はい

三 T540 でも１つ１つの変身方法でやっちゃうと公式になりますか?

三 C553:いいえ

三 T541:ならないんだよ．だから共通したものは何？ていうふうに考えていった時に，つくるのが公式なんですよ．今，君たちは公式をつくったんだよ．

三 C554:え〜

三 C555:組みかえただけなのに．不思議だ

三 T542:先生教えたか？三角形の面積を求める公式は，底辺×高さ÷２だよって教えたか？

三 C556:いいえ

三 T543:教えてないんだよ．

三 C557:自分たちで見つけた

三 T544:そう．これは君たち全員でつくった公式．あれ？平行四辺形のときもそうでしょ？これも君たちがつくったんだよ．すごくない？君たちつくったんですよ．発明したんですよ．すばらしいと思います．

三 C558:教科書に書いてある

三 T545:え？教科書見せてないよ，先生．教科書見た？みなさん．

三 C559:見てない．

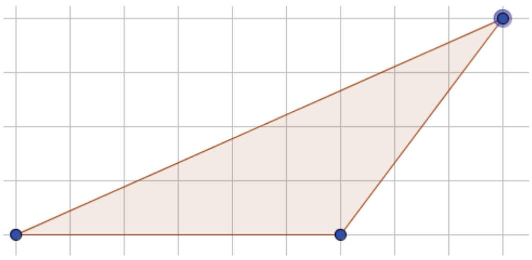
三 T546:教科書無しで君たちここまでやったんだ．

三 T547:じゃあ聞くよ．これで確定していいんですね？

三 C560:はい

三 C570 全て一致してるもんな

三 T548:さあ，じゃあこれは？



三 C571:やっぱり．

三 C572:あ〜

三 C573:できます

三 C574:面積が同じです．

三 T549:面積の公式らしきものはできたよ．ノートに書きます．

三 C575:まだ仮．

三 T550:仮です．三角形の面積＝底辺×高さ÷２（仮）です．

三 C576:なんかわかってきた

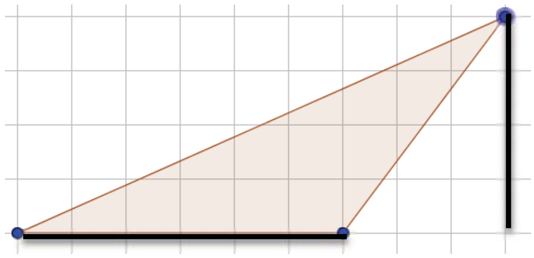
三 T551:この三角形はどんな三角形ですか？

三 C577:二等辺三角形？

三 T552:長い.

三 C578:また向きを変えればいい.

三 C579:向き変えればできます.



三 T553:今回底辺はここです．高さはどこになるの？

三 C580:上の頂点を通る線のところから…

三 T554:前は高さが三角形の中にあったけど今回は外ですよ

三 C581:できます.

三 T555:それを（ビデオ切れる）

８時（高さが図形からはみ出した三角形の求積場面）

10/20（火）

三 T1:昨日はおぼえてますか？何つくったんだっけ？

三 C1:三角形の仮の公式

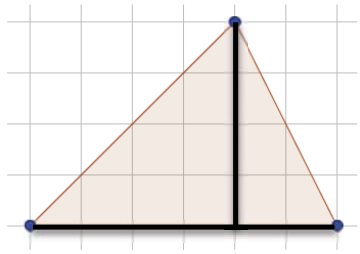
三 T2:三角形の仮の公式．仮の公式言ってごらん．さんはい．

三 C2:底辺×高さ÷２

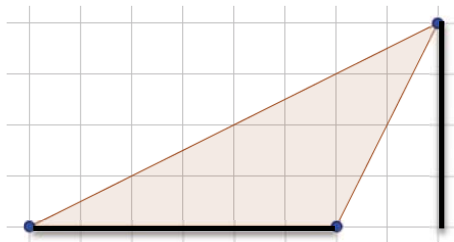
三 T3:今日明らかにするのは？

三 C3:公式が本当かどうか．

三 T4:そう．この仮の公式が，全ての三角形で成り立つのかな．これは，三角形の中に高さがおさまっているタイプです．



三 T5:これ，高さが三角形からはみ出したタイプです．これも（公式が）成り立つのかなっというところを確定していければなっと思います．



三 T5:さてと．今までやったこと．今まで新しい図形を考える時に，何か共通点とか見つけたけども，どんなこと分かりましたか？覚えていますか？うん H さんいってごらん．

三 C4:底辺と高さが垂直ということです．

三 T6:おーっすごい！底辺と高さは垂直関係だ！すごい．よく覚えていましたね．これ共通していましたね．あとどんなこと使って解いてましたっけ？新しい図形でできた時に．H くん．

三 C5:えっと三角形のとき？

三 T7:今まで新しい図形でてきた時に，面積を求めるためにどんなことしてきましたか？

三 C6:すべて長方形に直してきた．

三 T8:あ長方形や？

三 C7:平行四辺形

三 T9:平行四辺形といった，ん？何？

三 C8:公式ができたものでやった．

三 T10:そうだ．公式ができたものでやってましたね．じゃあそれ，どうやって？

三 C9:たて×横とか

三 T11:長方形や平行四辺形にどうやって変えたの？

三 T12:はい Y さん

三 C10:切り込みとか線とか入れてそれで切って,

三 T13:つまり？

三 C11:組かえ変身.

三 T14:組かえ変身をしたんだね．あとは？

三 C12:倍変身.

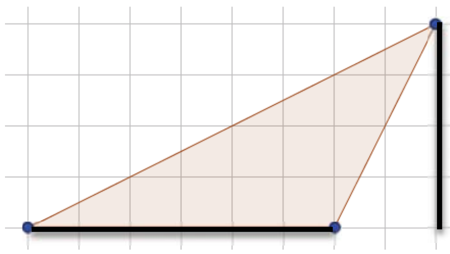
三 T15:倍変身もしましたね．三角形のときでてきませんでしたか？倍変身.

三 C13:平行四辺形にした

三 T16:うん．平行四辺形にしたやつ．倍変身これですね（掲示物を指す）．これ昨日やったやつね？倍変身で解決することもできた．つまりこういうことですね？今まで新しい図形の面積を求める時は，組みかえ変身や，倍変身，そういえば倍変身÷２って言ってたよね．倍変身．何で÷２なの？

三 C14:２枚使っているから.

三 T17:２枚使っているから÷２をすれば求められます．求められる図形に変身.



三 T18:さて，今日は，このタイプですけども，

じゃあこれ，どうやったら底辺×高さ÷２かどうかを

調べられますか？

三 C15:高さを求める

三 T19:高さを求める？高さ，これは１、２、３、４

４cm です.

三 C16:それで底辺を求める

三 T20:１、２、３、４、５、６cm.

三 C17:それをかけてわる.

三 T21:でもさ，これ公式使える三角形かどうかわかんないよ．どうやってたしかめればいいの？

三 C18:う～ん

三 C19:それを組みかえて

三 T22:組みかえて

三 C20:他の形にして

三 T23:どの形？例えば.

三 C21:長方形や

三 T24:長方形や

三 C22:正方形

三 T25:正方形や

三 C23:平行四辺形に

三 T26:平行四辺形に

三 C24:組みかえて，それで計算して

三 T27:計算して

三 C25:底辺×高さ÷２と答えが一緒だったら公式が使える．

三 T28:使える．

三 T29:言ってる意味分かった人．

三 C26:（全員挙手）

三 T30:なるほど．手を下ろします．

三 T31:じゃあ，求められる図形はこの３つ（長方形，正方形，平行四辺形）だけでいいですね？

三 C27:・・・

三 C28:台形

三 T32:台形？台形は求められてないよ．この３つだけですか？

三 C29:直角三角形

三 T33:直角三角…三角形も使えるの？

三 C30:はい

三 T34:どういう三角形だったら使えるの？

三 C31:昨日と同じなら使える

三 T35:昨日と？

三 C32:同じに切り込んでやってみてもいい

三 T36:同じように三角形だったらできるの？図形の中に高さがおさまっている三角形に

三 C33:なればいい

三 T37:なれば？

三 C34:いい．

三 T38:いい．じゃあこれ（高さがはみ出さない三角形）も使えるんだね．じゃあそれもつけ加えておきますか．三角形ね．（模造紙に書く）はみでない．これでもって同じように変身させて，答えが一致してればいい．

三 T39:じゃあ，もしこれ，この公式があってたとしたらこれ，底辺が６cm，高さが４cm ですけども，もしこれ公式が当てはまるとしたら，式どうなりますか？

三 C35:６×４÷２

三 T40:６×４÷２は（板書しながら）

三 C36:１２

三 T41:１２㎠に

三 C37:になるはず.

三 T42:はず．みんなはこれ，成り立つと思ってる？

三 C38:はい.

三 T43:じゃあ「なるはず」だな（板書）これ（１２㎠）になるはずだと.

三 C39:問題は，どう組みかえるかだ.

三 T44:どう組みかえるか．どこ使えばいいですか？

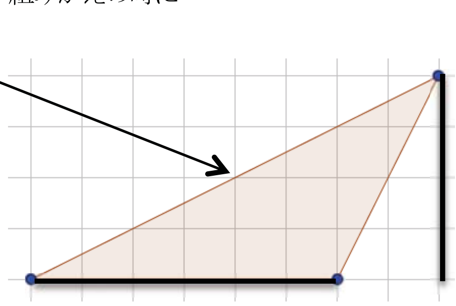
三 C40:底辺と

三 T45:底辺と

三 C41:高さ

三 T46:高さがちゃんと入っているような組みかえをすればいいね.

三 T47:ここは使いますか？組みかえの時に



三 C42:使わないな.

三 T48:ここ，下にしていいですか？

三 C43:いいえ

三 T49:そうだよね．ここは使わない．ここを下にしないように，ね？じゃあやっていきますよ.

（ワークシート配布 0:07:20）

三 T50:タイトルは何でしょう．今日のめあては？

三 C49:仮の公式が成り立つか

三 C50:どんな三角形でも公式が使えるかを考えよう.

三 T51:どんな三角形でも公式が使えるか考えよう．いいですね.

三 C51:確かめよう

三 T52:確かめよう，考えよう．いいですね．今君たちがめあてつくったね．（めあての板書）

（どんな三角形でも公式が成り立つか調べよう！）

三 T53:昨日，君たちがやった変身を今回もやってもいいかもしれませんね．それでは時間は１０分くらいでできたらすてき．目標２５分から発表に入ります.

（自力解決 0:10:00～0:37:07）

三 T54:みなさん何形にしました？

三 C52:長方形

三 C53:平行四辺形

三 C54:三角形

三 T55:長方形に何変身したの？

三 C55:組みかえ変身した.

三 T56:組かえ変身で長方形にしましたってどれぐらいいる？（数名挙手）

三 T57:組みかえで違う図形にしましたっていう人いる？何形ですか？

三 C56:平行四辺形です.

三 C57:三角形です.

三 T58:三角形，平行四辺形，へ〜

三 C58:昨日と同じのです

三 T59:組みかえで平行四辺形，組みかえで三角形．なるほど．他の変身方法使った人いますか？何変身使いましたか？

三 C59:倍変身

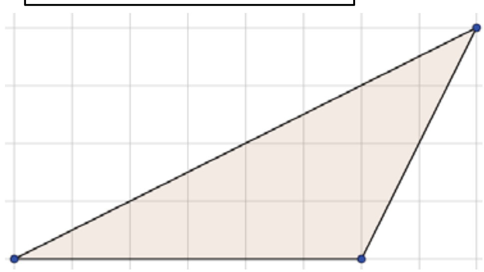
三 T60:倍変身で何形にしましたか？

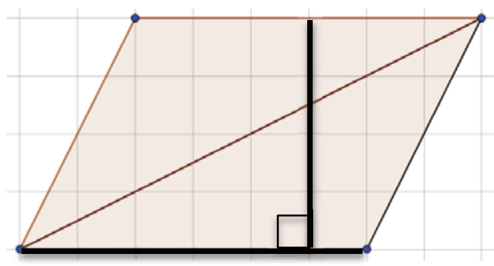
三 C60:平行四辺形.

三 T61:倍変身で平行四辺形にしました（挙手多数）なるほど．それ以外でやった人．（挙手無し）．はい．じゃあ発表していきますね.

三 T62:じゃあ一番多かった倍変身見てみますか．じゃあＡさん.

式:６×４＝24
24÷２＝12　答え 12 ㎠





三 C61:発表します．（はい）私は倍変身で，三角形を２枚使って平行四辺形の形にしました．式は６×４は２４，２４÷２は１２で答え１２㎠になりました.

三 C62:いいです.

三 T63:で？

三 C63:つまり，底辺×高さ÷２の公式が使えると分かりました.

三 T64:どこで使いました？

三 C64:この（平行四辺形の）底辺とここの高さ（平行四辺形の）をかけたあとに２でわって使いました.

三 T65:この式に底辺と高さあらわせる？

三 C65:底辺×高さ÷２

式:６×４＝24
24÷２＝12　答え 12 ㎠

三 T66:ああ．一本の式にできますか?

三 C66:はい.

三 T67:一本の式に書くとどう書けますか?

三 C67:６×４÷２

三 T68:（全員に確認）６×４÷２（模造紙に書く）この式でいいですか?

三 C68:はい.

三 T69:（全員に確認）この図形（平行四辺形）の６ってどこですか?

三 C69:底辺.

三 T70 底辺ですね．４はどこですか?

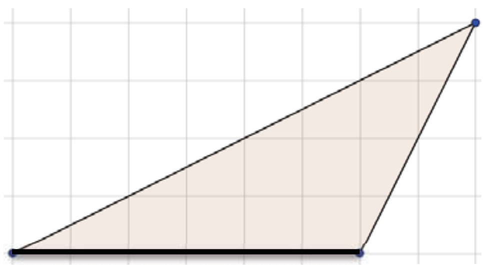
三 C70:高さ

三 T71:高さですね.

三 T72:元の三角形はこの６はどこですか?元の三角形の６はどこですか?

三 C71:底辺

三 T73:底辺ですね.（模造紙に書く）ここ使ってますか?



三 C72:はい.

三 T74:どこで使われていますか?

三 C73:６×４の６.

三 T75:こっち（平行四辺形）のどこで使われています？

三 C74:底辺

三 T76:平行四辺形の底辺と同じなんだよね？

三 C75:はい.

三 T77:平行四辺形の高さはいくつですか？

三 C76:４センチ

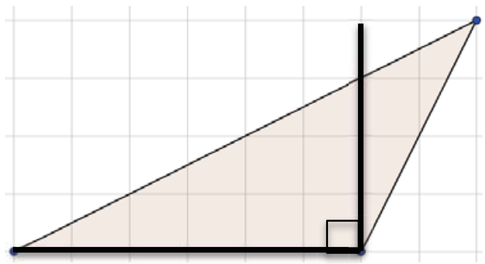
三 T78:４cm ね．こっち（三角形）は？

三 C77:４センチ

三 T79:４cm ですね？どこ？

三 C78:底辺から垂直

三 T80:ひいて



三 C79:どうですか？

三 C80:いいです.

三 T80:これ，いっちしてますね？

三 C81:はい.

三 T81:なぜ÷２したんですか？

三 C82:２枚分使っているから

三 T82:それ分かる人（挙手多数）分かんないっていう人（誰もいない）全員分かるの？S くん．どうして÷２してるの？

三 C83:この形を２枚使っているからです.

三 T83:どの形を？

三 C84:三角形を２枚使っているからです．どうですか？

三 C85:いいです.

三 T84:２枚使っていてなぜ÷２するの？

三 C86:２枚分だからです.

三 T85:なぜ÷２をするの？

三 C87:聞かれているのは１枚分の面積だからです.

三 T86:１枚分の面積だから？

三 C88:÷２をして１枚分を求めた.

三 T87:納得ですか？

三 C89:はい.

三 T88:はいありがとう．２人に拍手（拍手）

三 T89:これは底辺×高さ÷２になるんだね.

三 C90:はい

三 T90:底辺×高さ÷２成立.

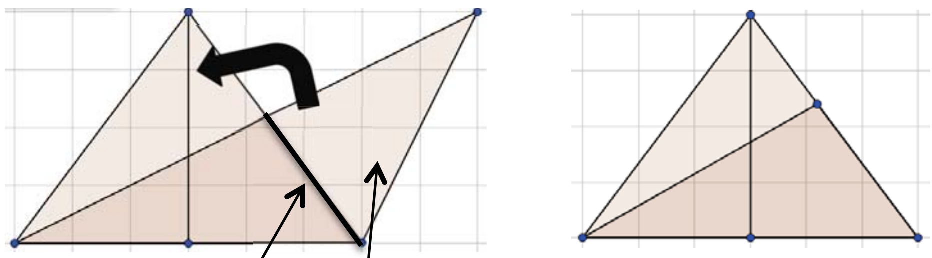
三 T91:次はＨさん，よろしいですか？Ｈさんは何変身したのでしょう．ちょっと見てくださいね.

三 T92:じゃん

三 C91:え～

三 C92:あっ組みかえ.

式:６×４＝24
　24÷２＝12　答え 12 ㎠



三 C93:場所替え？

三 T93:場所替え.

三 C94:組かえ変身

三 T94:組かえ変身.

三 T95:じゃあ説明してちょうだい.

三 C95:私は，ここの線で切って，これを移動して，三角形ができました．で，この底辺は６センチでこの高さが４センチなので６×４は２４，２４÷２は１２．答え１２㎠です．どうですか？

三 C96:いいです.

三 T96:これ一本の式だと？

三 C97:６×４÷２＝１２

三 T97:質問あります？

三 C98:疑問が解けてない前に，三角形の公式使っちゃ・・・？

三 T98:ん？これは成立してるでしょ？これはさっき使えるって確認したね．高さがはみ出ない三角形にしたよ.

三 C99:他のでも求められるかってのをやってる.

三 T99:そ．だからこれに変換できたから解決ってやつ．質問あります？

三 C100:面積同じでも方替えても同じ…あっ同じだ.

三 T100:同じだ.

三 C101:面積同じなら形変えても同じ.

三 T101:そうだ.

C102:同じだ.

（チャイムが鳴る 0:45:36）

三 T102:みんなもう分かってるって言うけど，これ，どこで切ったか分かる？どこで切ったの？

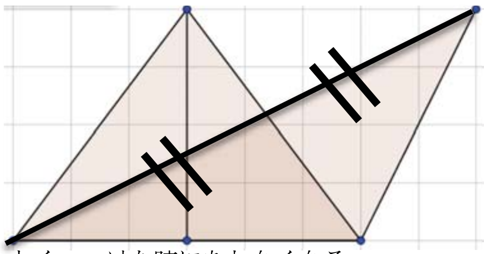
三 C103:斜めの辺の半分だ

三 C104:半分で切らないとくっつけた時にあわないから.

三 T103:半分ってどこ？

三 C105:ああ，斜め.

三 T104:斜めの半分．斜めの辺の半分のところね.



三 C106:じゃないとくっつけた時にあわなくなる.

三 T105:何でそう思ったの？

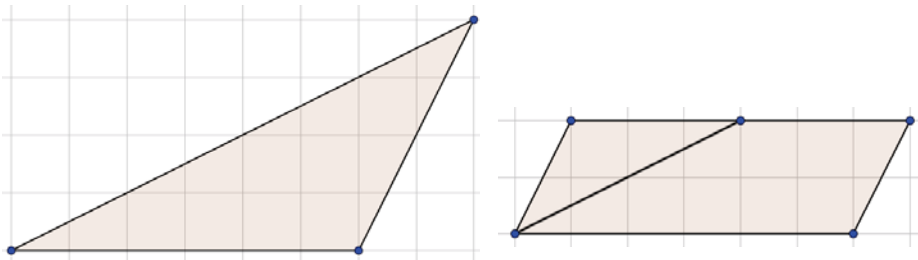
三 C107:長さが合わないと五角形とかができちゃう．でこぼこになる.

三 T106:だからこの長さとこの長さが同じじゃないとだめなんだ.

（一旦休憩）

三 T107:もうひとつあるんだけども,

三 C108:S さん.



三 C109:あ～

三 C110:うわ～

三 T108:これね，２通り出ちゃったの．何２通りっていうと，底辺×高さ÷２になりましたって結論になった人と，これ底辺×高さ÷２になりませんって言った人がいるの．臨時の集会が終わった後，できたらやっていい？

三 C111:やったー.

（集会後）

三 T109:S さんと S さんは実は同じ方法をやったんです．ところが，出た結論が違うんですよ．S さんはどっち？
三 C112:最初はあてはまらなかったんだけど，よーく考えたらあてはまる.
三 T110:あれ？最初あてはまらないって言ったよね？これ底辺×高さ÷２になんないよっていったんだよ.
三 C113:私も S さんと同じで，最初はあてはまらなかったけどよく考えたらあてはまりました.
三 T111:何だよちょっと．あてはまらないって言ったから取り上げたのに．さて，２人はなぜあてはまらないと思ったのでしょう？
三 C114:強制的にストーリーつくった.
三 T112:強制じゃないですよ．最初あてはまらないって思ったのは事実でしょ？
三 C115:僕その式わかります.
三 T113:この式分かる人．じゃあ．（半分挙手）これ何形ですか?
三 C116:平行四辺形
三 T114:平行四辺形．A さんよく覚えていたね．平行四辺形の公式は?A さん.
三 C117:底辺×高さ
三 T115:だよね．じゃあこの底辺の長さは?
三 C118:６センチ
三 T116:６cm だね．元の三角形のどこですか?
三 C119:底辺.
三 T117:底辺ですね.
三 C120:それあてはまらないです（Y さん）
三 C121:あてはまるよ（A くん）
三 T118:ここであてはまらないと思った人手を挙げてください.（１人）１人だけですか?（５人挙手)
三 T119:じゃあ A さん高さは?
三 C122:２センチ
三 T120:２cm だね.
三 C123:これ昨日の形式と同じです.
三 C124:（ガヤガヤ)
三 T121:ちょっとまって．じゃあこれ式は?A さん.

三 C125:６×２
三 T122:６×２だよね．底辺×高さ÷２になってますか?
三 C126:いいえ.
三 T123 なってないでしょ？じゃあ成り立たないよ.

三 C127:え～

三 C128:いや先生.

三 C129:あ～そういうことか

三 T124:そういうことか～成り立たないと思ったんだ．なるほどね．じゃあ成り立たないでいいですね？

三 C130:え～

三 C131:絶対成り立ちます.

三 T125:成り立つと思う人（ほとんど挙手）

三 T126:じゃあＮくん．なぜ成り立つと思ったの？

三 C132:なんとなく

三 T127:なんとなくかあ．何となくで手を挙げてもらうと困るなあ．成り立つと思う人もう一回手を挙げてみて．Ｒくん．なぜ成り立つと言えるの？これ.

三 C133:えーと，何て言えばいいんだろう.

三 T128:何て言えばいいんだろうなあ．どこまでだったら言える？

三 C134:えーと多分，ここできってつけたから，うーん

三 T129:Ｍさんチャレンジ.

三 C135:昨日やった時に

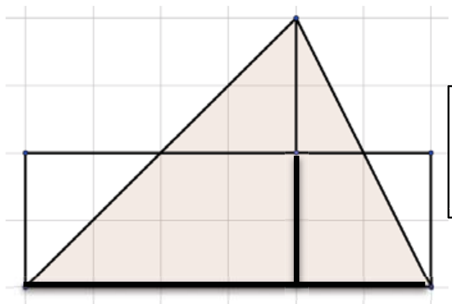
三 T130:昨日やった

三 C136:６×（４÷２）ってやった.

三 T131:昨日やったのってどれだっけ？昨日やったのが手がかりになるんだってよ.

三 C137:（Ｍさん昨日の掲示物をもってきて使って説明する）

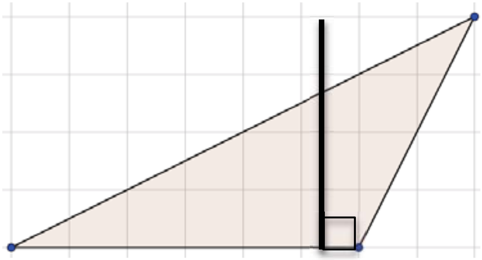
三 T132:これを使って説明するそうです．お願いします.



式:２　　×６＝12
　↓
４÷２　×６　　答え12㎠

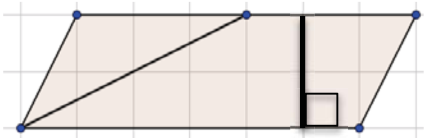
三 C138:昨日みたいに，普通のやり方だと底辺×高さ，平行四辺形の面積は底辺×高さで求めて６×２になるけど，高さが本当は４センチ,

三 T133:どこ？書いてみて.



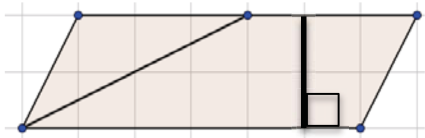
三 C139:で，高さは本当は４センチだけど，

三 C140:これで組みかえして，２センチになって，４センチは２センチの２倍で，４÷２，高さを４÷２にして高さ÷２をして，高さが２センチになる．



三 T134:今ので分かったよっていう人．（挙手多数）

三 T135:おお，A さんがすごく自信ありげに手を挙げている．今ので分かったんだね．A さんおいで．じゃあ．ここからバトンタッチ．



式）６×　　２　　＝１２
　　　　　↓
　　６×（４÷２）＝１２

三 C141:これを６×（４÷２）

三 C142:あ～

三 C143:わかったわかった．

三 T136:これを（４÷２）にすれば，

三 C144:そういうこと

三 C145:わかった

三 T137:だって．今ので分かったっていう人（ほぼ全員挙手）今のでも分からないっていう人（１人）今のでも Sh くんはよく分からない．どのへんが分からない？Sh くん．まずA さんに拍手だね(拍手)．Sh くんはどのへんが分からないの？どこがわからない？

三 C146:４がでてくるのか．

三 T138:なぜ４がでてくるのか．

三 C147:あ～

三 C148:はい．

三 T139:説明してくれる人いますか？

三 C149:はい．

三 T140:なぜ４がでてくるの？D くん．

三 C150:はい．（昨日やった）三角形の時に，高さが４センチなので，それが長方形になって２センチになって，４÷２になっていると思います．

三 T141:元の高さの？Sh くん．どうなってるの？元の高さの？

三 C151:（Sh くん）÷２している.

三 T142:元の高さの÷２になってる．納得した？

三 C152:（Sh くんうなずく）

三 T143:納得した人．４÷２の意味が分かったよ．（挙手ほぼ全員）三 T くんわかった？

三 C153:わかったようなわかんないような

三 T144:どのへんが微妙なの？

三 C154:４÷２がなぜでてきたのかが分からない.

三 T145:４÷２がなぜでてきたのかが分からない.

三 C155:はい.

三 T146:T くんあててちょうだい.

三 C156:K くん.

三 C157:えっと，４÷２って言うのは，組みかえする時に，まず半分に切った時に，高さが

三 T147:（前に出て図を使って説明するように促す）

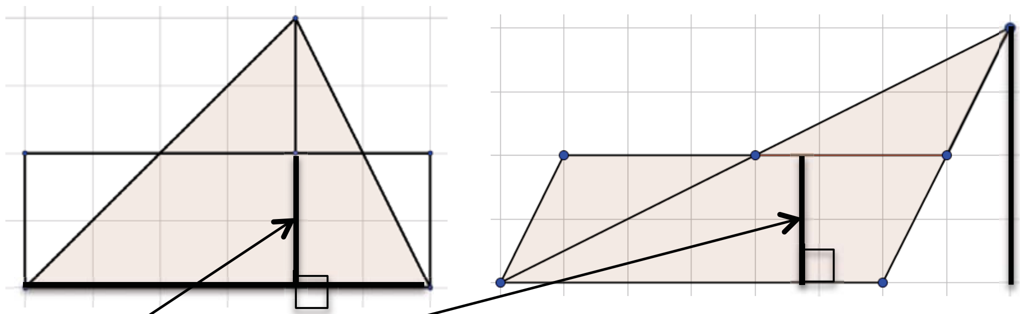
三 C158:こっちもこっちも，半分で

三 T148:何の半分？

三 C159:高さの半分で

三 T149:高さの？

三 C160:４センチの半分で，半分だから２センチ



三 T150:高さの半分．こっちは？

三 C161:高さの半分

三 T151:ここで切ってるんだ．高さが？

三 C162:２センチ

三 T152:２cm

三 C163:で，組みかえるときに，これ（左の三角形）をこっち（高さ半分の長方形）にしたりこれ（右の三角形）をこっち（高さ半分の平行四辺形）にしたりこういう形にしている時に，最初４センチだったものを，半分に切ってこっちに動かすから，半分て言うのは，÷２ってことなので，それで４セ

ンチを÷２して，高さが，この４÷２っていうのは，高さを求める式みたいな.

三 T153:高さを求める式．この（平行四辺形の）高さを求める式.

三 T153:この（平行四辺形の）高さを求める式ね.

三 C164:最初４センチだったのが，ひっくり返して２センチになったみたいな.

三 T154:（T くんに）分かりました？

三 C165:はい.

三 T155:説明して．じゃあ．なんで４÷２の４がでてきたの？

三 C166:・・・・

三 T156:いや，分かりましたって言ったから．何で４÷２の４がでてきたの？

三 C167:・・・

三 T157:（S くん）もう一回説明できます？

三 C168:つまり４は，４÷２って言うのは元の高さの半分の数だから．元の数をつまりだしているからだと思います.

三 T158:元の数って何？

三 C169:４.

三 T159:元の数の４を？

C170:組みかえする時に半分にして２にしたから４÷２になります. .

三三 T160:元の数，つまり使ってるってことですね？

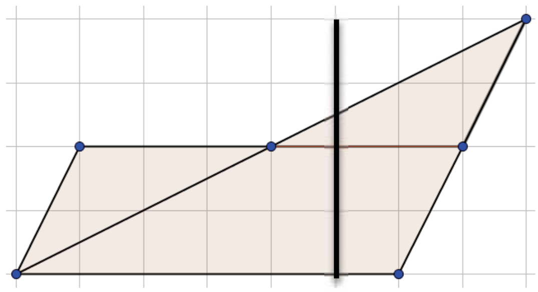
C171:（使ってると）言える.

三三 T172:元の数４cm を使うために，いきなり２じゃなくって半分に切ってるから４÷２にするんだってことかな？ありがとう．納得？わかった？（T くんに）じゃあどうぞ（説明を促す）

三 C172:（T くん）２つに２つに切って，

三 T173:どこで？

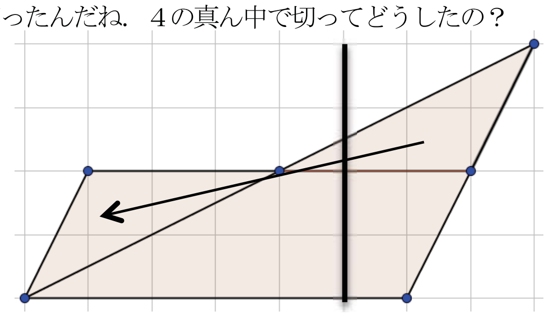
三 C173:４（cm）の真ん中で



三 T174:切ったんだね，４の真ん中で切ったんだね．４の真ん中で切ってどうしたの？

三 C174:これを移す.

三 T175:こっちに移したんだね.



三 T176:ってことは高さが？４のどうなったの？

三 C175:・・・・

三 T177:（みんなに）４のどうなったの？

三 C178:半分.

三 T178:半分になったんだよ. ４の半分. 式で言うと？

三 C179:・・・

三 T179:４の半分を出すために式で言うとどうなる？

三 C180:２

三 T180:ただの２じゃなくて式で言うと？

三 C181:４÷２

三 T181:４÷２. を使ったんだ. 納得？大丈夫か？

三 C182:（席に戻る）

三 T182:元の４cm を使ってる. Ｉさん. なんで４÷２か分かる？

三 C183:高さが４cm で２でわった.

三 T183:なぜ２でわったの？

三 C184:半分に.

三 T184:半分に.

三 C185:半分にした

三 T185:半分にしたんですか?

三 C186:切った.

三 T186:切ったんだよね. 半分に切ってこれをどうしたんですか?

三 C187:組みかえた

三 T187:何に？

三 C188:平行四辺形

三 T188:平行四辺形に組みかえたんだよね. だから６×２じゃなくって？何に直したんですか？元の４cm を使って表すとどうなるんですか?

三 C189:４÷２

三 T189:４÷２てことですね. わかりました？

三 C190:（うなずく）

三 T190:納得した人. これでもうみんな納得かな？（全員挙手）自身もって４÷２（の意味を）言えますか?

三 C191:はい.

三 T191:はいわかりました.

三 T192:S さんも S さんも納得したんですね？（２人の S さんうなずく）

三 T193:じゃあこれは公式になってますか？

三 C192:なっています.

三 T194:なってる？

三 C193:はい.

三 T195:６×（４÷２）の６は？

三 C194:底辺

三 T196:底辺．底辺×？

三 C195:高さ.

三 T197:かっこは？

C196:高さ

三 T198:高さね．かっこはつけたまま？

三 C197:とってもいい.

三 T199:とってもいいんだよね.

三 C198:昨日やった.

三 T200:昨日やったね．そうだね．底辺×高さ÷２．だからこれも仮じゃない

三 C199:○

三 T201:じゃあ公式成り立つ成り立たないどっち？

三 C200:成り立つ.

三 T202:成り立つ．じゃあもう，三角形の公式使ってもいいですね？

三 C201:はい.

三 T203:じゃあ書いてください．三角形の公式決定です．ようやくたどり着きました.

三 C202:やったー

三 T204:てことは，求められる図形の変身，(高さが) はみ出ない (三角形) 限定だったけど，これは？どんな三角形に変えても？

三 C203:できる

三 T205:できる．よかった．じゃあ今度でてくる図形は三角形にしても O.K.なんだよね？

三 C204:はい.

三 T206:じゃあ今日の感想言える人．H さんどうぞ.

三 C205:どんな三角形でも公式が成り立つか調べて，A さんや S さんのやり方を，式を，みんなで考えて，公式が成り立つことがわかりました.

三 T207:公式が成り立つことが分かりました．よかったです．拍手（拍手）K くん

三 C206:僕も最初（４÷２）って言うのがあまりわかんなくて，最初とまどったんですけど，よーく

見たら，もとの高さを÷２したので，納得しました.

三 T208:納得した？（うなずく）そっかー．今あなた大変大事なことを言いましたね．つまりもとの何使った？

三 C207:底辺，高さ.

三 T209:底辺と高さ

三 C208:元の長さ

三 T210:そう．元の図形の底辺の長さと高さの数値をもとにして式つくっているってことでしょ．大変すばらしい気づきだな．H さん感想どうぞ.

三 C209:最初４÷２の意味が分からなかったんですけど，説明をきいて４÷２をもとの高さの半分に分けたことがわかって，式の意味が分かりました.

三 T211:式の意味が分かった．拍手して挙げてください．じゃあ今日分かったことも含めて感想を書いておいてください．(1:18:23)

9・10時（台形の求積場面）

10/23（金）

TC:よろしくお願いします.

T1:はい. 今までみなさんいろいろ図形の面積について考えてきましたけども，今までどんな面積求めてきましたか?

C1:三角形，長方形，正方形

T2:三角形，長方形，正方形

C2:平行四辺形

T3:平行四辺形

T4:そうだよね. いろんなの，みなさん面積の求め方を考えてきましたけども，今までそういった新しい図形の面積を求めるときにどういったことをしてきましたか?

C3:習った図形に倍変身や組かえ変身してきました.

T5:ああ，組かえ変身，倍変身. 倍変身はただ倍にするだけでしたっけ?

C4:２こくっつけたりして，それで２で割る.

T6:２こくっつけてるから２で割るんだったんだよね. そうだね. それで，組かえ変身や倍変身をしてどうしたんですか?何つくったんですか?

C5:長方形や

T7:長方形や?

C6:平行四辺形や

T8:平行四辺形や?

C7:正方形

T9:正方形などつくってきたんだね.

T10:何でそういう図形にしたの?

C8:使える公式を使ってやったから.

T11:そうだよね. 使える公式.（黒板に今まで新しい図形の面積を求めるときにしてきたことを掲示）ま，これでしょ. で，みなさんが手に入れた公式. つくりあげた公式（長方形，平行四辺形，三角形の図と面積の公式の掲示物を貼りながら）これでしょ（長方形）これでしょ（平行四辺形）で，前回のこれだよね（三角形). こんなへんてこりんな三角形でも，公式なんでしたっけ?

C9:底辺×

T12:底辺×

C10T13:高さ÷２

T14:があてはまった. ていうのをやりました.

T15:（0:01:45）今日の問題です. この封筒の中に入っています. さ，どんな

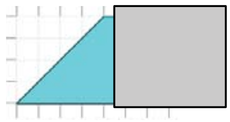
C11:台形です.

T16:図形か.

C12:だだだ台形．だだだ台形.

C13:絶対台形だ.

T17:（封筒から上底がギリギリ見えるところまで台形を取り出す）



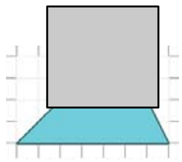
C14:三角，三角台形

C15:台形だ.

T18:三角台形？

C16:三角台形ってないよ.

T19:（向きを変えて台形を取り出す）



C17:ああ，台形.

C18:台形，台形.

C19:ほら.

T20:もう予想ついてるの？台形.

T21:これ，何形？もう一回確認.

C20:台形.

T22:台形だよね．今日はこの台形の面積の求め方を考えていきましょう.

C21:まずは垂直…

C22:底辺と上の辺ところと垂直に…

T23:ちょっと待ってね．このままで（台形のまま）面積を求められますか？

C23:いいえ.

C24:ちょっと難しいです.

T24:なぜこのままだと求められないの？

C25:まだ公式ができてないから

T25:まだ公式ができてないから，そうだね.

T26:今日は，この

C26:公式を考えよう？

T27:公式はまだ考えない．どうやったらこの面積を求められるか.

C27:そっから公式を導くんだ.

T28:ああ

C28:仮の公式ね.

T29:今までやってきたようにね．これらを使って（今まで学習してきた面積の公式や変身方法）これ（台形）を解決していく.

T30:そうすると，今日のタイトルは何でしょう．

C29:台形の面積を求めよう

C30:台形の面積の求め方を考えよう

T31:台形の面積を求めよう，台形の面積の求め方を考えよう．じゃあ書きます．（板書:台形の面積の求め方を考えよう）今からワークシートを渡します．同じように書きます．

(0:04:00)

T32:（ワークシート配布）

C31:３つ以上ある．

C32:だいたい予想がつく．

T33:３つ以上のやり方がありそうな感じ？

C33:はい．

C34:じゃあ裏に書きます．

C35:三角形とその公式に似てるような気がします．

T34:三角形の公式に似てるんじゃないか．

C36:いえちがいます．平行四辺形の公式に似てるんじゃないですか？

T35:そういう予想が立つんだね．

C37:あ～．

T36:ちょっとまってね．それ以上は言わないでね．それ以上は言わないでワークシートのねやり方のところにね表現してほしいな．

T37:同じように１０月の２３日，第９回台形の面積の求め方を考えよう．じゃあまた，ワークシート渡します．

C38:切る方だ．

T38:切る方ね．

C39:できそうな気がする．

T39:できそうな気がする，おー．

C40:やっていいですか？

T40:まだまだまだまだ．まだ渡っていないチームがあるから．

T41:じゃあこっちを向いてください．

C41:はい．

T42:説明しますよ．前回の三角形のワークシートは，何枚ここにありましたっけ？

C42:２枚．

T43:２枚でしたね．今日は３枚用意してあります．えーまず，どんな形にどんな変身させようかなーって．ね，できればね，全部組かえ変身だけじゃなくって，組かえ変身，できたら倍変身，倍変身が

できたら組かえ変身ていうふうに，いろんな変身方法でほんとに自分が出した答えがあってるのかな？ていうのをちがう方法でも確かめるようにしてください．よいですか？

C43:はい.

T44:ここまでで質問はありますか？

C44:ないです.

T45:では，やってごらんなさい.

（自力解決：0:06:37）（机間巡視）

T46:みなさん，式と答えを忘れずに書いてください.（0:10:22）

（期間巡視をしながら個別指導，自力解決の類別，発表者選出）

T47:そろそろ時間ですねー(0:25:41)

T48:答えだせたかなー.

T49:発表の準備，できましたかねー.

T50:時間が過ぎてしまったぞー(0:31:21)

T51:そろそろ発表準備完了させてくれー

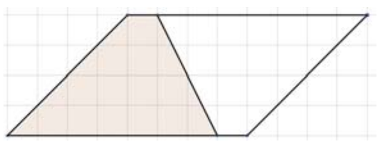
T52:みんな結構おもしろいなーいろいろと考えたなー

T53:はい，そこまでです(0:34:34)

T54:では，はさみをしまいます．のりもしまいます.

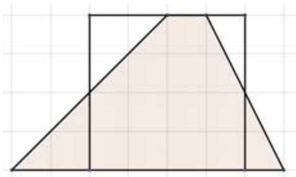
T55:またちょっとね，友達が考えた図と式，どれがどれなのか考えてもらいます.

T56:まずは，はいちょっと見て．これです.



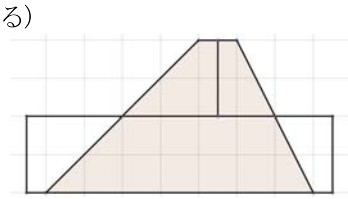
C45:ああ，これやりました.

T57:次はこれです.



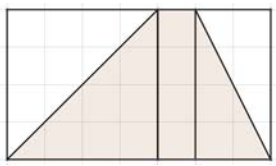
C46:やっぱり.

T58:（貼る）



C47:ぼくもです．ぼくもです．

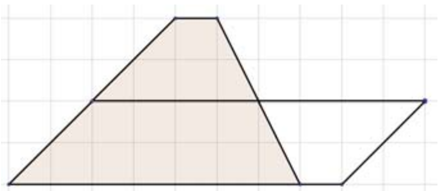
T59:（貼る）



C48:あっあー

C49:ん？

T60:（貼る）



T61:どう？自分のわけ方と同じのありますか？

C50:はい．

C51:３つある．

T62:３つもありますか．

C52:３つあります．

C53:切り方が違うけど…

C54:４こです．

T63:自分のやったものと比べてみてね．違うけど似てるのってのもあるよね．

T64:では，式もバラバラに貼っていきますよ．

C55:またですか．

C56:そうくると思ってましたよ．

C57:その式間違っていると思います．

T65:間違っているかどうか分かりませんよ．

C58:それは高さを割っている．高さかげんを割っている．÷2 をしている．

T66:（式を貼っていく）

8×２=16 A 16㎠

8×（4÷２）=16 A 16㎠

4×4÷２=８
１×４=４
２×４÷２=４
８+４+４=１６　A 16㎠

８×４=32
32÷２=16　A 16㎠

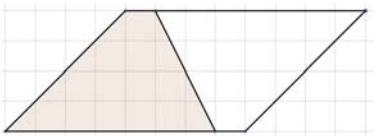
４×４=16　A 16㎠

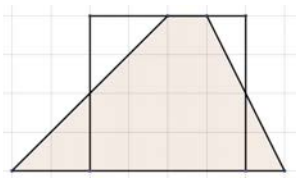
C59:ああ，（最後のは）わかりやすい．

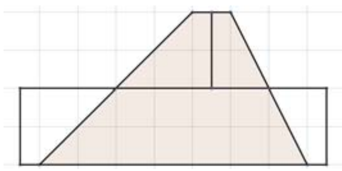
T67:番号付けた方がいいですか．

C60:はい．

T68:（番号を付ける）

①


②


③


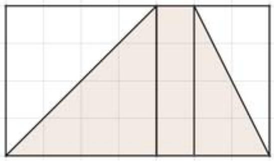
A. 8×２=16 答え 16㎠

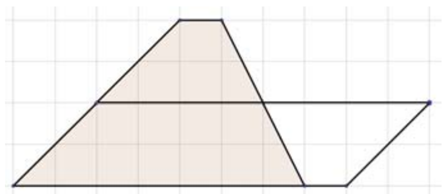
B. 8×（4÷２）=16 答え 16㎠

C. 4×4÷２=８
１×４=４
２×４÷２=４
８+４+４=16 答え 16㎠

D. ８×４=32
32÷２=16　答え 16㎠

E. ４×４=16　答え 16㎠

④


⑤


C61:③がＡです.

T69:まだしゃべんないでね.

T70:じゃあノートに予想を書きましょう.

T71:そしたら，①とA，②とＢとかね，考えて書いてください．時間は２分ぐらいで．(0:39:09)

C62:④は何ですか？

T72:④は何ですか？ただ線引いただけで解決したんじゃないんですかね.

C63:わかりました．わかりましたぼく．三角形の公式はもうできていて，２つあって，長方形が１つあるから…

T73:あーしゃべらないで．しゃべらないで．自分で考えてほしいなー．自分の頭の中で考えてちょうだい.

C64:できました.

T74:できました？じゃあみんなの予想.

C65:まってください.

T75:まだですか？

C66:まだです.

T76:でもあと 15 秒ぐらい.

C67:同じ式が２つある.

T77:同じ式が 2 つある.

C68:同じ式が 2 つあります.

T78:同じ式？

C69:A と B です.

C70:言うな.

T79:また同じ式ってありますか？

C71:似てる式があります

T80:似てる式があるんだ.

C72:はい．似てる式があります.

C73:たりない．たりないっていうか.

T81:たりない？ああ.

T82:似てる式があるんだね.

C74:先生，④って結局は…

T83:まだしゃべんないでいいです．ちょっとまってください.

(0:41:11)

T84:では聞いてみよう．①番とどれですか？

C75:はい，はい，

T85:いってごらん．さんはいっ．

C76:D一

T86:みなさんDです？同じですD.

C77:（挙手）

T87:全員D？

C78:違います．私

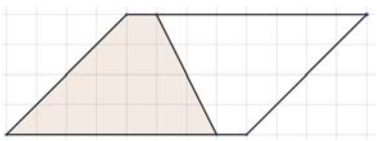
T88:Dじゃない人います？はい，何だと思います？

C79:私は①はBだと思います.

T89:はい，Bだと思うよって人.

T90:はーなるほど．DかBなんだね．これかこれなんだね.

①



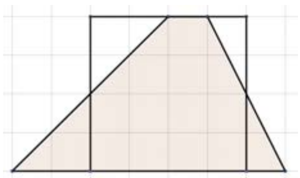
D. 8×4＝32
32÷2＝16　答え 16㎠

B. 8×（4÷2）＝16 答え 16㎠

T91:じゃあ次，②番これ．さんはい

C80:E

②



E. 4×4＝16　答え 16㎠

T92:はいEですって人.

C81:（挙手）

T93:これ全員か．これ全員一致したんですね.

C82:ちがう.

T94:Yさんちがう？

C83:D

T95:D？

T96:でもほとんどの人Eって挙げたけど，何でこれEと思ったの？それ言える？

C84:あ，間違えた.

T97:間違えたの？何で間違えたって？

C85:見間違えです.

T98:見間違え．じゃあ全員Eでいいですか？

C86:はい.

T99:なぜ E ですか?

C87:はい.

T100:S さん，なぜ E ですか?

C88:②の図形では,

T101:②の図形では

C89:台形を

T102:台形を

C90:組かえ変身して

T103:組かえ変身

C91:正方形にしているので一辺が４センチになっていて，それから正方形の公式を使って，一辺×一辺が４×４になっている.

T104:どうですか?

C92:いいです.

T105:納得ですか?

C93:はい.

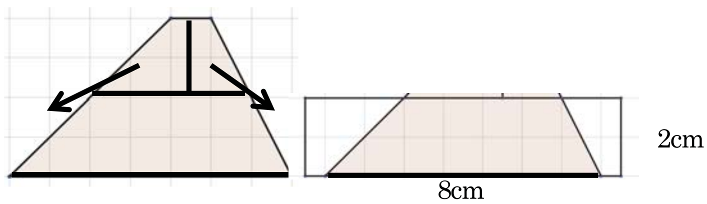
T106:じゃあこれ確定でいいですか?

C94:はい.

T107:じゃあ確定にしますよ．じゃあ②と E は同じ．じゃあこれ確定ね．めでたしめでたし.

T108:じゃあ③番.

③



C95:A　A. ８×２＝16 答え 16 ㎠

T109:さんはい

C96:A

T110:A だと思う人.

C97:（挙手）

T111:これもみんな…

T112:理由言える人.

C98:はい

T113:M さん

C99:長方形の求め方はたて×横だから.

T114:たて×横だから. たて×横だから.

C100:どっちでもいい.

C101:でも, この式は横×たて.

T115:横×たて, でも, いい.

C102:底辺×高さでも出せる.

T116:底辺×高さでも出せる.

T117:じゃあこれ, もう確定でいいですか？

C103:はい.

T118:８はどこ？

C104:横

T119:この長方形の？

C105:横

T120:横の長さね.

T121:２はどこ？

C106:たて.

T122:たてね. じゃあこれ確定でいいですね.

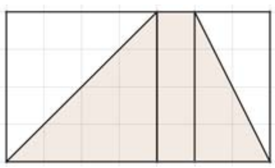
C107:はい.

T123:④番いきますよ. いっせーのーでー

C108:C

T124:だと思う人.

C109:（ほぼ全員挙手）

④ 

C. ４×４÷２＝８
１×４＝４
２×４÷２＝４
８＋４＋４＝16 答え 16 ㎠

T125:C じゃないひと.

C110:わけが分からない.

T126:わけが分からない.

T127:わけが分からない人.

C:111（1/3 挙手）

T128:わけが分からない（模造紙に書く）

(チャイムが鳴る 0:44:48)

T129:じゃあ⑤番いきますよ⑤番．さんはい

C112:B

T130:はい，B だと思うよって人．

C113:（全員）

T131:D だと思うよって人．あれ，いなくなった．あれ，B 以外の人います？B 以外の人．

C114:Y（児童名）．

C115:Y（同上児童名）．

C116:ずれていました．

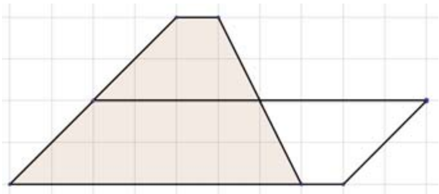
T132:じゃあもうあなたは納得したんですか？

C117:はい

T133:なるほど．

T134:なぜこれ B なんですか？なぜこうなの？説明できます？

⑤



B. 8×（4÷2）=16 答え 16 ㎠

T135:はい，H さん．

C118:はい．台形を平行四辺形に変えて，

T136:はい

C119:で，平行四辺形の公式は

T137:うん

C120:底辺×高さで

T138:うん

C121:台形の高さを半分にしているから，底辺の８かけるとかっこをして

T139:底辺の８かける…底辺て言うのはどこですか？

C122:下の８センチと

T140:底辺が８cm ね．（図に書き込む）

C123:高さは２センチなんですけど，

T141:高さはほんとは２センチだけどはい，

C124:最初は４センチでそれを半分，う～ん，同じ長さで半分にしているので，かっこして４÷２で 16 になったと思います．

C125:いいです．

T142:この 4÷2 っていうのが分からない人います？．

T143:みんな大丈夫ですね.

C126:だってあれででてる（掲示物を指して）.

T144:あ，前もやっているから大丈夫．大丈夫です．元の台形の４÷２が高さです.

C127:（全員挙手）

T145:はい，すばらしい.

T146:はい, 確定したよ. まだ確定してないのが, ①と④が確定してないの？じゃあ①はどっち？これ？

C128:D

T147:D．なぜ D なの？

C129:はい.

T148:K さん.

C130:底辺が８センチで,

T149:はい.

C131:高さが４センチで

T150:はい

C132:同じ台形を

T151:同じ台形を

C133:２個にして

T152:２個にして

C134:面積が２倍になって

T153:面積が２倍になって

C135:それで，８×４をして 32 をだして,

T154:８×４ってこの平行四辺形のどこですか？

C136:底辺

T155:ここですね．ここが８なんですね（模造紙に書き込む）.

T156:高さが？

C137:４センチ.

T157:４cm ね．（模造紙に書き込む）はい.

C138:２つになって,

T158:２つになって

C139:１つの台形の面積を求めるには，２倍した数を÷２しています.

T159:どうですか？

C140:いいです.

T160:納得.

C141:（挙手）

T161:よく分かんないところがあるっていう人.

C142:４つつながっているように見える.

C143:（友達がかいた①の図にかかれている台形の数が）４つに見える

T162:ああ，４つつながっているように見えたんだ. ああ，そういうことか. これだったらわかる？（台形２つになるように手で隠して）

C144:（うなずく）

T163:ああ，そうか. なるほど. ってことはこれ確定で（①と D），じゃあ，これ（④と C）

C145:はい

T164:ってあたりで，今，一回休憩はいります. この式，よく分かんないっていう人いたね. よく分かんない人

C146:（挙手）

T165:だよね. そこを明らかにしましょう.

T166:はい，気をつけ. 終わります.

C147:終わります.

(0:49:06)

(0:49:15)

C148:はじめます.

C149T167:よろしくお願いします.

T168:はいよろしく.

T169:この式の意味がわかんないってたけど，休み時間のときに「あっ」って発見した人がいるようですけど，分かります？

C150:はい.

T170:説明できそうだぞって人.

C151:はい.

T171:どれぐらいいます？おおっ. T くん.

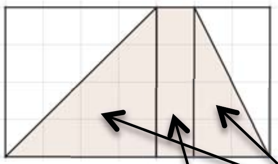
C152:えっと，

T172:はい.

C153:この式は，

T173:はい．この式はってどの式？

④



C. 4×4÷２＝8
1×4＝4
2×4÷２＝4
8＋4＋4＝16 答え 16 ㎠

C154:この，４×４÷２＝８の式は，ここで，

T174:この三角形ね.

C155:はい．で，２×４÷２のところが，ここ.

T175:この三角形ね.

C156:ここは（1×４＝４）ここで，それを全部足すと，数が，これ（16）になります．どうですか.

C157:いいです.

T176:今の説明で分かったっていう人.

C158:はい（挙手）

T177:今の説明でもちょっとよく分からなかったという人.

C159:（１人挙手）

T178:あ，A さんどのへんが分からなかった？

C160:なんで÷２しているのか.

C161:はい.

C162:はーい.

T179:H さん.

C163:三角形を求める時は，÷２するから.

T180:わかった？

C164:（うなずく）

T181:三角形求めるには÷２をする．あれ，なんで三角形を求めるとき÷２するの？(A さんにあてる)

C165:三角形を求める公式が底辺×高さ÷２だから.

T182:なんで底辺×高さ÷２になったんだっけ？

C166:・・・

T183:説明できる？

C167:（首を振る）

T184:それ説明できる人.

C168:はい.

C169:はい.

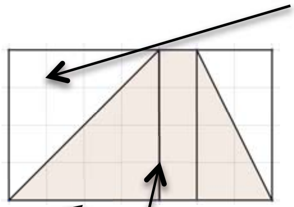
T185:じゃあ H くん.

C170:はい．これは，三角の公式といっても，２わるってことは，ここに見えないけどあるってことで

T186:何が？何が？

C171:もう１個の合同な三角形が，もう１個ある．

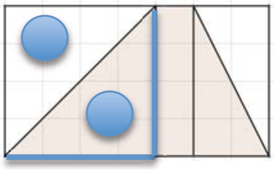
T187:もう１個の合同な三角形がここにありますだって．はい．



C172:それで，それで，三角の公式は底辺×高さで

T188:これかけるこれで，

C173:あの，ここの，２つの面積…あの，２つ合わせた面積をだして，それで２わるしたのがこれで，



$4 \times 4 \div 2 = 8$

で，こっちの…

T189:まってね．そこまで理解できたよって人．だからわる２なんだ．

C:（挙手）

T190:思い出した？

C174:三角形の面積を求めるときにやった．

T191:三角形の面積を求めるときにやったんだよな．はい，手を下ろしてください．じゃあ納得？÷2.

C175:（うなずく）

T192:÷２は納得？

C176:（うなずく）

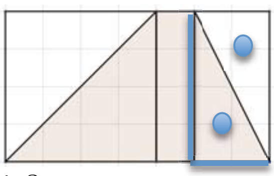
T193:みなさんも納得？

C177:はい．

T194:解説，ありがとうございます．ああ，じゃあ，こっちも？これは？

C178:２枚分使ってる．

T195:２枚分使ってる．



C179:だから÷２

T196:こうなんですね．

T197:じゃあこれ，解決でいいですか？

C180:はい.

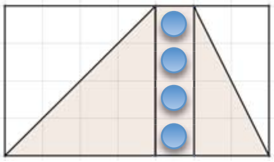
T198:１×４って何？

C181:はい.

T199:１×４は？S くん.

C182:はい.

C183:１×４はこの間の１，２，３，４の面積.

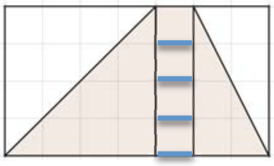


T200:これ，何形？

C184:これですか？長方形.

T201:長方形ね．１ってどこですか？

C185:ここの間．ここの間が全部１センチ.



C186:ここの幅も１センチ（上底を指して）

T202:ここの幅も１センチね（上底も書く）.

C187:それが４こ

T203:４こ.

C188:それが縦に並んでいるからです．どうですか?

C189:いいです.

T204:納得？納得した？

C190:（挙手）

T205:じゃあこれ，式と図が一致したんだ．まず１つ解決したね．どうしました？

C191:なんか，どれも底辺×高さ÷2…

T206:気づいたことがあるの？

C192:はい.

T207:さあ，ここから気づいたことがある人もいるよ.

C193:三角形の公式…

T208:ちょっとまってね．H くんはいつも大変すばらしい発見をしてくれているので，その発見をいっぱいノートに書き溜めておこうね．

T209:さあ，今までの勉強でしたらこのあと何してたっけ？

C194:公式をつくる．

T210:公式．公式つくるために何したんだっけ？

C195:共通点を探す．

T211:共通点を探すんだよね．よし，またこれらの共通点を探すぞ．（共通点と板書）大丈夫かな？じゃあ共通点をノートに書いてください．

(自力解決開始 0:54:55)

(0:57:22 期間巡視しながら)

T212:共通点が分からない，探せない，どう考えたらいいかなっていう人は，三角形のときどうしたっけ？平行四辺形のときどうしたっけ？ってノート振り返るといいと思うな．

C196:（子どもたちノートをめくる）

T213:三角形や平行四辺形を求めたときに，共通点考えたけども，それらの共通点，今回はどうでしたかね？

(0:59:51)

T214:じゃあ発表してもらいます．はい共通点．

C197:はい．(挙手数名)

T215:まずパッと見てすぐに分かる共通点は何？何だっけ？

T216:これずっとやってきたよ．パッと見て．パッと見て分かったのないですか？パッと見て共通点ないですか？誰もが言える共通点．

T217:D くん．

C198:三角形の公式があります．

T218:ん？

C199:三角形の公式があります．

T219:三角形の公式があります．それに何かつけ加えられる人いる？

C200:はい．

T220:三角形の公式．大変いいところに目をつけましたね．公式なんだね．うん．三角形の公式に関連して言える人います？Y さん．

C201:三角形の公式と長方形，平行四辺形，正方形の公式があわさったような式があります．

T221:三角形，長方形，平行四辺形，（板書しながら）．

C202:それ全部言えます．

C203:今までやった

C204:公式.

T222:正方形の公式が（板書しながら）

C205:公式が，使えます.

T223:使えます.（板書）

C206:あ，使っています.

T224:使っていますって直していい？

C207:はい

T225:使っています.（板書）どうでしょう？

C208:公式「を」

T226:公式「を」使っています．何かもっとまとめて言えることはないでしょうか？

C209:はい.

T227:今ちらっと聞こえてきたけど．H さん，どうぞ.

C210:今まで勉強してきて面積を求められる形にして求めている.

C211:同じです.

T228:ああ．今まで

C212:習った公式を

T229:習ったって，先生教えてませんよ.

C213:つくった公式.

T230:つくった公式を？

C214:使っている.

T231:違うことあなた言ったよね．何て言ったっけ？

C215:今まで面積を求められるような形にして

T232:形に，うん.

T233:今まで，面積を求められる？（板書しながら）

C216:求められる形に組かえている.

T234:形に組みかえている.

T235:組みかえている.

C217:組かえ変身

T236:組かえ変身

C218:倍変身

T237:倍変身

T238:どう書こう？どう書こう？

C219:組かえ変身，倍変身

T239:組かえ変身，倍変身.

C220:面積を…

T240:形に，まあ変身させてるんだよね.

C221:変えてきた.

T241:変えてきた．そうだよね.

C222:変身.

T242:変身．組かえと倍（板書）

T243:倍したらどうするの？

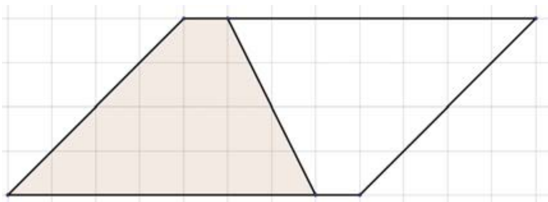
C223:２でわる

C224:もどす.

T244:２で，もどす．そうだね．にしています.

T245:ちょっとどれ？どれがうーんと何なんだ？　(1:04:07)

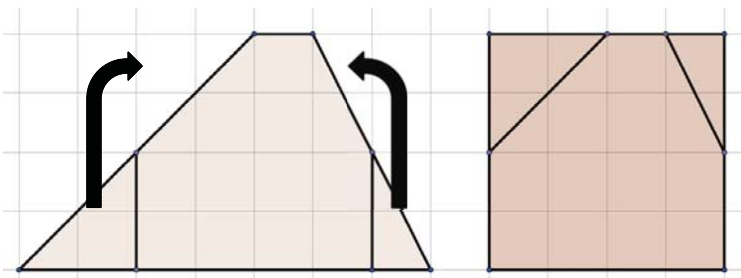
T246:これは一体何形にして何変身したの？



C225:平行四辺形に倍変身した

T247:これは平行四辺形倍変身ね（模造紙に書く）平行四辺形倍変身.

T248:はい．②番は何でしょう？



C226:正方形に

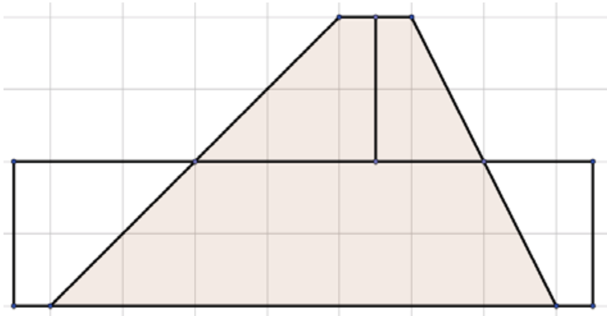
C227:組かえ

T249:正方形に？

C228:組かえ

T250:正方形で組かえ（模造紙に書く）

T251:③番は？



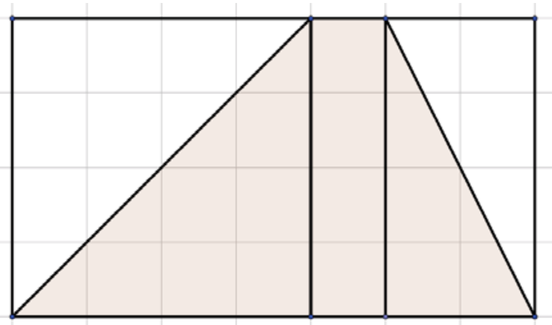
C229:長方形に

T252:長方形に？

C230:組かえ

T253:組かえたんだね.（模造紙に書く）

T254:じゃあ④番は？



C231:…倍と組かえです.

C232:長方形と三角形に変えた…

T255:ん？

C233:倍と見た方がいいんでしょうか？

T256:組かえ…

C234:分けてる

C235:倍組かえ.

T257:倍組かえをした…ほんと？

C236:倍組かえじゃないですか？

T258:組みかえてる…倍組みかえ，え，これどういう意味？これ倍組かえっていう根拠で言ってるの？

C237:÷２をしているってことは何かを入れてとるってことだから，四角形をつくって…

T259:まずこれ，倍変身してる？

C238:はい.

T260:え，倍変身してるって思う人（挙手）.

C239:はい

T261:いや，ちがうんじゃない（挙手）.

C240:（挙手数名）

T262:ちがう？はい（指名）．K くん，ちがう？

C241:はい，これ，④番は，倍にはなってません.

T263:④番は倍にはなってませんだって.

C242:なぜなら, 真ん中にある長方形は, あの, 倍ささってないから, もともと台形にあった形なので, 倍にはなってないと思います.

C243:同じです.

T264:意味分かった人.

C244:（挙手）

T265:いや，今の説明でよく意味がわからなかった人

C245:（挙手なし）

T266:全員分かったの？

T267:これ，倍になってないよだって.

C246:結局は三角形を…

C247:倍って割るから…

T268:（もう一枚の台形を近づけている）

C248:今は倍なんじゃない？

C249:三角形は面積を求めやすくするために倍にして…

T269:ただ，K くんは，真ん中の長方形は倍になってないんじゃないですか.

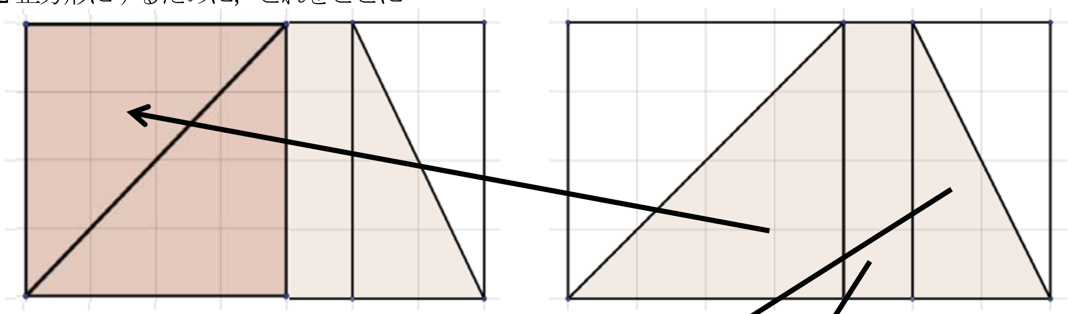
T270:これ，もう一枚の台形切りますけど，K くん，もう一回これ使って説明してくれます？

C250:組かえにも入んないと思う.

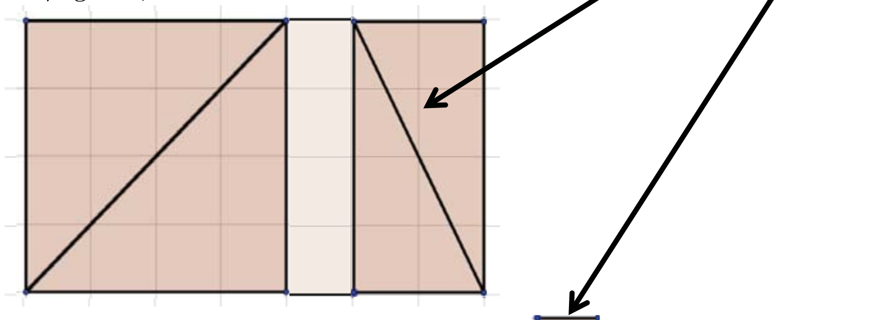
T271:お願いします.

C251:まず，④番は，ここを正方形にするために

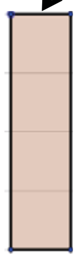
T272:正方形にするために，これをここに



C252:これもここに



C253:長方形ができて，もうひとつのこれは，
ここに，倍にするなら，これをどこかに
入れなきゃ台形をもう一つ使ったことに
ならないけど，これ（横 1 cm の長方形）は
どこにも入れなくてもいいので，倍にはなって
ないと思います.



T273:納得（挙手）

C254:（挙手多数）

T274:倍変身にはなってないんじゃないですか．これ倍じゃないよだって.

T275:じゃあ，これ何だ？

C255:先生，これ無理矢理入れなかっただけで，マスがあれば入れれるんじゃないですか？横に.

T276:これを？（横 1 cm の長方形）横にって何？横に置くの？

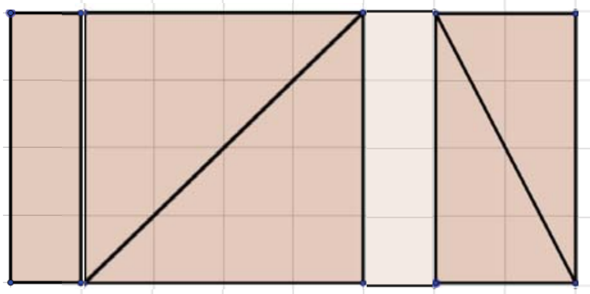
C256:はい.

T277:どう置くの？

C:端っこにおけばいいじゃん.

C257:隣に.

C258:そこら辺です.



T278:え，じゃあもしこうした場合は，式が変わりますよ．

C259:４×４÷２…

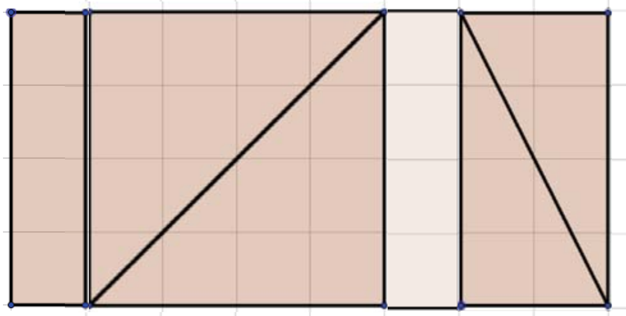
C260:でも離れてるな

C261:（式が）変わった．すげー変わった．

T279:もし，倍変身にするんだったら，これも（横１cm 長方形）この中に入れなきゃならないよだって．ここまでは納得しました？

C262:はい．

T280:うん．でも今回これ（横１cm 長方形）使ってない．これもし倍変身するんだったら
こういうふうに変身した人います？ちなみに倍変身で．



C263:はい（挙手）

T281:これも使いました（横１cm 長方形）

C264:（挙手）

T282:あ〜それさ，誰かこれに書いてくれる？

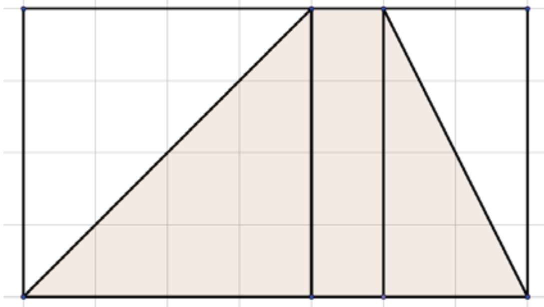
C265:はい．

C266:T くん，T くん，T くん．

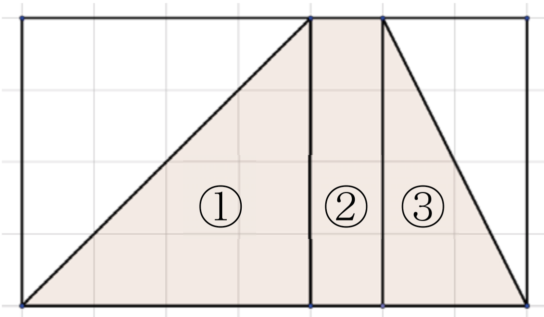
T283:おもしろそう．ちょっと待っててね．後でそれも使いますけど，ちょっとつくっておいてね．

T284:でもさ，今回は，これ（横１cm 長方形）ないんだよ．今回これないんだよ．こうなんだよね．

C267:短い．



T285:ここの面積と，ここの面積と，分かりやすいようにナンバリング．①②③



T286:これ（４×４÷２＝８）が，何番？

C268:①

T287:①

T288:はいこれ（２×４÷２＝４）は

C269:③

T289:①③②

T290:で，これ（８＋４＋４＝１６）は?

C270:①②③

T291:①？

C271:たす

C272:②

T292:②

C273:たす

T293:たす

C274:③

T294:③

T295:あれ，これさ，こういうやりかたさ，どっかでやんなかった？

C275:ぼくですーぼくですーあのーあれです

T296:あ，何？

C276:前，三角形で，ハルヒくんが２枚使って…

T297:でもさ，ハルヒくんのってあれ，倍変身じゃなかった？

C277:倍変身と組みかえ変身が…

C278:倍組みかえ

T298:でもこれだから，倍変身にまずなってないでしょ？

C279:先生，そういったら，無理矢理組みかえ変身でおさめなきゃいけなくなるでしょ．組みかえ全然してません．ただ分けただけ．

T299:先生が思い出してほしいのは，４年生の勉強ですよ．

C280:…あー

C281:わかった？

C282:あれです

C283:はいはいえーと

T300:あれです．あれです．

C284:先生，あの一凹んだ形をなんか，

T301:凹んだ形を

C285:求める時に切って

T302:求める時に切って

C286:それをたしたやつ

T303:それをたしたやつ

C287:そして最後引く

C288:こういうこんなへんな形やつを，凹んでるとやりにくいから

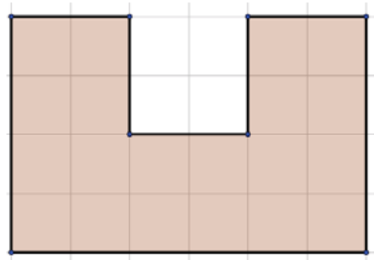
T304:Y さんおいで．かいてちょうだい．

C289:あーあれか．あの面積のやつだ

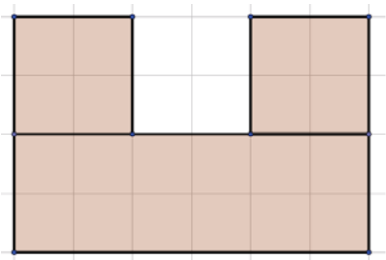
C290:あの学校のやつ

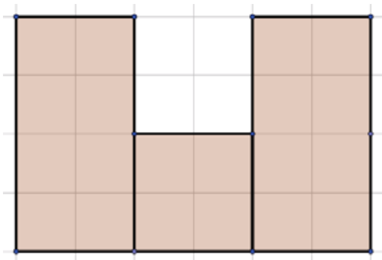
C291:とってくっつけるやつだ

C292:こんな感じの形のやつがあったとして，



それを一番簡単な方法するにはこうするかこうする方法だったんですけど，





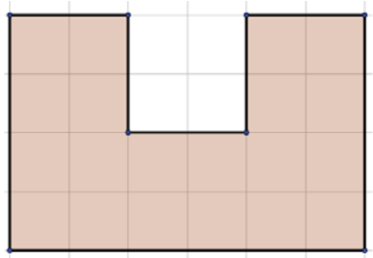
でも，このままだとここのとことかここのとことかだけになっちゃうので（分割した部分だけ）全部たしたやつと似ていると思います．

T305:どうですか？

C293:いいです.

T306:ああ，思い出した？あ，消しちゃったの？もったいない．消さなくてよかったのに．せっかくあなたが説明してくれたのだから．（もう一回書く）

T307:こんなの形の図形４年生のときやりましたよね.



C294:あ～はい.

C295:でこぼこ

T308:でこぼこね

C296:でこぼこ型

T309:４年生のときは，君たちがわかっている面積の求め方は何ですか？

C297:たて×横

T310:たて×横，うん．何の形の面積？

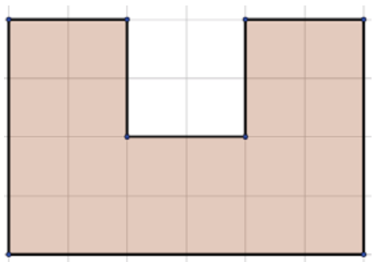
C298:長方形

T311:長方形とか？

C299:正方形

T312:正方形の面積だったら求められるんだよね.

T313:これは？



C300:長方形

T314:長方形でもなければ正方形でもなかったんだよね．これ，どうやって解決したの？

C301:わけた

T315:わけたの.

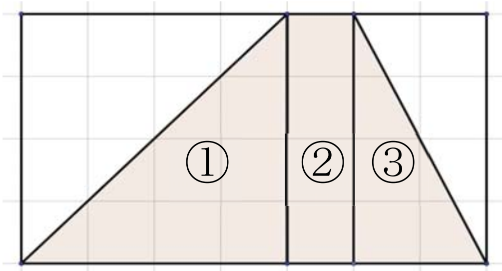
C302:へこんでいる辺の長さをつけた

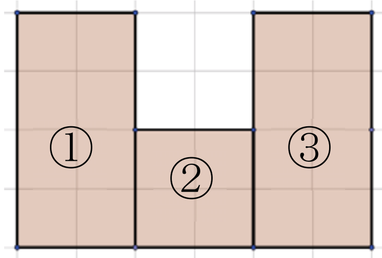
T316:つけたしたりやったんだよね.

T317:今回このやりかたに似てません？

C303:つけたしてる

T318:つけたしてるね．この①を求めて②を求めて③を求めてる．①求めて②求めて③求めてどうしたの？





C304:最後はたした

T319:最後たした．これは,

C305:たした.

T320:たした．同じだね.

T321:じゃあこれは，あれ，あ，何か４年生の時に既にやっていた方法だね．これ何法っていうんだ？

C306:わけてたす法

T322:あーわけてたす法.

C307:わけたし

T323:わけたし

C308:そういえば，わけたしって何か聞いたことがある.

T324:聞いたことある？

C309:わけたしってその凹凸のあるときにやったような.

C310:あ，やったね，わけたし.

T325:わけたしね.

C311:つけたしなら知ってるけど

C312:あ，つけたしだ．あ違う

T326:わけたし（模造紙に書く）

C313:つけるとたすのと同じだよ

T327:まあでも，わけて，わけてたしてるからわけたし法だな．っていうやりかた．４年生の勉強生かしてたってこと．へ～すごいな.

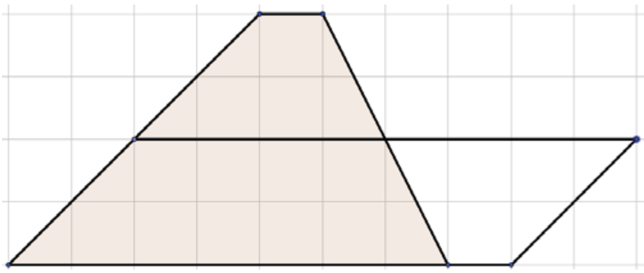
C314:４年生の時も三角形のやつでてましたよ．それで四角を動かしたりしてやったの覚えてます.

T328:あ，４年生のときにそういう勉強やったんだね.

C315:はんぱなところをやった

T329:あーはんぱなところをやった．うん．そっか.

T330:じゃあ⑤番はどんな図形とどんな方法ですか？



C316:底辺×…

T331:はい，H くん

C317:はい．前に出ていいですか？

T332:はいどうぞ.

C318:まずこの４÷2 というものは，この元の台形

T333:ごめんなさい．今確認したいのは，何の図形で何法を使ったかっていうことだから.

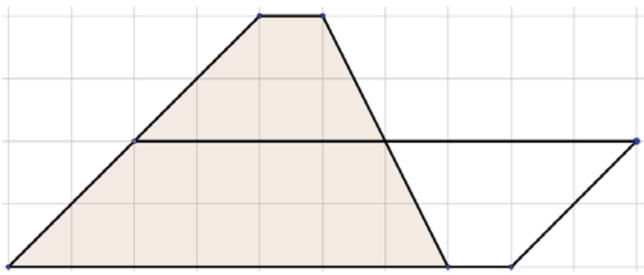
C319:えーとこれは…

T334:まず何の図形？

C320:平行四辺形の図形で

T335:これは平行四辺形．平行四辺形（模造紙に書く）

C321:で組かえです.



T336:で組みかえ（模造紙に書く）

C322:どうですか.

C323:いいです.

T337:納得ですか？

C324:はい

T338:はい，ありがとうございます.

T339:今までつくった公式を使っている．今まで求められる形に変身．組みかえ，倍変身の他にありましたね．何変身？

C325:つけたし

T340:わけたしってのがあった

C326:あーわけたし

T341:他に共通点ありますか？

C327:はい

T342:三角形のときどうしたっけ？

C328:先生，先生

T343:３人だけか．１回手下ろしてね．三角形のとき，H くん，共通点探すときどういう所見てた？

C329:求め方とか

T344:求め方とか

C330:形．どんな形か

T345:今，どんな形か

C331:特徴

T346:やったね.

C332:特徴とか．あとは…

T347:あとどういうふうに見つけていったっけ？

C333:多分

T348:多分？（A さんにあてる）

C334:底辺…

T349:どこの？底辺，どこの？どの図形の？

C335:どれも

T350:どれも？

C336:底辺と高さを見つけてから

C337:底辺と高さ？K くんどこの底辺と高さを見つけてから？

T351:この図形（変形させた）の底辺と高さ？

C338:その（変形させた図形の）底辺と高さを見つけてから，何かやったような…

T352:そのあとどうしたっけ？

C339:底辺×高さ…

C340:垂直？

T353:そのあとどうしたっけ？

C341:垂直を探していた…

T354:元の図形と…

C342:組みかえた後の

T355:組みかえた後と比べませんでした？

C343:あ，答えを一致させた.

T356:比べてみてください．元の図形のどこを使っていたのか.

C344:ああ

T357:ていうふうに，見た時に，共通点はないですか？見てください.

C345:元の図形と

T358:元の図形と組みかえた, 変身させた図形…元の図形のどこを使っていたのかな？と見てください.
ちょっと見てね．それで気づいたことがあったらメモしてね.

T359:K くん見るんだよここ．これ見て考えるんだよ.

（自力解決の時間を取る 1:19:18～）

T360:１個ずつ見ていくか．これ（①は）どうかな？これ（②）はどうかな？

T361:気づいたらメモするんだよ．気づいたらメモするんだよ．自分のやった方法も見てみてね．

（机間巡視）

（1:21:52）

T362:発表できますか？じゃあ１個ずつならできそうですか？全部だとちょっと難しそうかな？

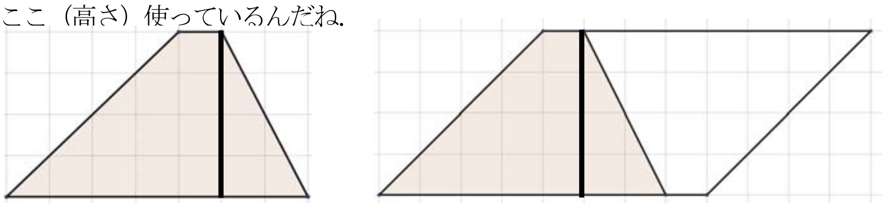
T363:これ（①）は元の台形のどこ使ってますか？

C346:高さ．

T364:高さ使ってますか？元の台形の高さを使っている，いない，どっちですか？

C347:いる

T365:いる．ここ（高さ）使っているんだね．



T366:あとはどこ使ってますか？

C348:底辺

T367:底辺．元の，あれ？元の台形の？底辺何 cm？

C349:８cm

T368:えっ？８cm？

C350:７cm

T369:７cm？どっち？

C351:７センチ

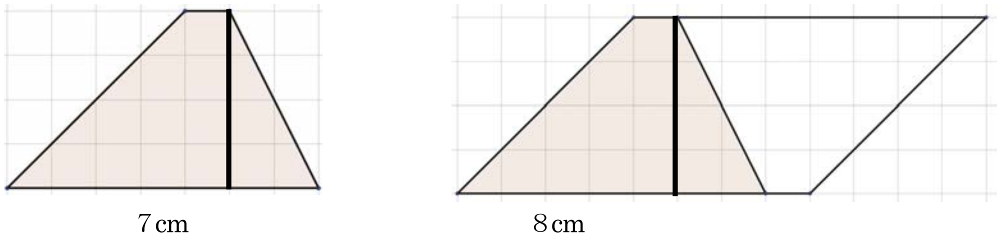
T370:数えて．自分の紙で

C352:７センチ

T371:７cm ね．これ（①の平行四辺形の底辺）８とかいてあるから

C353:先生それあの台形って，もう１個黒で線引いているところも合わせて８ってかいてある

T372:ここ（元の台形の下底）は７cm だよ．ここ 7cm（元の台形の下底にかく）でも実際これ（変形後の平行四辺形の底辺）は８cm．合わないね．



C354:先生，それ台形が，上がとんがりじゃなくて，平行だから平らになっているんです．それがたささって，

C355:それで７センチと１センチ合わせて８センチ…

T373:え？これどうやったら８センチになるかわかった人．

C356:はい（挙手多数）

T374:それがよく分からない．なんで８なの７がなんで８になるの，わかんないって人．

C357:（挙手無し）

T375:じゃあみんな説明できるんだね．

C358:はい

T376:できるんだね，説明．

C359:はい．

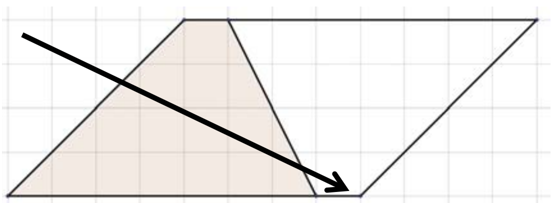
T:377 じゃあＹくん．何で８なの？

C360:あの，倍変身で，もう１個の台形の…

T378:前に出てきて説明してもらえます？

C361:三角形だと倍変身した時にここがとんがっているから，底辺の長さが変わらなかったけど，

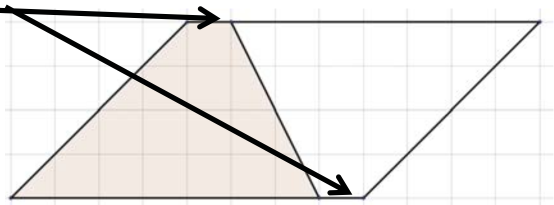
T379:あ，そうか．三角形は上とんがってたから底辺の長さは変わらなかったんだ．



C362:これは，台形だからこっちが平らだとこっちも平らになって

T380:うん

C363:底辺の長さが長くなっている



T381:長くなっている．どの分長くなってるの？

C364:１センチ

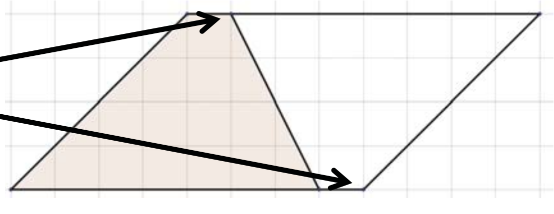
T382:１センチ．１センチってどこの長さが１センチ？

C365:ここ

T383:ここだけ？ここだけ１cm？

C366:ここ

T384:ここ．どうですか？



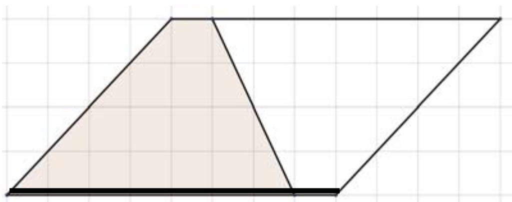
C367:いいです．

T:じゃあこれ８って書かないで何て書けばいいですか？

C368:７cm と１センチ．

T385:式で表わすと？

C369:７＋１



T386:ここは７＋１で表せますよだって（模造紙に書く）．　　　　　　７＋１

T387:どうですか？

C370:いいです．

T388:これ，大丈夫？納得した人．

C371:（挙手多数）

T389:ていうふうに，元の台形の底辺と高さとあとどこ使ってました？

C372:？

T390:底辺とここ（高さ）とあとどこ使っていました？

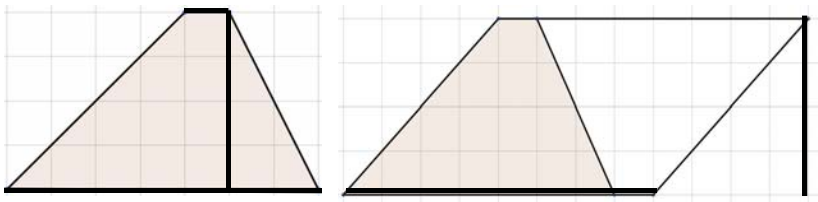
C373:上の

T391:M さんどこ使っていました？

C374:底辺？

T392:だから，底辺と高さと，あとどこの辺の長さを使っていました？

C375:上の



T393:上の？

C376:上の辺．

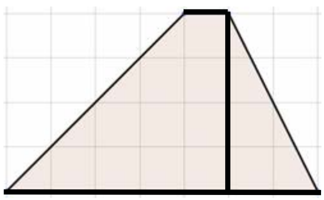
T394:上の辺．ここですね．

C377:底辺に平行な

T395:底辺に平行な？

C378:上の辺．

T396:上の辺．そうか．ここ(下底)とここ(高さ)とここ(上底)使ってたんだね．



C379:はい．

T397:②もそうなっているかな？

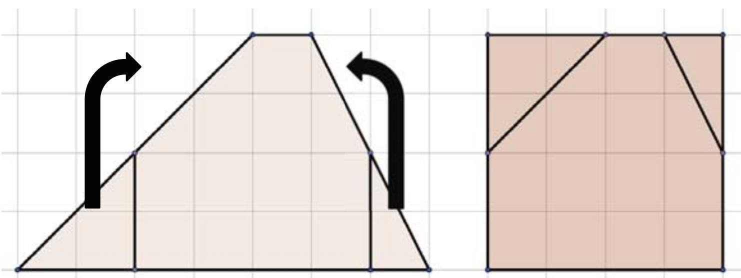
C380:②は底辺…

C381:②は÷２，

C382:②は÷…

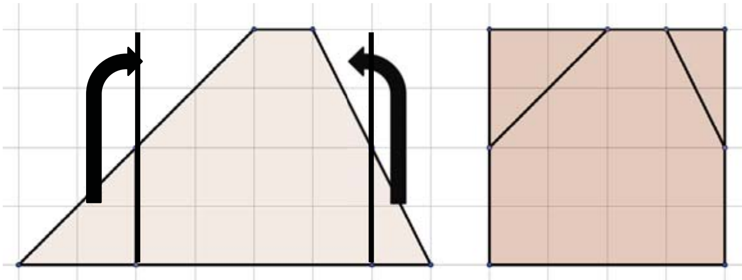
C383:８÷２になっている．

T398:これはどこ使ってますか？元の．



C384:高さ.

T399:高さ使ってあるんだね.（高さを書く）

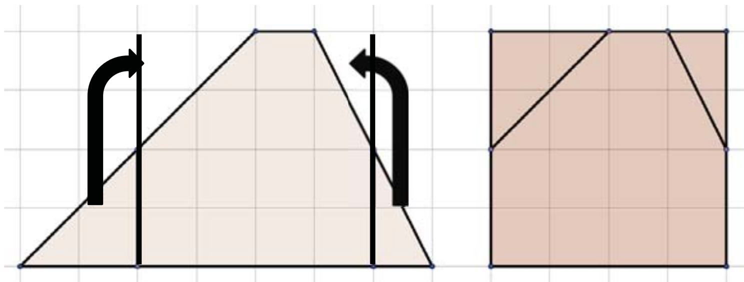


C385:底辺が４センチ.

T400:じゃあこれ（正方形の底辺）どこ使ってる？

C386:７−３

C387:底辺



C388:底辺の÷2 して使ってる.

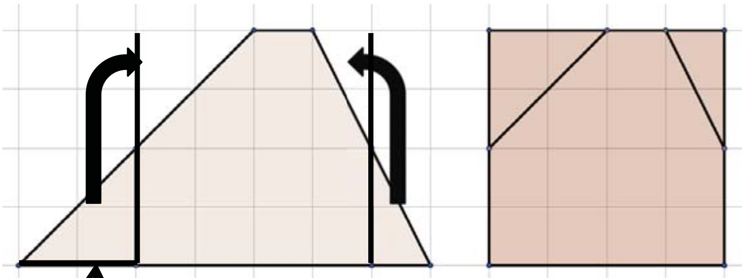
T401:底辺÷2 するんですか？

C389:７.５？

C390:３…

T402:（底辺のマス目を数える）　１，　２，　３，　４，　５，６，　７…え？

C391:３.５だ.



C392:ひいた.

T403:ひいた？

C393:７−３

C394:７−２−…

T404:じゃあここの線は　↑

使ってないんですね？

C395:はい.

C396:上の辺で使っている.

T405:え？

C397:上の辺

C398:そこ上に使われています.

C399:それを上にして上の辺に…

T406:ちょっとまって．この辺使ってない？使ってる？どっちだ？

C400:使ってる…

C401:底辺使ってます.

T407:ここ使ってると思う人.

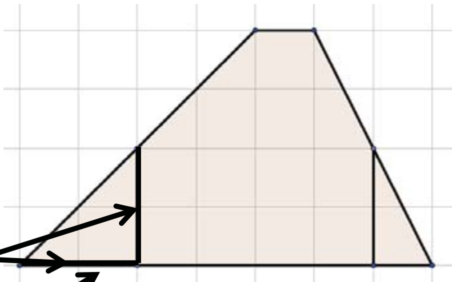
C402:（挙手多数）

T408:使ってないと思う人

C403:（挙手無し）

T409:使ってるって説明できる人います？

C404:（挙手1/5）



T410:H くん.

C405:はい．ここは,

T411:前に出てきて．ここは？

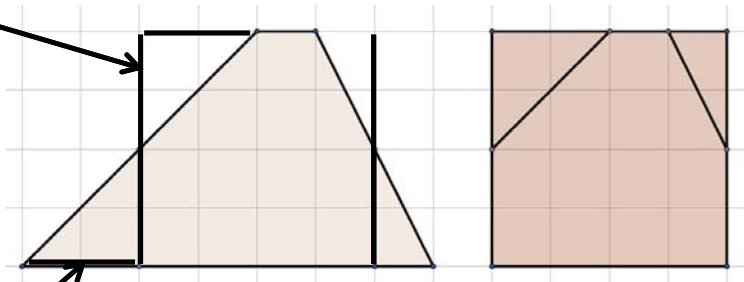
C406:ここは

たてが２センチで

このままだと

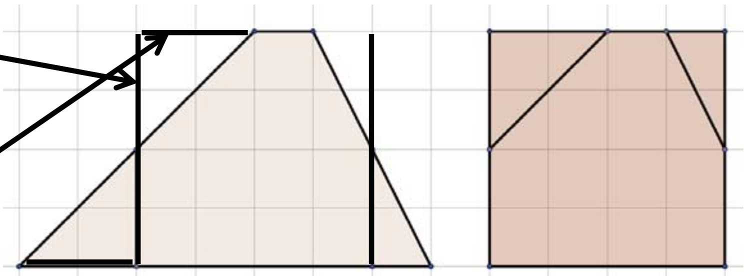
T412:だから，ここの線は，どこに使われてるんですか？

C407:ここのここ



T413:だから，ここはどこ？　この辺はどこに使われているの？指でさして.

C408:ここ



T414:ここですか？

C409:ちがうだろ.

ちがうだろ.

C410:これ

T415:これですか？

C411:（うなずく）

C412:そそそそ

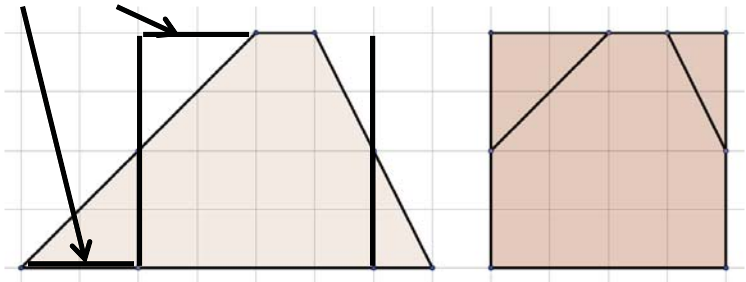
T416:ここだって.

C413:いいです.

T417:納得した人.

C414:（挙手）

T418:なるほど．はい．じゃあ，これは，ここに使われて，



C415:反対側も

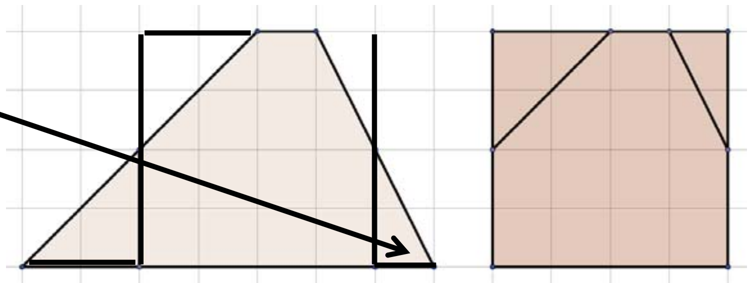
T419:反対側のここの線は？

C416:上の

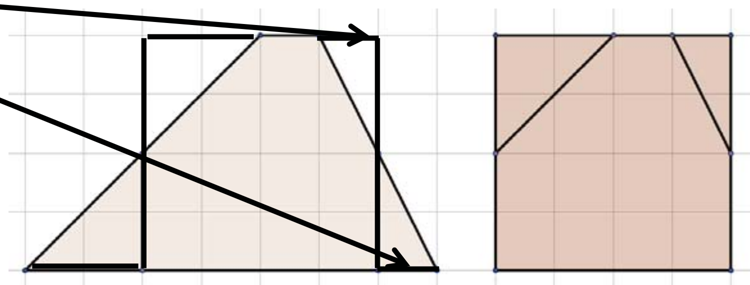
T420:どこに使われてますか？

C417:はい

T421:はい K くん



C418:ここはここに使われています.



T422:ここに使われているんですね.

C419:いいです.

T423:じゃあ，元の台形のどこ使ったの？

C420:底辺.

C421:底辺と高さ

T424:底辺と？

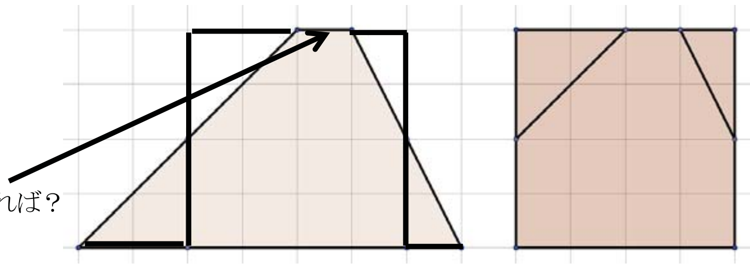
C422:高さ

T425:高さ.

C423:と上の…

T426:と？

C424:上の辺.



T427:上の辺も使ってるの？

C425:はい.

C426:上の辺を合わせれば

T428:あ，ここ，上の辺を合わせれば？

C427:４…

T429:４になる？

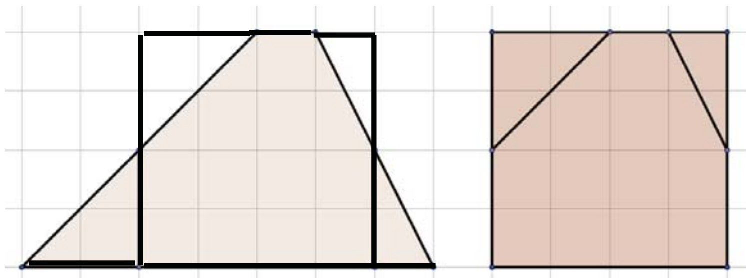
C428:はい

T430:ほー．ここも使っているんですね？

ここがなければ，間開いちゃうもんね.

じゃあ，底辺もここ（上底）も

ここ（高さ）も，あどうですか？



今のところ（①も②も指さして）

同じ？

C429:同じ.

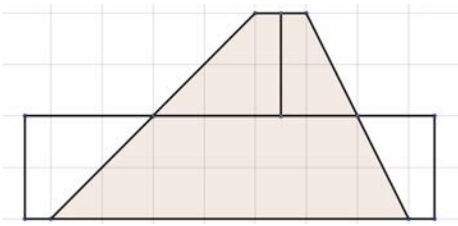
T431:同じですか？

C430:はい

T432:同じですか？

C431:はい

T433:いい？大丈夫？じゃあ次いくよ．これはどう？



C432:底辺と高さと上の辺

C433:ん？

C434:底辺×高さ÷２

T434:底辺…

C435:底辺と÷2

T435:底辺ってどこ

C436:また７センチのとこ.

T436: 7 cm のところと？

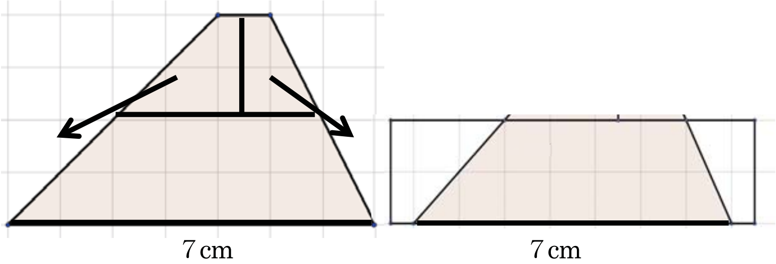
C437:上の辺

T437:上の辺．ここは？

何 cm？

C438: 1 cm を半分にしてある

T438: 1 cm.



C439: 5 ミリと 5 ミリだけど端に寄せたら 1 cm になる.

T439:端に寄せたら 1 cm．端と端を合わせると？

C440: 8 cm

T440: 1 cm で

C441: 8 センチ．７＋１で８センチ

T441: 8 センチで,

じゃあここは

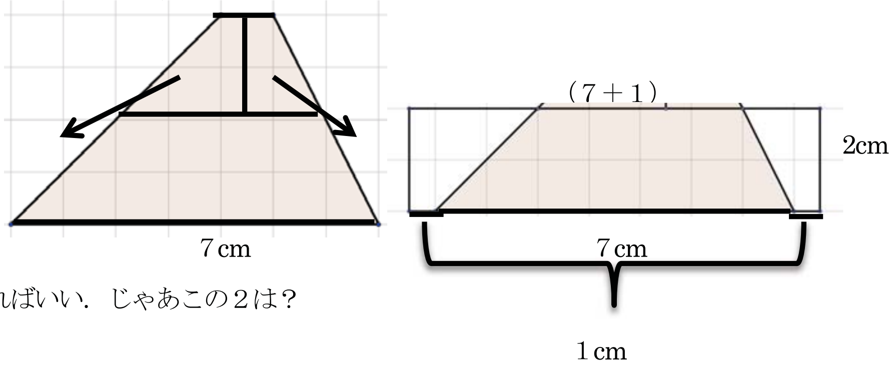
７＋１にすれば

いいんですか?

C442:はい

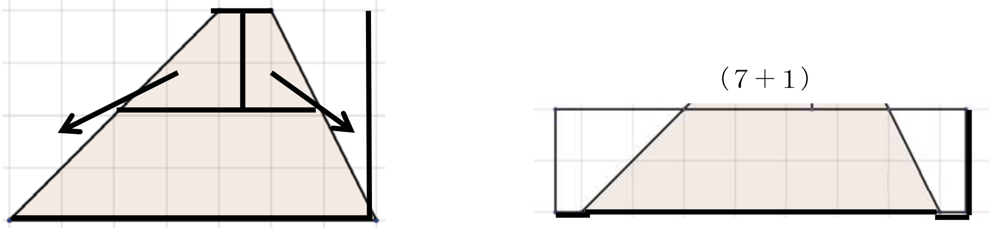
T442: 7＋1 にすればいい．じゃあこの 2 は?

C443: 4 ÷ 2



C444:高さ÷2 で 4 ÷ 2．

T443:あ，高さ÷２なのね．(チャイムが鳴る 1:31:03) ４÷２



T444:そっか．じゃあ使われているんだね？

C445:はい.

T445:ここまでで見ると，この式（①の式）いきなり８って書いちゃっていいですか?

C446:だめです.

T446:（②）いきなり４って書いていいですか?

C447:いいえ

T447:（③）いきなり８，２って書いていいですか?

C448:だめです

T448:どうすればいいですか？

C449:その元の

C450:途中の式

C451:なるまでの式

C452:（ガヤガヤ）

T449:そうだね．元の台形の？

C453:数

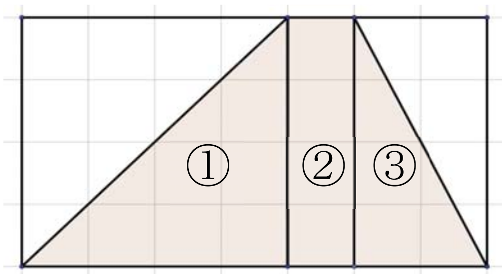
T450:数を使っていけばよさそうだね.

C454:そこに何たしたかとか.

T451:そうだね.

T452:これは，あ，これもう完全に使われているの見えた？

C455:はい



T453:これ使ってるね（①の底辺）

ここも使っているね（②と③の底辺）

あれ？ここは？（②の上の辺）あ，

使ってるか．長方形だからね（高さ）.

T454:これは？

C456:これは７＋１

T455:これは７＋１.

C457:はい

C458:４÷2 はそのままだ.

T456:じゃあ元のここと（台形の下底）この底辺と？

C459:上の辺

T457:上の１を使っています.

T458:共通点，発見しましたか？

C460:はい.

T459:はい．じゃあいってごらん．さんはい.

C461:元の底辺と高さと上の辺が使われている.

T460:そうだね.

C462:元の底辺と高さと

T461:元の台形の上の辺と底辺と高さが使われている（板書）

T462:あと，みなさん，肝心な共通点忘れていますよ．答えは？

C463:16

T463:全部？

C464:同じ.

T464:そう．答え全部同じ．これ真っ先に言わなきゃなんないでしょ．気づいてほしかったなあ.

C465:書いてますよ.

T465:じゃあ発表してよね．これは逃してはいけませんよ．答えは同じだよ.

T466:共通点が確定しましたね.

C466:公式は？

T467:明日だね.

C467:えー

T468:公式つくれそう？これ.

C468:はい.

T469:いけそうかな？

C469:上の…

C470:次は…

C471:次は違う台形でやってみましょうですね？

T470:違う台形で確かめてみたいんだ.

C472:はい

C473:三角形の時も同じ，違う三角形で…

T471:もしそれ，やるんだったら，仮の公式？

C474:えっと一底辺×高さ÷上の辺．わるじゃない．たす.

T472:ちょっとまって

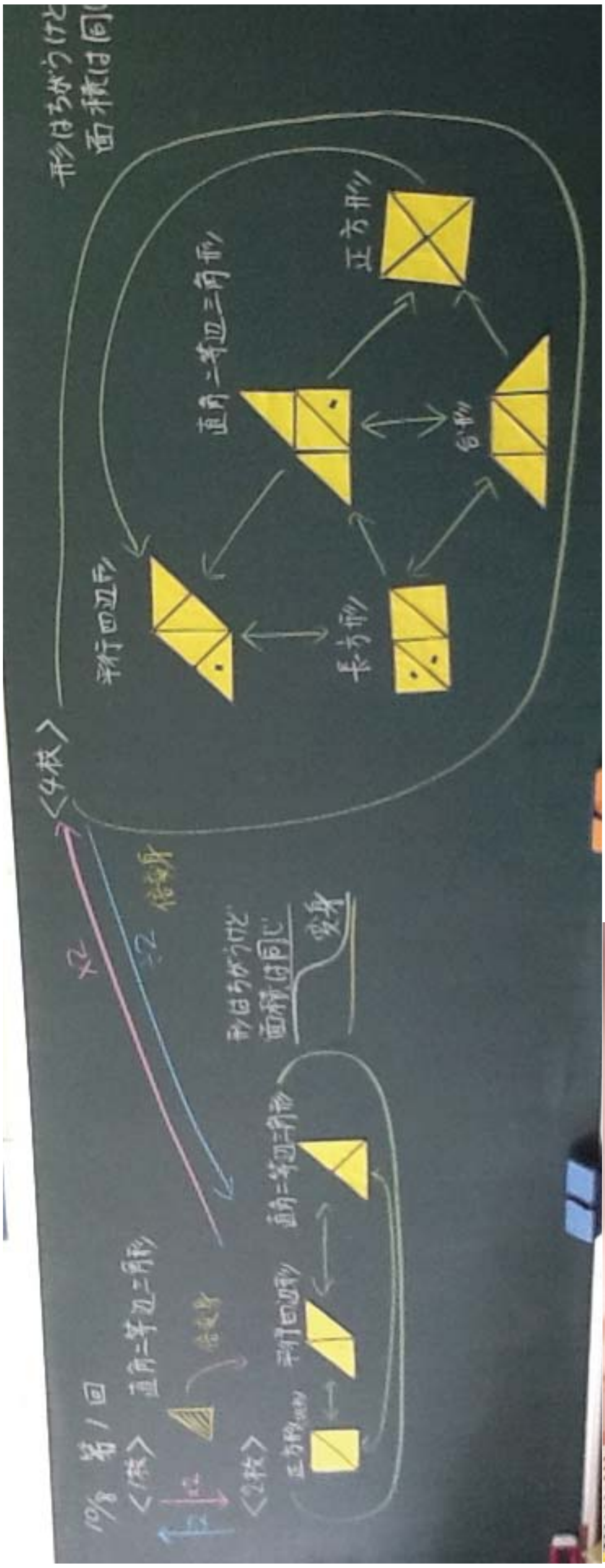
T473:ていうことで，またこれ，公式できるかな？できそうですか？

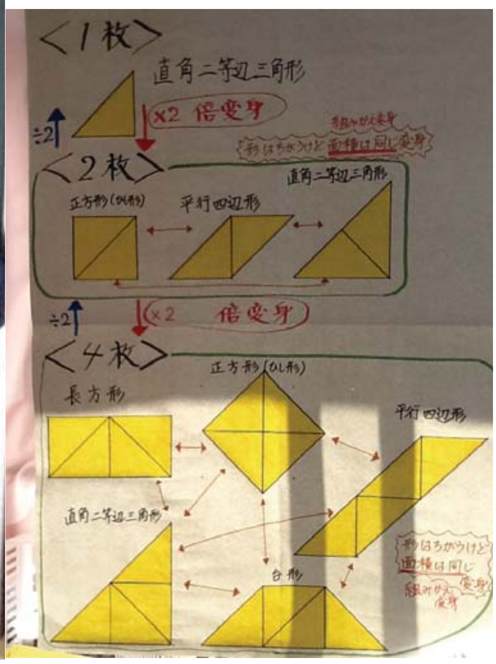
C475:はい

T474:はい．探してみましょう．では日直さんあいさつお願いします．あ，感想もうちょい詳しく書いてほしいんだよね．自分がどういうふうな，あの（ビデオテープ切れ）

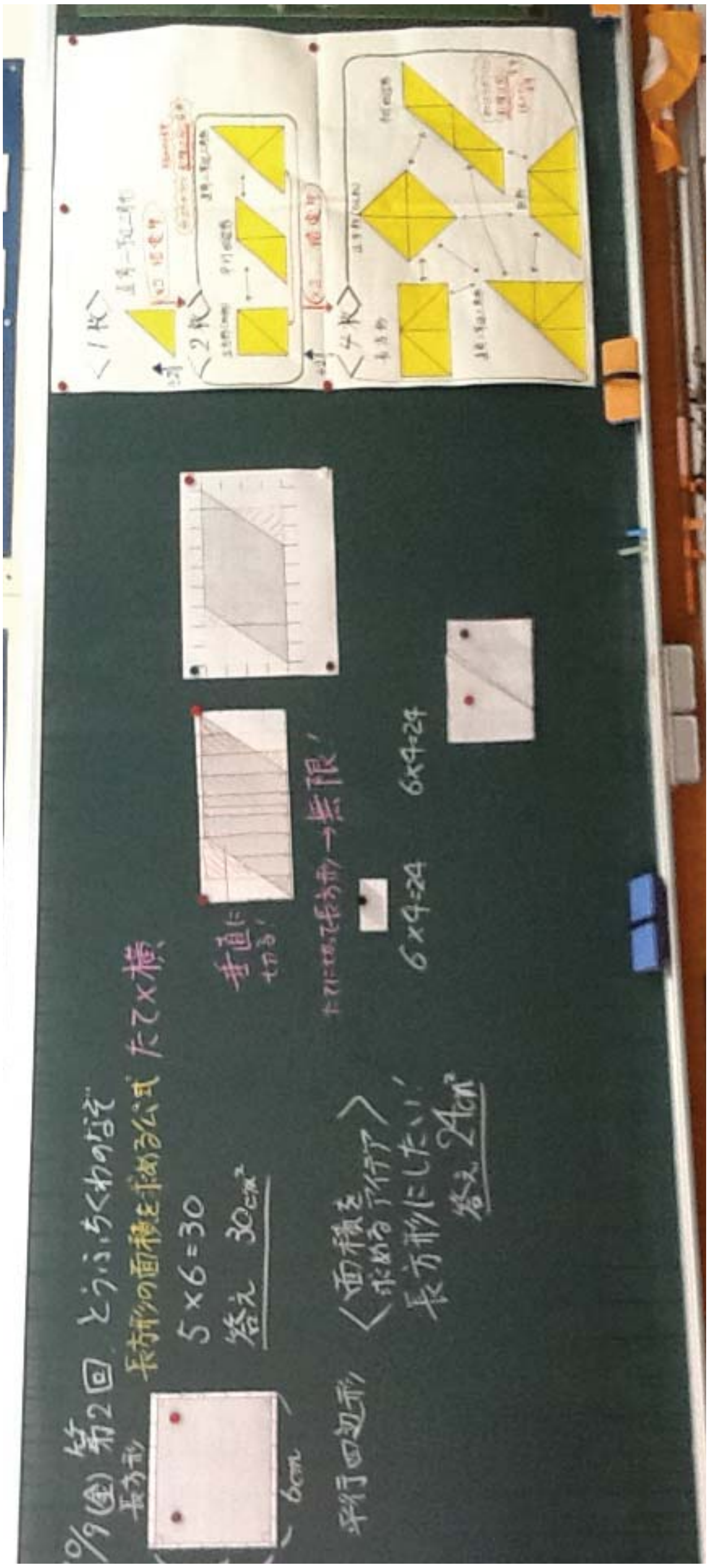
③板書の様子

１時（等積・倍積変形の素地指導場面）

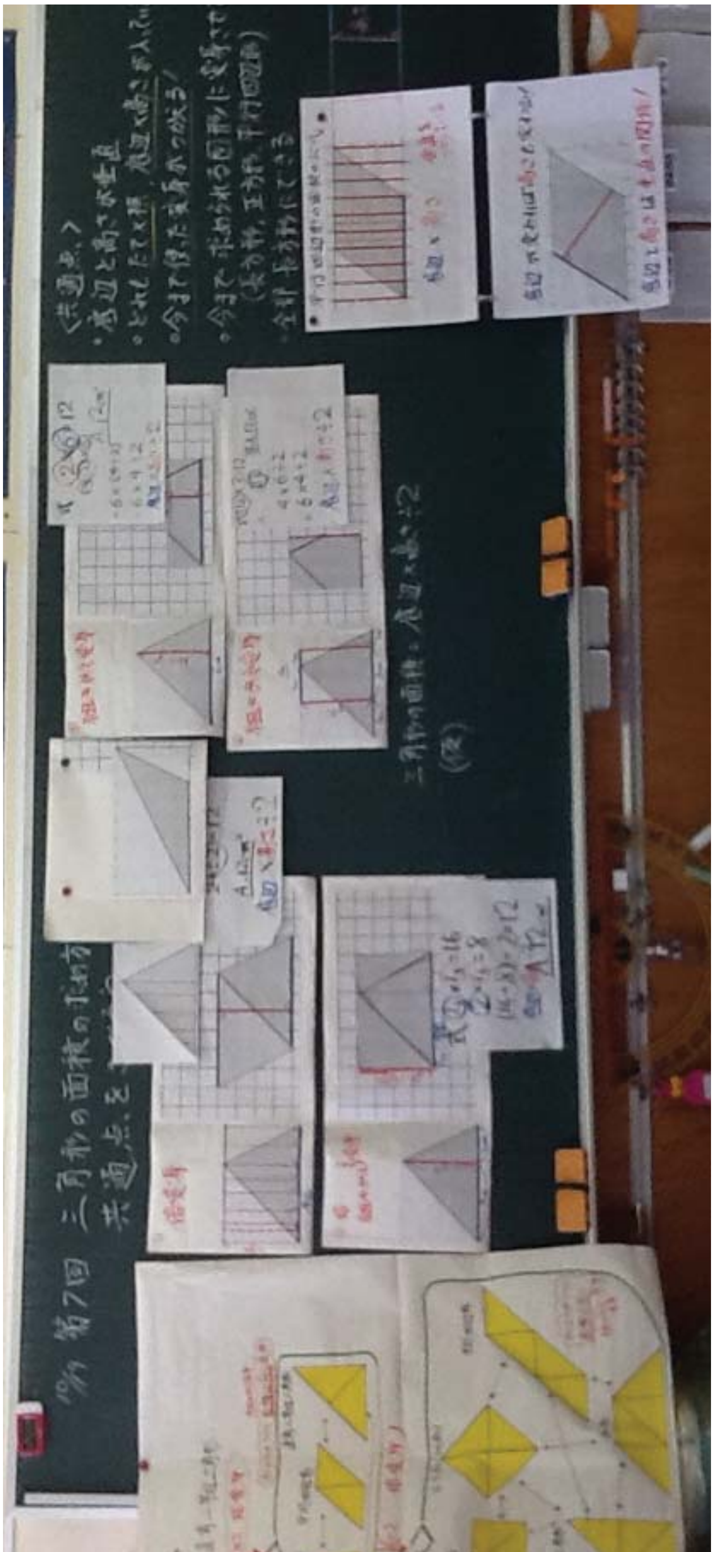




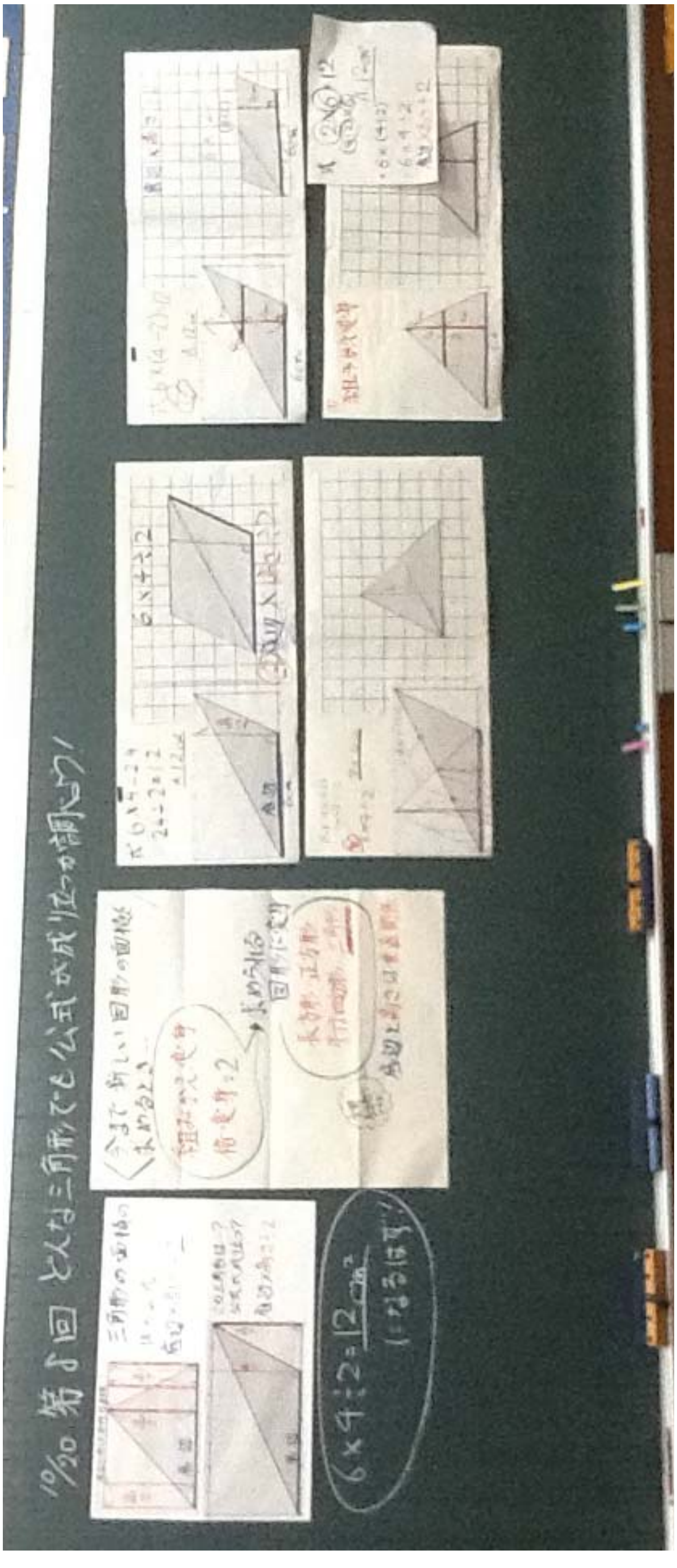
２時（平行四辺形の求積場面）



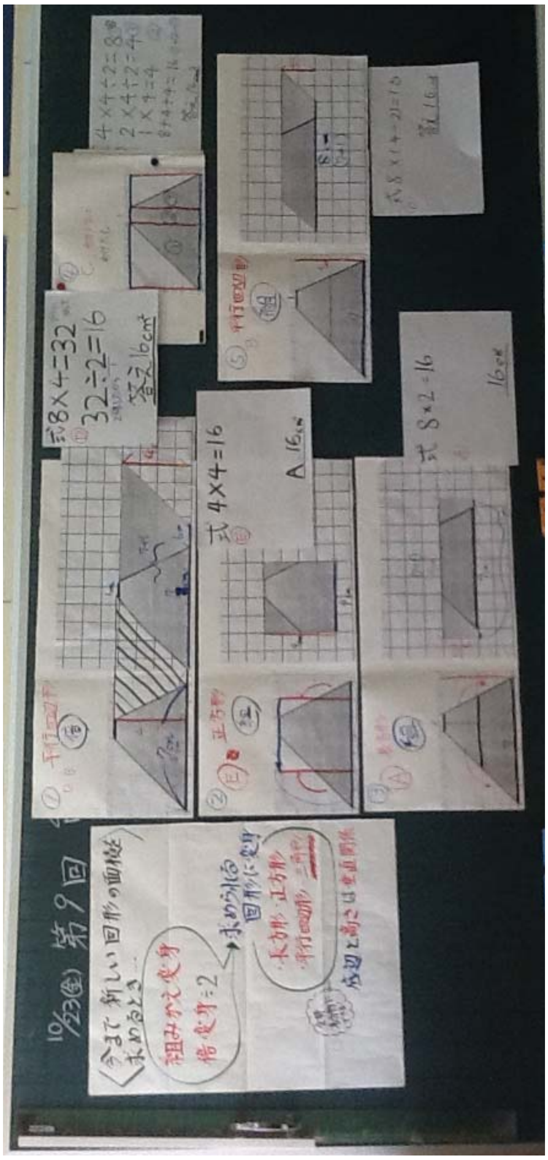
7時（三角形の求積場面）

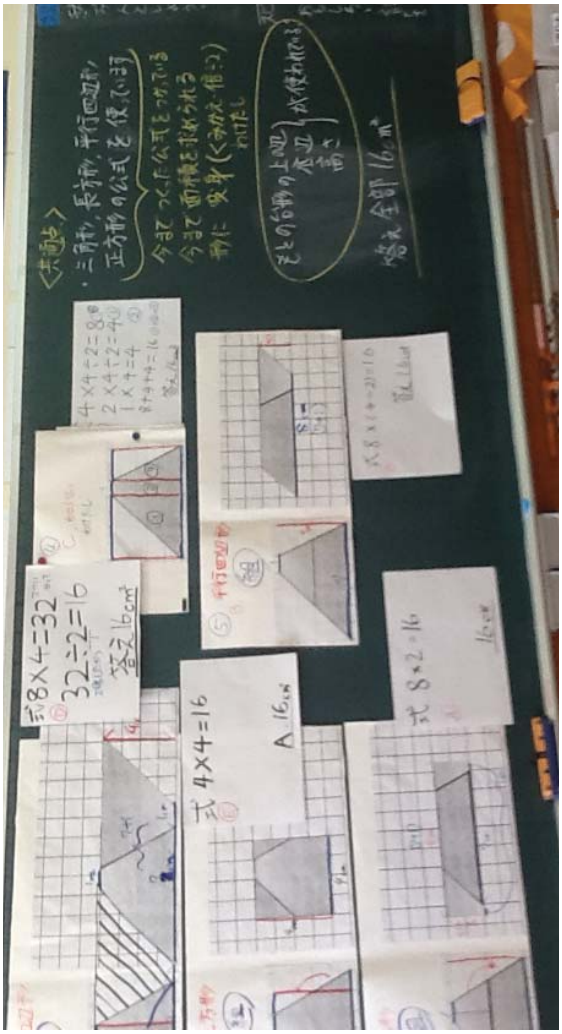


８時（高さが図形からはみ出した三角形の求積場面）



9・10時（台形の求積場面）





引用文献，参考文献

相賀徹夫 編集著者『日本大百科全書 14』，小学館，1986

藤井斉亮 編著者，監修者 橋本美保，田中智志 ，『算数・数学科教育』（2015） 一藝社，2015

藤井斉亮ほか『新しい算数４年下』，東京書籍，平成 26 年２月 28 日文部科学省検定済

藤井斉亮ほか『新しい算数５年』，東京書籍，平成 26 年２月 28 日文部科学省検定済

橋本吉彦ほか『たのしい算数４年』，大日本図書，平成 26 年２月 28 日文部科学省検定済

橋本吉彦ほか『たのしい算数５年』，大日本図書，平成 26 年２月 28 日文部科学省検定済

濱﨑智子「ひとりひとりに問題解決の喜びを味わわせる指導：5 年「面積」の実践を通して」日本数学教育学会誌，臨時増刊，総会特集号 79 号，p. 69，1997

原田耕平「図形に対する子どもの認知発達の特徴―小学生を対象として―」数学教育論文集 42，pp. 349-354，2009

一松信ほか『みんなと学ぶ小学校算数４年下』，学校図書，平成 26 年２月 28 日文部科学省検定済

一松信ほか『みんなと学ぶ小学校算数５年』，学校図書，平成 26 年２月 28 日文部科学省検定済

国宗進「台形の面積の扱いの改善」日本数学教育学会誌 81(4)，1999

小山正孝ほか『小学算数４年下』，日本文教出版，平成 26 年２月 28 日文部科学省検定済

小山正孝ほか『小学算数５年』，日本文教出版，平成 26 年２月 28 日文部科学省検定済

松原元一『数学的見方 考え方 子どもはどのように考えるか』国土新書，1977

文部科学省『学校教育法等の一部を改正する法律について』（通知），2007
＜http://www.mext.go.jp/b_menu/hakusho/nc/07081705.htm＞(2015.11.20 入手)

文部科学省『小学校学習指導要領解説算数編』東洋館出版社，2008

文部科学省中央教育審議会『初等中等教育における教育課程の基準等の在り方について（諮問）』，2014

文部省『初等科算数七教師用』共同印刷株式会社，1942

中島健三『算数・数学教育と数学的な考え方 その進展のための考察』，金子書房，1981
※本研究が引用，参考文献として用いたのは，その後発行された『算数・数学教育と数学的な考え方 その進展のための考察＜第二版＞』，金子書房，1993

中野博之「問題解決型の授業における子どもの思考の様相」日本数学教育学会誌 87(4)，pp. 12-21，2005

中野博之「「活用力の育成」の視点からの問題解決型の授業の考察と改善」－小学校１年生「繰り下がりのあるひき算」の授業を通して」数学教育論文集 42，pp. 127-132，2009

中野博之『新しい算数研究』新算数教育研究会編集，東洋館出版社，2012

O.F.ボルノー著,森田孝/大塚恵一訳編「問いへの教育 増補版」川島書店，1988

太田伸也『新たな数学の授業を創る』長崎栄三，國宗進，太田伸也，相馬一彦編著，明治図書，2009

長田新『改訂新版 教育学』岩波書店，1958

ペリー, クライン著, 丸山哲郎訳(1972)『数学教育改革論』明治図書
佐藤久生「具体的な操作や思考実験を取り入れた指導の工夫」−5 年面積の指導を通して−日本数学教育学会誌, 臨時増刊総会特集号 73, p. 55, 1991
清水静海ほか『わくわく算数４年下』, 啓林館, 平成 26 年２月 28 日文部科学省検定済
清水静海ほか『わくわく算数５年』, 啓林館, 平成 26 年２月 28 日文部科学省検定済
杉山吉茂『豊かな算数教育をもとめて』東洋館出版社, 2006
杉山吉茂『初等科数学科教育学序説』東洋館出版社,, 2008
杉山吉茂『確かな算数・数学教育をもとめて』東洋館出版社, 2012
鈴木真由美「子供たちが考え問題解決する算数の授業」: 5 年「面積」の実践を通して イプシロン vol. 43, pp. 94-101, 2001
清野佳子「面積の概念の統合的な理解を図る指導の工夫」−図形の性質に着目した変形操作を通して−日本数学教育学会誌 93(2), pp. 2-10, 2011
高橋昭彦「第５学年の求積指導をひし形から導入することの可能性―子供が主体となって求積公式を導く単元構成に関する一考察―」杉山吉茂先生喜寿記念論文集編集委員会編著『続・新しい算数数学教育の実践をめざして』東洋館出版社, pp. 91-102, 2012
坪田耕三ほか『小学算数４年上』, 教育出版, 平成 26 年２月 28 日文部科学省検定済
坪田耕三ほか『小学算数５年』, 教育出版, 平成 26 年２月 28 日文部科学省検定済
梅棹忠夫ほか監修『日本語大辞典第二版』, 講談社, 1995

謝辞

修士論文を作成するにあたり，伊藤成治先生はじめ，数学教育専修の先生方にご指導を賜りました．深くお礼申し上げます．

指導教員である中野博之先生には，算数・数学教育で目指す理念，数学的な見方や考え方，児童の指導法に関することといった，実に多くのことをご指導いただきました．ゼミナールでおっしゃられていた数々の示唆のおかげで，私にとっての算数・数学教育の拠り所を見出すことができました．また，修士論文作成にあたっては，論文の書き方や論証の進め方など，細部にわたるご助言ご指導を賜りました．

田中義久先生には，ゼミナールの指導や議論を通して，研究に向かう心構えや研究の視点について学ばせていただきました．研究の原動力となる算数・数学教育に対する Passion をかきたてられました．修士論文の作成にあたっても，多くのご助言やご指導をいただきました．さらに，お忙しい中にも関わらず，研究の方向性について，個別のご指導を賜りました．

大学院の講義では，山本稔先生，岡部孝宏先生にご指導いただきました．学ばせていただいた数学的な教養や論理的な考察は，研究や実践の糧となりました．

砂田大樹さんをはじめ，院生のみなさんには，ゼミナール等で貴重な意見をいただきました．数学や数学教育について語り合ったことは，私にとって貴重な機会でした．特に砂田大樹さんには，ゼミナールや合宿のスケジュール管理や諸連絡等，たくさん助けられました．

そして，大学院の先輩である浅田鶴予先生と毛内一元さんからは，院生としての心構えや研究の進め方について多くのアドバイスをいただきました．諸先輩方のおかげで研究を進める計画を綿密に立てることができました．

勤務校である十和田市立三本木小学校の福寿邦彦校長先生，小向秀男前校長先生はじめ上司，同僚の先生方には，２年間の研究を支えていただきました．実践指導を行った学級の指導者である小原典子先生，高橋憲子先生にも多くの協力をしていただきました．

この２年間，算数・数学教育について多くのことを学び，深く考える機会に恵まれました．何もかもが新鮮で，とても有意義に研究を進めることができました．あらためて学ぶ楽しさを実感しました．次に出会う子どもたちのために，これからも理論に根ざした実践研究を継続していきたいと思います．

このようなすばらしい機会を与えてくれた全ての皆様，そして，私を支えてくれた愛する家族に感謝の気持ちをこめて，お礼申し上げます．