

三つの柱と授業の評価 授業中の子どもの評価

中 村 光 一

Koichi NAKAMURA

1. はじめに

丁寧なご紹介を頂きありがとうございます。14年ぶりという事で久々で、また初めての冬の弘前にきました。前の職場が上越教育大学だったものですから、雪は慣れているので、そんなに心配していないのですが、寒さがちょっと心配で来ました。でも今年は暖冬なようで、今日明日は大丈夫そうなのでちょっと安心しながら今日は話しできるなと思っております。電車の中から岩木山のとっても綺麗な写真が撮れたのですが、雪の風景見ると懐かしいですね。上越も雪がたくさん降りますので、子どもと大きな滑り台を作って冬は遊んだことを懐かしく思い出しました。

今日の話は三つの柱ということで非常に難しい課題だなと思いながら話をさせていただきます。この話を終わった時点で話がよくわかったというよりは、やっぱり難しいなといった感触が残るのではないかと思います。そういう感触の方が大切なんじゃないかなと思います。

2. 三つの柱と評価について

(1) 三つの柱の評価

さて今日の話はですね三つに分けてお話しします。最初は、三つの柱と評価について、どうなっているかという話、二番目は実際に評価をするときにどういう視点を持っていると助けになるか、という話をしたいと思います。三番目が実際に授業についての評価の事例を七つほど持ってきましたのでそれを見ながら、どうなのか考えていければなと思っています。こんな構成でお話したいと思います。

まず、評価と言うと、単純に言う、教育の目標と実際に起こったこととの間のギャップ、これを見ることは単純に評価です、そのギャップに対してフィードバックをする、そこまでが評価において大切な活動です。これは、教育の常識的な概念だと思います。

目標が達成されているのかとみるのですけど、そうじゃなくてもう一步踏み込んで、目標の何がどこまで達成されているのか、ここを明確に見ましょうというのが今回の改訂に反映され、パフォーマンス評価とかですね。そういう課題で言われるのが、目標の何がどこまで達成されているのか、そこまでちゃんと見ようという、そうしないとフィードバックできませんから、それがポイントです。結局、どうしたら目標が達成できるのか。この点を教師の側は考えなくてはなりません。

フィードバックというのは、学習者個人への場合もありますし、授業への場合もありますし、それからカリキュラムの場合もある。基本的に学習者個人へのフィードバックというのは個人活動、個人指導しかないので、どちらかというと現状の学校ではそんな機会が多いわけでもないと思います。やはり、授業へ返して

概要

- I. 三つの柱と評価について
 - I. 三つの柱の評価
 - II. 評価場面における三つの柱の評価の混在
- II. 評価を助ける視点
 - I. 予想される反応と予想される考えるプロセス
 - II. 数学教育の理論など
- III. 授業における評価の事例
 - I. 授業での子どもの評価の基本的な見方
 - II. 評価と授業の改善

図 1.

評価：何らかの改善を目指す過程

- ・目標と実際に生じたこととのギャップ
 - ・目標が達成されているか？
 - ・目標の何がどこまで達成されているのか？
 - ・どうしたら目標が達成できるのか？
- ・フィードバック
 - ・学習者個人へ
 - ・授業（教師と学習者）へ
 - ・カリキュラム（教師と学習者）へ

図 2.

いくつというのが現状にあることで一番大切なことでしょう。附属学校になりますと当然カリキュラム研究を進めていると思いますので、カリキュラムへのフィードバックということが非常に大切になってくるんだと思います。

今日の聞いている方の構成がどうなっているか全然わからないとちょっと話のどこに焦点あてたらいいかわからないです。附属学校の先生方ってどのくらいいらっしゃるのですか？学部の学生、学生の方っていらっしゃるのですか？はい、いらっしゃるのですね。ありがとうございます。大学の教員の方っていらっしゃいますか。わかりました。聞いたら余計どこに焦点当てたらいいかわからなくなりました。(笑い声)

教育学部の先生方が一番多いようですが、申し訳ないのですが、算数数学の事例しか私持っていませんのでそれ以外の事例は、簡単に言えば教材が分かりませんのでコメントのしようが無いので申し訳ないのですが、算数数学についてお話をさせていただければと思います。

三つの柱がありますけど、これ、当たり前と言えば当たり前ですね。知識があって、技能があって、思考力、判断力、表現力。これができないと問題が解けませんし、それから基本的に学びに向かう力、人間性、これ実はほんとは一番大切なのですがその評価をして欲しいということです。文科のこの三本柱、三要素っていうような言い方をしますが、主体的に学習に取り組む態度を今回新しく取り上げています。

これに対してどう取り組むかっていう話なのですが、主体的に取り組む態度という風に言いますと、「児童生徒の学習評価のあり方について（報告）」が文科から出ていますが、これを見ると、知識及び技能を獲得したり、思考力、判断力、表現力を身につけたりすることに向けた粘り強い取り組みを行う。粘り強くやれってでてくるのですね。でも、単に粘り強くやっても意味ないですよね。数学で言えば数学的に適切に粘り強くやらなきゃ意味ないですよね。そこが大切で、主体的に取り組む態度って粘り強くやっていたら上手いくかっていったら上手くないので、やっぱり数学的とか教科特有の力、見方・考え方が育ててこないとうまくいかないと思います。

右側に書いているのは私が勝手に書いていますので、左側は文科の言っていることですね（図4）。粘り強い取り組みを行うなかで、自らの学習を調整しようとする側面。これも主体的に取り組む態度になります。別の見方をすると思考や学習を自分でメタ認知し、それを生かせるか。

これ実は私あの、昔ですね上越にいた頃に子どもが空手を始めたものですから、その道場に行ったら子どもを送り迎えするじゃないですか。父親ですから送り迎えしたのです。道場の先生が「送り迎えするくらいなら一緒にやっついてきなさい。」と言われて思わず始めちゃったんですね。その時の道場の先生の指導法がですね、まさにこれです。どういう指導法かって言うと、空手やられている方っていらっしゃいますか？。あ、いらっしゃいますね。いろんな流派があるんですけど基本的に技を出したときにかかとうが上がっちゃだめなんです。基本的な動作です。かかとうが上がると力が抜けるのです。かかとうをちゃんと踏ん張って技を出すと力がちゃんと伝わるんですね。基本練習のときにかかとうを必ず注意するのですが、その先生はですね、「だれだれ君かかとうが上がってるよ」って絶対言わないんですよ。「かかとうが上がってる人がいます。ちゃんと気をつけて自分で直しましょう。」という風に指導されるんです。それは何かって言うと、このメタ認知なんですね。自分がかかとうが上がっているかどうかを認知して自分で修正する力なのです。これを「何々君かかとうが上がってるよ」っていった瞬間メタ認知しないですね。その子は。そしたら、何気なくですね実はいろいろな指導のところで、これをやっているんですね。その先生立派な先生ですね。私そのとき衝撃受けま

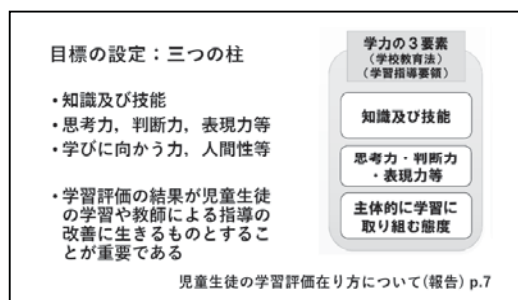


図 3.

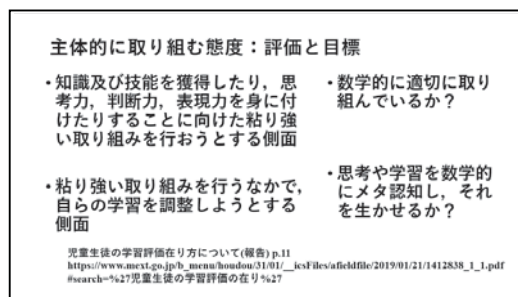


図 4.

した。この先生は「私は何々君って言わないから。ちゃんと自分で修正しなさい。」と、「それができない子は上手くなりませんよって。」その通りですよ。自分で何をやってるか、どこが悪いかわからないと、修正できないですよ。ですから主体的に取り組むというのは非常に難しい。評価というのは、当たり前ですが、教師の指導法が非常に影響するんです。

(2) 評価場面における三つの柱の評価の混在

43-28という計算を25とした子どもがいます。これ、評価、まあ基本的な計算ができるか？という評価ですけどさっき言ったように、「その計算が間違っているよ。」って言った瞬間に、メタ認知レベルの主体的な対応レベルの評価にならない。同時にそのように考えることを育てる機会を失っている。「この計算間違っていないでしょうか？」って発問することによって子どもは自分でやる。そうすると子どもはいわれて自分で計算を見直すというチャンスができる。さらにもっといくと何も言わなくても自分で確かめてみる。このレベルにいくと主体的に活動しているって話になる。ですから何気ない計算の問題の評価であっても主体的に活動するレベルとスキルのレベルの両方の評価ができてくる。その両方の評価をするためには教師が「計算間違ってるよ」って言った瞬間スキルの評価しかできなくなる。評価と指導は一体ですから、それで実際に指導の順番、何をどう声かけるかっていうのは非常に大切なことになります。

別の例でみましょう。今年の学力学習状況調査の問題ですけど、 $6 + 0.5 \times 2$ はいくつですかという計算をする問題です。正答率が60.4%。典型誤答が22.5%。で、今年は例年と違って問題場面がそこにつけられています。見ていただくとわかるのですが、「かいとさんは、自分の家で水をどのくらい使っているのかが気になりました。洗顔と歯磨きで使う水の量を求めるために、下の式を考えました。洗顔1回に6L使う。1日1回洗う。歯磨き1回に0.5L使う。1日2回みがく。」でこういう場面のもとで計算をする。

過去はどうなっているかっていうと、過去は「次の計算をしましょう」ということで $6 + 0.5 \times 2$ という問題が出ている。

正答率を過去にさかのぼって見ますと、平成31年今年問題は問題場面の提供をして60.4%。ただの計算の方が66.8、69.1これ高いか低いかは統計的には非常に微妙ですけど、まあ見ようによってはあまり変わらない。別に問題状況を提示しようが単なる計算問題であろうが変わらないってことです。

こういう問題を見たときに、どういう風にこれ評価していくのか。よく見ると、一番肝心なことは事象や考える過程と式が対応しているところに課題がある。計算の正答率が上がらないってことは、式と事象が分離している。ここが一番決定的に課題となるはず。なぜかって言うと数学で一番大切なのは、「式は数学の言

目標と評価の関係の単純な例1：計算

$\begin{array}{r} 43 \\ - 28 \\ \hline 25 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> ・その計算が間違っているよ ⇒ 修正 ・計算が間違っていないでしょうか？ ⇒ 自分で確かめる ・教師が何も言わなくても、自分で確かめる
--	---

- ・基本的な計算ができる
- ・思考や学習をメタ認知し、それを生かせるか？

図 5.

ここから何がわかるか？

解答類型	
7	60.4
13	22.5
16	1.3
2.2.または22	6.3
6または60	2.4
130	0.7
1.3	0.3
1.6	0.4
上記以外の解答	4.7
無解答	1.0

平成31年度（令和元年度）
学力・学習状況調査報告書 小学校算数. p.38

図 6.

文章で事象を提示しても解答傾向は変わらない

解答類型	H31	H29	H19
7	60.4	66.8	69.1
13	22.5	17.2	13.3
16	1.3	2.2	3.6
2.2.または22	6.3	5.1	
6または60	2.4	2.4	
無解答	1.0	0.6	1.1

平成31年度（令和元年度）
学力・学習状況調査報告書 小学校算数. p.39

図 7.

理解と考え方の両面の課題が隠されている

- ・事象や考える過程と式が対応しているという考え方に課題
- ・計算のきまりの理解が不十分
- ・13：小数の加法と乗法の計算スキルはもっている
- ・2.2または22：小数の加法の計算
- ・16：小数の乗法の計算
- ・6または60：すべて乗法とみた

次の計算をしましょう
 $6 + 0.5 \times 2$

図 8.

語、言葉」って言われますので、式がちゃんと意味付くように考えられることと、もう一つは形式的処理ができることと両方があるわけですが、意味付けることができてないということがここからわかります。ですから単なる調査結果でもいくつか組み合わせるとさっきの見方考え方のレベルとこれはスキルのレベルの両方の見方が評価できるといえます。

これ計算のきまりの理解不十分だって言われますけど、13ってした子どもは、本当は計算の決まりの理解については不十分なのですが、小数の加法と乗法の計算スキルはちゃんと持っています。6+0.5の括弧かける2っていう計算がきちんとできているのです。

小数と整数の加法と小数と整数の掛け算はきちんとスキルを持っています。そして評価するときに、できていないじゃなくて何ができているかを見るっていうのを心がける。ですからできてないところとできているところをこうやってきちんと見分けるっていうのが非常に大切になります。

ところが2.2って答え、または22って出した子どもの現状って言うのは非常に複雑です。どうやって解答したかという2.2なら(0.5+0.6)×2か、(6+5)×2ですから、これ何ができて何ができてないか実ははっきりわかりません。ちゃんと分別してみないと、なにか別の問題を提供しないと分からない事がわかります。16ってやった子は多分6+5×2、小数の掛け算ができないんだなということはすぐにわかります。そしたらそういう意味で5通りだけでいいんです。間違え方を読むのじゃなくてやっぱりどう考えたか、どう解決したかをちゃんとやらないとね、何ができてることがわかっているか。そのところが非常に大切だということです。そういう意味では事象や考える過程と式の対応についてはちゃんとやれば、この解答6+0.5+0.5っていう式をほんとは立式できるはずなんです。こうすると答えがちゃんと7になる事をすぐわかるわけですが、掛け算の順序関係がっていう。そう意味では式をちゃんと立式して取り組みしているか。こういう活動をやらせることによって、こういう誤答というのは減ってくる可能性があります。

ですからものを考えるとき、ただただバツと計算する子どもじゃなくて、一歩立ち止まって考えるようなそういう習慣を持たせる。授業ではこういう機会をちゃんと作るっていうことがこの問題に対しては非常に大切です。調査の方もきちんと分析されていますので、そちらもあわせて見て、こういう可能性があることを考えてみてください。

今の例は、理解と考え方が非常に複雑に絡み合っている例でした。次の例は、知識、考え方、それから取り組む態度、主体的な態度と考え方、知識の三つが絡まっています。これみなさん本当は時間があれば解いてもらおうと非常におもしろい問題なのですが、1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9の数を必ず1回ずつ使います。数を組み合わせて2桁の数を作ってもかまわない。そして加法だけ使えます。例えば、1から9まで足すと45になります。この和を100にしたいんです。100にするためにはどれかを2桁にしないと上手くいきませんので、21+3+4+…のように2桁の数を作っていくことにします。ただしさっき言ったように1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9の数を必ず1回だけ使う。これで和を100にできるか?という問題です。

この問題、教員採用試験に出されたことがあります。福井県の教員採用試験です。よく調べるとポリアの「いかにして問題を解くか」と言う本の中にこの問題が書かれています。この問題を実際に解いてみると非常におもしろいです。今日解く時間ありませんので、申し訳ないですけど、うちに帰ってじっくり考えて欲しいんですけど、いろいろ当然試してみる。これは、さっきの主体的態度のまず頑張るところです。頑張っただけじゃだめだっていうのが次のところです。100にならないんですね。試してみた事例から100になるかならないかを判断しなければなりません。思考・判断ですね。そのとき何をするか、これが非常に大切になります。どうですか100になりますか、なりませんか? 学部生4人いますのでたくさん当たります。どうですか100になりますか、どうですか。なりそうですか? ほんとは20分くらい解かないとわからないんですけど。

これずっと、組み合わせが書いてありますけど(図10)、これ見るだけでも気づくことがあります。数学って言うのは、やっぱり上手な見方があります。いろんな見方あるんですけど、例えばここで気づくことは、

**知識、考え方、取り組む態度がかかっている：
問題解決過程**

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9の数を必ず1回使う
 数を組み合わせて2桁の数をつくる
 例えば、 $21 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 63$
 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$

これらの条件のもと和を100にすることができるだろうか。

ポリア, G. (1954). いかにして問題を解くか. 丸善株式会社

図9.

和はどういう性質を持っていますか？和は100になるかですから、いろいろ試すと和が45, 63, 72, 90, 99, 108小学校の先生ぱっと思いつきますね。九九の9の段ってすぐわかります。そうすると、和は9の倍数かなっていう予想が生まれます。ひとつひとつ一生懸命計算して、答えを読み取って数学の知識を使って9の倍数じゃないかなって予想がつく。それだけで解けるかってそれだけじゃなかなか解けない、解けないですよ。

もうひとつ数学的な見方考え方、知識だけでなく、見方考え方が必要です。これ何かっていうと変わったところと変わらないところに着目する。数学の基本です。何が違って何が変わってないんだらう。そうすると、単に1から9まで足すと45の場合と、1と2を組み合わせた場合何が変わっているかっていうと、1が10になっただけで後は何も変わっていないんですね。前半の式の部分は。それで和が54に増えます。次に21にしてみたら今度は2が20になって、それ以外は変わってなくて、和が63になっている。そうするとだんだん気づいてくるのですが、変わったところと変わらないところをみると、変わったところだけを調べればいいってことだけわかってくる。変えたところ、変えて変わるのはどこか、次は、関数の考えですね。自分が変えたときにどう変わっていくんだっていう感覚が大切になってくる。1つの2桁の数を作ると10の位になった数から1の位の数を引くだけ和が増える。ですから2番、②のところをいうと、12でいったら1がなくなって10になっているわけですから10増えて、1がなくなるから1引いてくると10-1で。20になったら20増えて2がなくなってるから20-2になる。そうすると、だんだんわかってくる。さっき言った9の倍数に近づいてきますね。そうするとこの問題は解けてくる。要するに、10倍すると、もともとあった数ぶん減りますから、10倍したぶん増えるので、和はこの差の分だけ増えていきます。小学生でも結構考えられます。10からその数だけ引くだけです。9倍になっているっていうのは。だから、ずっと和は9の倍数になる45から9の倍数でしか増えていきませんので100にならないってことがきちんと証明できます。

この問題の解決過程を考えてみますと、どうなるかっていうと、粘り強く、まず書かないといけない。計算して。でも粘り強くやるだけじゃ何も起こらない。9の倍数の知識が必要になってくる。和を観察すると。でもそれで解けるかっていったら簡単にはいかない。一方で数学的な考え方があるって式を観察し、変わったところと変わらないところに着目する。それから独立変数、従属変数。何を変えたら何が変わったか、どのような関係があるかを改めて見直す。そういう思考がない限りこの問題は解けません。ですから、主体的な態度っていつても、頑張ろうって態度だけでは何も起こらない。問題を解くとかいろんなことをやっていこうとしたときに、大切なことはやっぱり知識も必要だし考え方もあるし粘り強くやることも必要です。その三つがうまく重なったときに初めて上手いく。学校教育を考える評価とか目標を考えるときに、この三つの柱が複雑に入り混じってるのが現実だということです。逆に複雑に入り混じった問題を解かせない限りですね、そういう力はつかない。ですから、赤いところ(図12)の数学的な見方考え方がちゃんと身につかない限り、考える態度、その主体的な態度は上手く発揮できません。そここのところは、どの教科でも共通にでてくることかと思えます。

100はつくれるのだろうか：観察してみる その1

- $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$
- $21+3+4+5+6+7+8+9=63$
- $31+2+4+5+6+7+8+9=72$
- $31+24+5+6+7+8+9=90$
- $1+3+24+6+5+7+8+9=108$
- $13+2+4+6+5+7+8+9=99$

和はすべて9の倍数であることに気づく、いつも9の倍数になれば100にはならない。
 和はいつも9の倍数になるのだろうか？

図10.

100はつくれるのだろうか：観察してみる その2

- ① $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$
- ② $12+3+4+5+6+7+8+9=54$
- ③ $21+3+4+5+6+7+8+9=63$
- ④ $31+2+4+5+6+7+8+9=72$

変わったところと変わらないところに着目する
 ①と②では、1が10になって和が45から54となった
 ①と③では、3が30になって和が45から72となった
 ④も同じ

変えたところと変わったところ
 ひとつ2桁の数をつくと、十の位になった数から一の位の数を引くだけ和が増える $20-2$

図11.

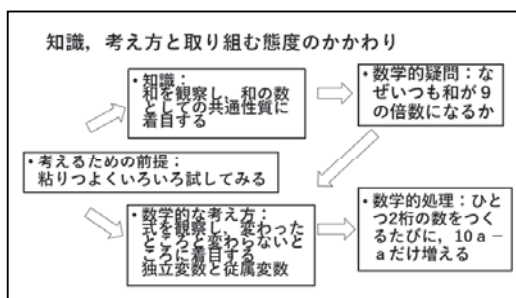


図12.

実際ポリアによる解決をみると、ポリアはもっと賢くですね10の位を表す和を t とする。1の位は $45-t$ 。 t って文字を数の集合として扱っている。解決を $10t+(45-t)=100$, $t=55/9$ と書いている。これ非常にレベルの高い解法ですね。なかなかこういう解決はできません。一番いい解決はこういう解決になります。ぜひあのみなさん一回自宅で解いてみてほしいと思います。

和が100になるかという問題を示したポリアという人は何を言っているかという、この問題を通してですね、数学では、さっき言った粘り強くやるにはですね、知的勇気と知的正直さと、賢明な自制とこの三つが大事だとポリアは言うんです(図13)。数学では非常に大切だと思うんです。

「われわれの考えのどの一つでも喜んで修正する用意がなければならない。」これは、考えを見つけたときに9の倍数になるかならないか、100になるかならないか。それをやっぱりいつでも修正できるように持っているべきだ。次は「考えを修正すべきのつびきならない理由がある場合には、それを修正すべきである。」どうしても考えを変えなさいいけない理由があるときだけ、考えを変える。理由がない限り絶対に考えを変えない。賢明な自制のある人はそうしますね、「十分な理由もないのに考えを修正すべきではない」。ですから数学でこの考えを持ってないと上手くやれない。こういう態度も一緒に育てていかないと上手くやれないということがわかります。

3. 評価を助ける視点

(1) 予想される反応と予想される考えるプロセス

授業にどうやって評価を取り入れていくのかという問題があります。授業における評価のイメージはこういう感じですよ(図14)。イメージですので、だいたいこうなっているよってことです。問題提示、自力解決、話し合い、まとめと授業の流れがある時に、それぞれの場面でフィードバックする場がありますし、それが次の活動にフィードバックすることもありますし、カリキュラムにフィードバックすることもある。こういう事が常にあるってことが授業における評価のイメージです。

実際、どういったものがあるかという、一つ大切なことは、何を観察において想定するのか、というのが大切なんです。分数の割り算の問題、分数の割り算はなぜ、分数、逆数をかけるのか、っていう難しい問題が出てきます。難しいですよ。今の指導法はどうかって言うと「分数の乗法はできるようになった。分数の除法をできるようにしたい。どのように計算すればよいか。」というのが今算数教育で一番大切にされている問題の設定の仕方です。なぜかっていうと、「なぜ割る数の逆数をかけるのか?」っていう場合はそういう指導をしようと思ったら、分数の計算方法を示さなければいけないですね。ひっくり返してかけますけれど、どうやってひっくり返してかけるのかということを考えることになるのですよ。ところが分数の乗法はできるようになった、分数の除法をできるようにしたい。という問題設定をすると、分数の除法の仕方が提示されていない。そこを考えるっていう課題に変わる。主体的に関わることになってきます。なぜひっくり返してかけるのかとい

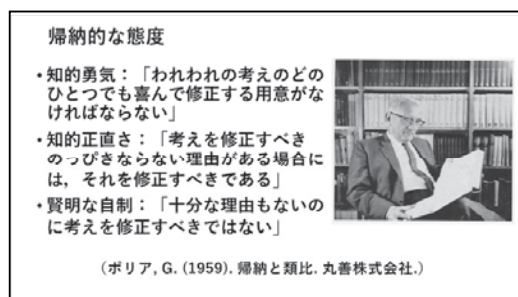


図13.

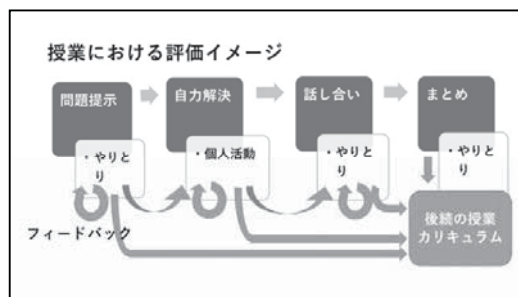


図14.

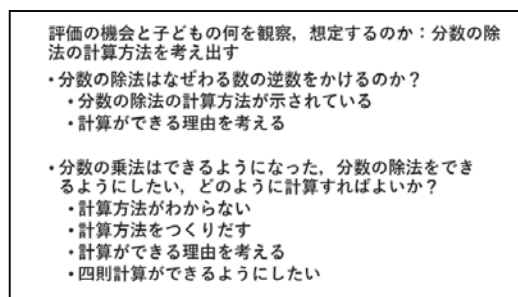


図15.

うことを考えるだけだと、その方法を考えるなんていう思考は起こらないわけで、非常に損になる。(図15の) 下のほうの問題設定をすると、計算方法がわからないので計算方法を作り出すという方向にも行くし、そこで自然になぜそうになっているのかっていう理由が出てくる。大きな目標として四則計算ができるようにしたい。数学教育の目標を持って活動することができる。ですから今回の学習指導要領で評価をしようと思ったからこういう活動を設定しない限り、思考活動の評価はできないと思います。従来の何々はなぜかって聞いている指導法だと上手くいかなくて、最初から数学を作っていくってなぜかって考えるような指導法を考えないと主体的なにかかわる評価はできません。

まず、教科書で見ていこうと思うんですけど、分数の乗法ってのは既習事項で分子同士分母同士をかけますね。そうすると分数の除法ってのは当然ここから考えます。ひっくり返してかけるなんてどこにも出てこないですよ。自然な流れだと。だから分子同士分母同士割る。当然ですよ。これご存知の方いらっしゃいますか？どのくらいいらっしゃいますか。知っている方はいらっしゃらないですね。これはいい問題になりますね。

$8/15 \div 4/5$ 。分子同士分母同士割ります。どうですか。答えはありますか？(学生に質問)

「はい、あります。」(学生) どうやって確かめます？商があるかを(学生に質問)「ひっくり返してかける。」(学生) ひっくり返してかけるね。それは知っているからね。ひっくり返してかける。それ反則ですね。はい、どうします？ひっくり返さないで。既習事項を使うと？(学生に質問)

「 $4/5$ かける」(学生) うん。 $4/5$ かける？「 $2/3$ 」(学生)

分数の割り算だって掛け算の逆算という関係はたもっていますから、商に除数をかけると被除数に戻るかということです。確かめると、確かに商は正しいですね。しかし、分数の割り算をしようとするときに、分子同士分母同士割るという手続きは役に立ちますか？当然そういう問題が起こってくる。

この後ですね。ここで何を考えるかですね。ここが主体的に数学に関わるかどうかの第一のポイントです。ここで評価をします。「じゃこの後に何をしますか」って聞かないといけない。そうすると当然これが出てこないといけない。別の例で確かめてみるということが。だって一つの例しかやってないですから。数学は一般的に成り立つかと発想しますから、ここで主体的活動として別の例で確かめてみるっていう数学的思考が必要になってくる。その背景には一般的に成り立つかどうかっていう思考が働いている。そこを育ててあげない限り小学校の算数だって中学校の数学だって高校の数学だって成立しない。ここを考えると、他の例を二個三個用意しておかないと。それでいつでも大丈夫ですかっていう準備をしておくことによってそこができるようになるし、ここでそれができるようになったかの評価ができます。で、じゃあ、別の例ってどういう数値でやりますか？さ、また学部生に行きます。4人しかいませんから今日は大変ですね。(学生に質問)

「どちらかが割り切れない」(学生)。具体的には？「 $8/6 \div 2/5$ 」(学生) $8/6 \div 2/5$ 。他はどうでしょう。周ってきました。「 $2/3 \div 3/2$ 」(学生) $2/3 \div 3/2$ 。はい。「 $5/7 \div 2/3$ 」(学生) $5/7 \div 2/3$ 。後一人行

本当に正しいのか：分数の除法

- ・分数の除法の計算方法を考えたい

$8/15 \div 4/5$

分数に分数をかける計算は、 $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$
分母どうし、分子どうしをかけます。

知っていること、
分数の乗法の方法：「分子どうし、分母どうしをかける」
これから考えると
分数の除法の方法：「分子どうし、分母どうしをわる」

図16.

分子どうし、分母どうしをわってみる

- ・ $8/15 \div 4/5 = (8 \div 4) / (15 \div 5) = 2/3$
- ・商は正しいのか？
 $2/3 \times 4/5 = 2 \times 4 / 3 \times 5$
- ・商と割る数をかけると割られる数になっているので、商は正しい
- ・では、次に何をすべきですか？
 - ・別の例で確かめてみる
 - ・別の例を具体的な数で示してみてください

図17.

主体的に取り組むための数学的な見方・考え方

- ・一般的に成り立つか？
- ・いままでの方法を生かしたい：分母どうし、分子どうしかける
- ・思いついた方法がなんとか生かせないか：分母どうし分子どうしかける
- ・分数について学んだことを生かした工夫ができないか：分子と分母に同じ数をかけても分数の大きさは変わらない

図18.

きましょう。全員行ききましょう。「 $1/9 \div 1/2$ 」(学生) $1/9 \div 1/2$ 。はい。先生方、この解答を見てどう評価しますか。評価の仕方ですが。実際計算してみますとですね。 $6 \div 5$ は？ $8 \div 2$ は？ 小数に直すと？ 計算すると？ (学生に質問)「 $4/1.2$ 」(学生) $4/1.2$ 。これは？「 $2.5/2.3333$ 」(学生) これは？「 $1/4.5$ 」(学生)となる。

これらを見て、これらをどう評価するかが肝心で、今までの授業の指導案には、これは書いてあります。ところが、この式を考えた人たちが何を考えているかはあんまり指導案には書かれないのです。何を考えてこれらを出したか。そこが評価のポイントになってくる。授業を上手くやろうと思ったら、考えさせようと思ったら、どれが出たかっていうより何を考えているんだろうと。この人は何を考えたんでしようということを、明確にすることが大切になります。

少なくとも、われわれこれ一般的に成り立つかどうかを調べたいと考えるならば、全部互いに素なものが必要となります。数学の得意な人なら。例えば、こういうのを考える ($5/12 \div 3/7$ を板書)。要するに分子も分母も割り切れない小数になるものを考える。こういうときが一番困るわけです。この場合 ($4/1.2$) はどうなっているかっていうと、これを10倍してしまえば ($4/1.2 = 40/12$)、できちゃうんですね。この場合 ($5/7 \div 2/3$) だとできない ($5/7 \div 2/3 = 2.5/2.333\dots$)。ここで確かめたい数値の例をあげた人たちが何を思考しているか。数学の観点から言うと、どういう数値が上げられるかによってその人が一般化するときに何が困るかがわかっているのかが見えてくる。指導案には予想される反応っていうのを挙げるのだけど、それがどう思考しているかをちゃんと考えることでのみ考える過程を評価することにつながります。主体的活動とか数学的な考え方を評価しようと思ったらそのところを想像しない限り上手くいかない。そうすると、なるべくこういうのが出てくると (有限小数になる場合) スムースに活動が展開できるわけです。なぜかということ10倍するっていうアイデアがありますよね。このアイデアは後に使えるんですね。これ $5/12 \div 3/7$ を上手く計算しようとするとうなるかって話して使えます。これを計算していきたいんです。子どもの発想を生かして。分子同士、分母同士。どうやったらこの計算を生かしてあげられるのか。

($5/12 \div 3/7$ について、まず) $5 \div 3$ でいきたいんですがどうすればいいですか。思いつきますか？ $5 \div 3$ 小数にしたくない。3で割るんだから3かけとけばいいんですね。当然分母にも3かけときます。そうすると7で割ると困るから当然分子分母7をかけときます。当然分子に7をかけないといけない。でこうやってやるとすって消えますけど、ひっくり返してかけるってことがちゃんと出てくる。こうするとひっくり返してかけることが自然に導かれる。ですからこのときに重要なのは分子分母に同じ数をかけるってことですから、それをここでやっておくわけです。だから授業で組もうと思ったら、これが出ることを意図的にやる先生がいるかもしれません。ここでやっておけばここで思いつきますので。そういう仕掛けは先生方が準備しておいてください。

授業で子どもの考えを評価するってことは、今の指導案の中では予想される反応が重要だって言われるのだけど、そのレベルでなくて、予想される反応の解決を並べるレベルじゃなくて、その背景にあるのが何かを指導案に書けると、授業構成や教師の側の想定ができやすくなる。授業中に不思議な反応が出たときも、対応できるかどうかは、子どもの考えていることを想定できるかどうかが決定的であると思います。一般的に成り立つかっていうそういう思考が起こるようにやっていく。あそこでそういうふうになんか数値が出たときにですね、どう考えるか、と見ることができ。こういう数学的な見方考え方の流れの中で、上手くできているかということの評価していくためにはさっき言ったような表面的な解決の予測ではなく、そこにどういふ思考が起こっているのかということのをちゃんと想像するということです。

簡単にまとめると、「既習事項から子どもの解決方法を予想する」ことは当然やらなければいけない。さらに、「既習事項から子どもが考えている過程を想定する」、ちゃんと想定する。このときに、もっと難しいのは、子どもがそれをどう表現するのかを予想することが非常に難しい。その想定がなかなかできないんですけど、逆に言えばこれは授業中に出たものはこれだって捕まえられる

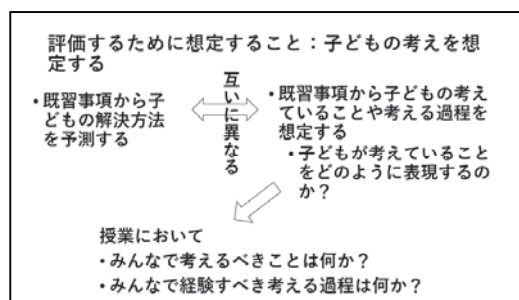


図19.

かどうかなのです。子どもの思った事をぱっとしゃべることを捕まえられるかどうかです。それが非常に肝心なことになります。で、単なる子どもの反応の予測だと授業においてどうすべきかがなかなか想像できませんけど、背景にある子どもの考え方やどこまでわかっているかってことを予想するようにすると、次に打つ手立が自然に出てくる。ですから授業中の評価に大切なことは子どもが何をどこまで考えているかってことをですね、数学にある表現レベルのその、もう一步背後にあるものちゃんと想定することが非常に大切になってきます。

(2) 数学教育の理論

観察するときに便利な概念ということで、私上越にいるときに地学の先生がいて教えてもらったんですけど、地層ってのはすごいんだよねっておっしゃって。なんですごいんですかって言ったら、下にあるほうが古いて概念、それによっていろんな科学が一気に進化した。ですから観察する一つの非常に大切なものを見方を地層という概念は伝えているわけですね。そういうことが、数学の授業でもあるかどうかってことなんです、数学教育の理論にもそういうのがあって、これは一般にある状況において相互行為をしながら本人にとって意味のあるものを作り出し、維持、修正する。こういうものを見方が必要になってくる。どういう事かって言うと、別な、もうちょっと簡単な言い方をすると、言葉の意味は辞書的ではなく、関係において作られる。子どものしゃべっている言葉が辞書通りにわれわれが理解しても上手くいかない。ここの例でいくと子どものしゃべっている言葉が、こういう数値がですね背景にあるものが何かってことを想像する必要があるので。見た目では受け取っちゃいけないってことです。

もう一つはですね、見えるものの意味づけはですね、文化や伝統の影響を受けている。これは何かって言うと、前の時間の影響を完全に受けている。単純に言うと、前の時間先生の授業やこの一年間の授業、半年間の授業を受けてその考え方が出てきている。そういう見方をしたい方はガーゲンって方の「現実はいつも対話から生まれる」って最近翻訳が出まして、これ非常に入門書でわかりやすい本ですので、これ買って読まれると結構おもしろいです。簡単にこのアイデアがきちんと書かれています。

もう一つですね観察で役立つことは、まあこれは当たり前ですけど教材の理解。子どもなりの思考や理解が存在することへの理解。さっきのことと非常に近いんですけど、子どもなりの思考がある、要するに子どもをよく知ることと、それから数学の教材、算数の教材を良く理解すること。両方がないと、子どもの観察はできないということ。もう一つはですね、数学教育の理論がよく使われます。そういうものを知っているとやっぱり便利です。後から一つ紹介しますけど、そういう理論少しずつなにかで見たり、読まれてみるといいと思います。もう一つすぐできることは、考えるときに、子どもの持っている前提でちゃんと思考すること。勝手にこっちの前提で思考しない。子どもの既習事項をちゃんと並べてその思考からここまで来るかどうかをちゃんと思考する。これなかなか簡単じゃありません。後はさっき言った子どものできていることに着目する。こういう見方が大前提になってですね。

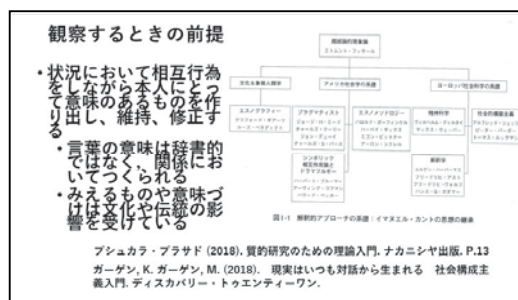


図20.

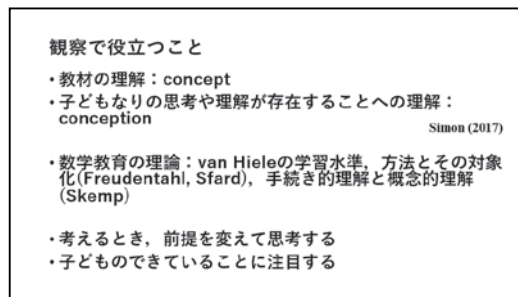


図21.

4. 授業における評価の事例

(1) 授業での子どもの評価の基本的な見方

具体的な事例を持ってきましたので、それについて少し考えていきたいと思います。六つ、七つの事例を持ってきました。そのプリントとちょっと順番変わるところありますが、まず、立式の場面の評価の基本的な見方、実際授業でどうなっているかっていうのを見ていきたいと思います。

ある小学校の1年生の授業です。ちょうど7月5日ですので、足し算引き算の概念は既習です。基本的な10以下の足し算引き算はできている。この授業は、10から引くって場面ですね。この授業で出されたのは、写真の端に、かわいらしいかえる君が見えていますね。このかえる君が出てきてですね、あの最初10個あります。4個食べました。何個残りますかってお話しします。子どもたち大喜びです。かえる君がかわいらしいですからね、先生はかえる君が、4個食べましたって話しました。これがここに書いてありますね。10個ありましたって紙貼るんですね。何個残ります

かってこうやって問題を提示する。子どもに渡されたプリントはどんなプリントかって言うと、ここに書いてあります(図24)。式、答え、上の図があって、右の矢印があって式と答えを書きなさいって。この授業、評価するとしたらどうですか。小学校1年生の目標を考えてみます。幼稚園では話し言葉で理解する。話し言葉で伝えることが基本です。小学校は書き言葉に変わります。書き言葉での理解ができるようになることです。そうすると、この先生のやっていることは、実は黒板に一言も問題は書き言葉で書いていません。かえるさんがしゃべっているだけです。ということは幼稚園レベルの問題の提示をしている。ということは、この授業は小学校の目標のところからずれてしまっていて、小学校の目標に従って適切に評価することができない。

さらにこう見ていくと、このプリントを見ると、「引く」の矢印があります。これは最初に引き算のところでちゃんとこういうのを指導しているはずですが、子どもがその矢印をみて、引き算をすると反応すると思います。ということは、子どもはこの問題で何を考えたんでしょうか。今まで教えられた事をそのままやったのみです。子どもの考えるチャンスがどこにも用意されていない。ですからさっき言った教材への理解と小学校1年生の知識や考え方は何かという理解と子どもの実態が十分に検討されていません。子どもたちの答えがそこに出ています。書かれた図をみて数えればわかるのですから。だからこの授業何を教えているのか。残念ながら1時間無駄になってしまう可能性があります。ちょっと厳しいですが、そういう授業です。ですから、まず授業自体がちゃんと行われなければ、子どもの評価はできません。

教科書を見てもこんな展開になっています。教科書自体もだんだん言葉が入ってきていますね。最初残りは何匹になりますかって一文で絵があって。次は5こあります。3個飛んでいき残りは何個になりますか。 $5 - 3 = 2$ って。最後を言葉で表現する。教科書自体もちゃんとこういう順番に沿っています。一般にですね、こういう順番で問題を出していくと評価はできないですね、逆順的に出していかないと子どもの思考は評価できないです。最初これやってできないからこれにするんですね。できないからこれにするんです。

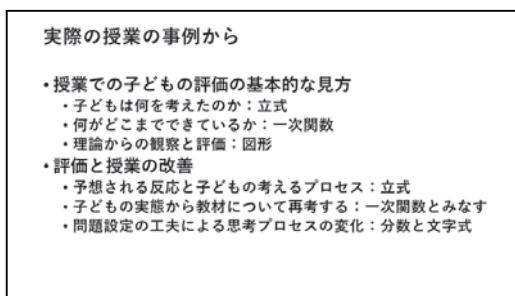


図22.



図23.

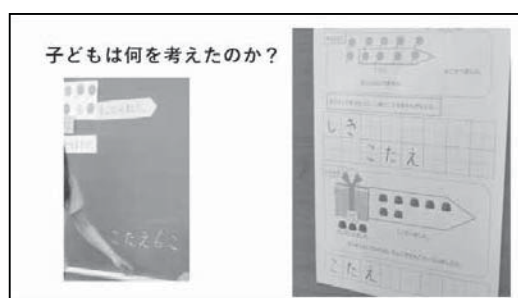


図24.

最初からこれやって、こっちいってこっちいっても何ができないか全然わからない。何ができるかも全然わからない。ですから授業で問題提示するときに、よく最近多いんですけど、準備をして準備をしてやらられる先生いらっしゃるんですけど、そうじゃなくて、一番難しいところを出しておいて、できなかったら次、できなかったら次っていうようにすると、どこまでできていたかという評価ができる。子どもがつまづかないように先に先にと手立てを打つ授業というのは、さっき言ったようにもとの授業の目標もずれていますし、思考も刺激していないというあまり望ましくない授業です。もちろん、適切な評価もできません。

次は中学校の授業です。お話ししたいことは、単純に誤答とは見ないということですけど、一次関数の学習のなかで、 $y=2x+3$ のグラフを書きましょうって言う非常に単純な問題の示された授業です。習熟度別で数学が苦手な子どもの様子です。習熟度別って本当はあんまりよくないんですけど。二人とも $y=2x$ はちゃんと書けているんです。表は、 $y=2x+3$ になると不思議なことが起こったんです。

よく見ていただければ、皆さんのプリントで見えますかね、こっちの子どもはえっとここここも合っている。ここも合っている。ここだけ違っているんですね。0のとき0になっちゃうんですね。後は合っていますね。2ずつちゃんと増えていく。こっちの子どもはどうなっているかという、0は0で同じように間違っていて、こっち側はあっていて、こっちおんなじ様に書きちゃった。 $-9, -7, -5$ 。じゃあこの子どもたちは、間違っているって言っちゃったら終わりですよ。さっき言ったようにできているところを見ないといけない。じゃあ何ができていかという、こっちの子どもは、0のとき以外はちゃんとできているわけですね。でも何で0にしたのかっていうとそこを考えてあげると、だって比例の $y=2x$ で0は0だったんですよ。そう教えられてるんです。その通りにやっている。こっちの子どもだってそうです。0は0でその通りやって、こっち計算してこっちを書けるってのは比例のときに教わっているんですね。 $y=ax$ のときに。だからその通り先生の言ったとおりに思考する。これがさっきお話しした歴史が影響するっていうことです。前の授業が影響している状態が、だからそういう評価をしないとけない。子どもが何もできないんじゃないで、この子は代入しなくてもいいという方法を教わったからそれを上手く利用して考えている。それを利用してしっかりやっているわけです。ですからそこに気づかせないとけない、そういう授業を本当はしないとけない。単純に間違っているからやり直しなさいだけだと、子どもは自分の考えたことからはじめて考える機会を得られません。

実際にやってみると、このグラフ、グラフ描き始めると点をプロットできますから、これですぐ自分のおかしいだろってすぐ気づきますよね。例えばさっきの子であれば、ちょっとこれだけ変だよな。何でだろ。そうやって自分の間違っていることにかかわることができます。そして自分で考える機会が生まれます。ここ違っていますよ、やりなさいよじゃなくて、こうやってあげるとその子が考えるっていう機会もできますし、その思考を評価することもできる。ここで考えられるかも評価できるわけですから。こっちの子だって何か途中でぶつからない

ですよ。不思議ですよ。どこが違うんだって言われると、こっちの方がちょっと重症ですから、ちょっと大変ですけど、一個一個ずつちゃんとやってあげていく。やってあげることが非常に大切になってきます。子どものこういう典型的な誤答ってというのは、必ず歴史を背負っています。勝手にやっているわけじゃない、わかってないからやっているんじゃないで、今までやったことの何かを生かしてやっているんです。そこをちゃんと読み取ってあげて、修正する力をつけてあげる。これが大切です。

もう一つは van Hieleの学習水準論というものの見方です。これご存知の方いらっしゃいますか？これ

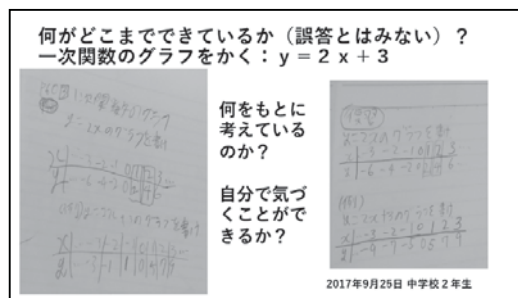


図25.

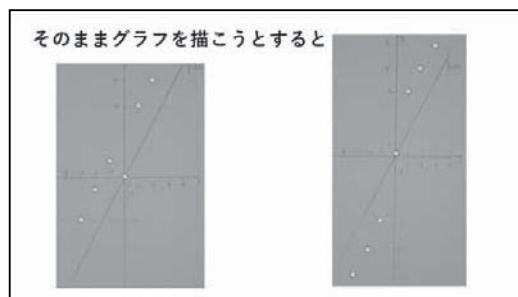


図26.

ひあの小学校、中学校の先生は数学を教える場合は非知っというて欲しいんですけど、ものを認識している水準があるって言うんです。思考のレベルが違ってくるっていう話しなんですけど、どこかという、例えば、小学校1,2年生はですね、形を捉えるんですけど、ものを見て、形で名づけていくのです。例えばドアを見て、窓を見てあそこは四角だなあとか。四角って言葉で見たものを定義する。それが具体物を図形で見るということです。第一水準。2年生以降小学校では、図形を性質で見えます。二等辺三角形ってのは二辺の長さが等しい三角形。でそれが理解できるのが第2水準です。

例えばですね、二辺の長さこれとこれは等しい。まあこういう二等辺三角形3つあったときにですね、最初は見かけで見ますので小学生は、三角形と見ますとこれが平べったい、平べったい三角形になります。こっちが尖った三角形に見える。異なる三角形としてみています。でも性質でちゃんと見だすとどれも同じ二等辺三角形だとわかります。それが性質で見る思考です。ですから見た目で見た後性質で見る。小学校ではそれがちゃんとできるようにしていく。性質で見るようにという意識をちゃんと持って指導するのが非常に大切です。

小学校1年生の授業で、ある先生がですね、こう四角の綺麗な黒の紙にですね、こう三角形と四角形を書く(図28)。子どもたちで非常におもしろいですね。この、これは何でしょうって教師が聞いたんですね。1年生ですから、具体物を図形として捉える段階ですので、具体的な紙に貼られた真ん中の三角形ですけど、大人はこれ三角形と見る。これ四角形と見る。子どもはそう見えないんですね。第1水準の子どもは。第1水準に到達した子どもは、どう見るか。これ七角形です。これ八角形です。後ろにあるものの形も形として一緒に捉えちゃう。

その授業大混乱しちゃって終わっちゃったんですけど、その先生がこれを知っていれば大混乱しないんです。あ、そうかこれはまずかったんだって思い切ってこの後ろのこの黒い紙をはがして、中だけ見せる。そうすると対応ができる。これは理論を知っているかどうかで決まってくる。ですから子どもの認識がそういう状況にあるってことを知っていれば、ちゃんと評価もできますし、そこを助けるような指導法も出てきます。

これは4年生なので第2水準のレベルです。図形を性質で捉える時期なんですけど、例えば、ひし形の性質、対角線の性質とかひし形の性質を学習する時間に、子どもたちこんな反応がありました。子どもたちどんなことに気づいていってかというんですけど、「交わっているところが直角です。」まあ、これはそうですね。これはいいんですけど、「対角線の長さは等しいけど、ひし形は横は、横は縦の2つ分だ」ってしゃべったんですね。これ何を言っているんでしょうね。対角線の長さは等しいけど、ひし形は縦は、あ、横は縦の2つ分だった。ここ

にある図を見るとですね、②の方ですけど、確かに対角線縦横見ると縦は目盛一つ分で横は目盛二つ分、ちょうど2倍になっている。その子どもは、目の前にある図形を見てひし形の図形の性質についてじっくり考えた。その下の子どもはですね、正方形とひし形だけかわからないけど、4つの三角形の形は同じ。これすごいんですね。何がすごいかっていうと、正方形とひし形だけじゃないですよ、考えていること。他にも、平行四辺形、台形など違う図形も扱いますので、そういうものを想定し、同じ性質があるかを考えている。と

van Hieleの学習水準論：ひとつの見方

水準	1	2	3	4
対象	具体物	図形	性質	命題
方法	図形	性質	命題	論理

- 第2水準：図形を性質としてとらえる
- 第1水準：具体物を図形としてとらえる

中原忠男(2000).算数・数学科重要用語300の基礎知識.東洋館, p.26

図27.

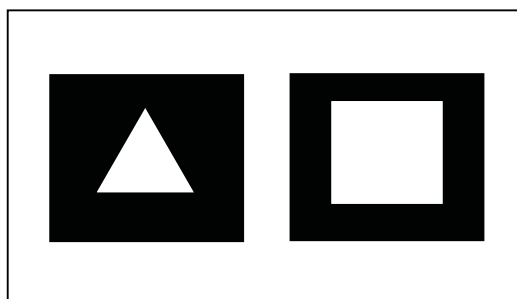


図28.

4年生の授業中の反応から

- ①「交わっているところが直角です」
- ②「対角線の長さは等しいけど、ひし形は横は縦の2つ分だった」
- ③「正方形とひし形だけかわからないけど、4つの三角形のかたちが同じ」
- ④「正方形はこの三角定規(45度, 45度, 90度)が4個集まったかたちで、ひし形はこの三角定規(30度, 60度, 90度)が4個集まったかたち」

2018年7月5日 小学校4年生

図29.

いうことは、2番の子と3番の子とでは全然思考のレベルが違うってことなんです。これらの子が同時に授業を受けている。その思考のレベルが違うってことが先生がちゃんと評価できるかどうかだし、そこに対する適切に対応できることが授業の中で非常に重要になってきます。

他のひし形で考えてみるってことを当然やらないといけない。これが他の子どもから出てくると、「他のひし形でも確かめなきゃいけないよね」と出てくると、少しずつわかっているって評価ができますし、これが子どもから出てこなければ先生から言うしかありませんけど、そのときは図形を一般的な性質で捉えるって見方がまだ育ってないなってこととなる。そしてそれに対する指導をしていく。

例えば、4個集まった形もありますけど、これは④の正方形は三角定規が4個集まった形で、ひし形は三角定規が4個集まった形。一般的にひし形はこうじゃありませんが、思いつく価値があります。今度は逆にですね、非常に直感的に正方形あるいはひし形を捉えることになる。そういうよさを持っています。常に性質ばかりで考えるのではなく、小学校の場合はこういった直観的なことと性質をあわせて進めていくことも大切です。一方で図形を形で捉えるレベルをちゃんと耕しながら、性質で捉えることの両方バランスをとりながらやっていくことが教師のスキルとして大切です。子どもの反応からどういうことを考えているのか、どういうレベルで考えているのかを見極めることが非常に大切になってきます。ついでにですね、これ、どういう形になるかみなさんご存知ですか？三角定規、この三角形こうやって二つ組み合わせるとこれ何、どういう形かわかります？(学生に質問)

「二等辺三角形」(学生)二等辺三角形。うん。正しい答えですね、二等辺三角形は。これ二等辺三角形よりもっと厳しい条件を満たしています。(学生に質問)「じゃ、正三角形」(学生)。正三角形。さすが数学科ですね。もっと厳しい条件って言うだけですぐ正三角形って言いますね。それはもう集合関係が全部わかっているんですね。これ正三角形なんですよ。実はあんまり多くの人はずぐには気づきません。それで直感にみるものの見方から、性質を見ているんですね。そういう事が非常に大切だという事です。

もう一つはですね、子どもの表現を教師が捉えられるかどうか。子どもの考えることが非常に捉えることが難しいと先ほどお話ししましたが、その典型的な例です。つい最近、12月13日に学芸大生が実施した授業です。子どもが12人でかくれんぼをしています。いさむさんが鬼です。いさむさんは5人見つけました。まだ何人隠れていますか。1年生には非常に難しい問題です。この問題は尋常小学算術って昭和10年代の教科書に出ています(図32)。予想される子どもの反応は当然 $12 - 5 = 7$ っていうものと、文章にある式だけで数値だけ抜き出して、引き算するだけの簡単な考え方で、後もう一つはちゃんと状況を考えて立式して $12 - 1 - 5$ 、鬼のぶんをちゃんと引いて、残りを見つけた、という予想したわけですね。実際どういう授業展開されたかという子ども

の典型的な解答はやっぱり $12 - 5$ は、当然たくさん出ているんです。このクラス32人くらいいましたけど4人だけがちゃんとできていました。後の残り28人はこの解答です。授業者はしめたって思いますね。中には10と2に分けて10からとって $10 - 5$ って計算の手続きを説明する子も当然います。あと一人これは上手く

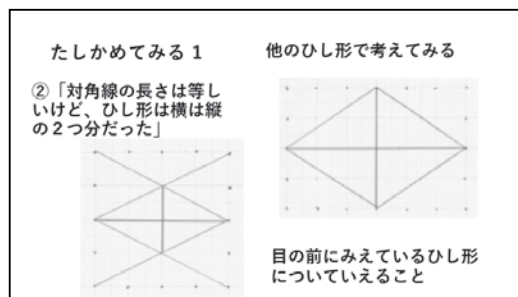


図30.

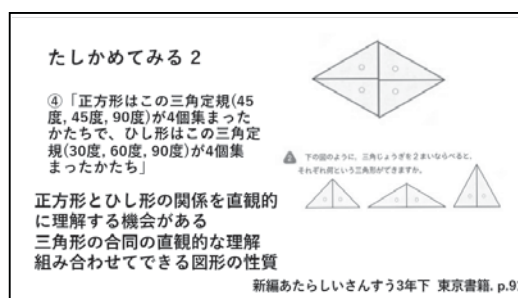


図31.

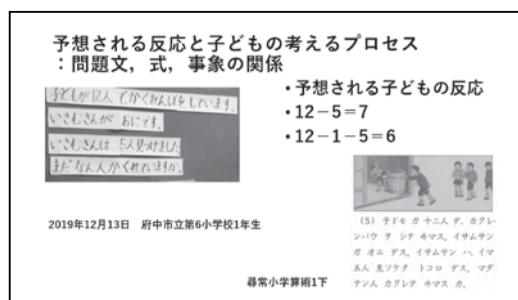


図32.

いった子は12人のうち1人鬼だから、だから11人隠れていると思いました。どうしてかという、12人で遊んでいるので1人だけ鬼がだからです。これちゃんと鬼を考慮した思考をしている子は何人かいる。ところが見てわかる通り式になってないですね。授業では実はこの式とこの式でやってほんとはどっちだろってやって、子どもたちを教室の前に並べるんですね。12人。1人鬼ですってちゃんとやって。こっちが正しいことを調べてまとめは鬼を引くって先生書きちゃうんですね。皆さん笑っていますけど、これ肝心なことを忘れた失敗の授業ですよ。何を失敗してるか。想像つきますか。その後、16人でおにごっこをしています。僕が鬼で7人捕まえましたって問題をやったときにですね、「式と答えが違って困る」って子が出てきてしまいました。非常に賢いですね。この意味わかりますか？式と答えが違ってしまう。この言葉をキャッチできるかどうかを授業を評価して、改善できるかどうかにかかわってきます。今まで学習してきた式っていうのは問題文にある数値だけで立式します。しかし引く1が問題文のなかにないから式 $16-7$ となって、答えは8になるから、式と答えが違うんですよ。絵に描きますから、答えはちゃんとわかるんです。だから子どもの正直な理解ってのは式と答えが違ってしまいます。ここがほんとうに重要な場所なんですね。

他方で、授業の評価としては、この言葉が出させた授業は非常によい授業ですね。これがこの問題文から生ずる子どもにとっての本当の課題です。

この子どもの一言が出るような十分な準備をしなきゃいけない。そしてこれへの対応をきちんと想定することが大切です。授業の評価はほんとに子どもの反応を見て適切な反応がみられたかどうか、できていたかできてなかったかじゃないんですね。

子どもが何を問題として捉えたか、それをどう考えて解決したか。両方ありますので、その両方をちゃんと見てですね、授業を評価して次の授業につなげていく。この一言「式と答えが違って困る」を教師が捉えなかったら、次の授業を適切に展開できないと思います。そういう言葉を教師はキャッチできる必要があります。反応予測だけじゃなくて、反応の予測を形式的にするじゃなくて、考えたときに何かでてくる疑問とかがどういう形で出てくるのか。これを想定することが非常に大切になります。

次は、一次関数とみなすという中学校の授業です。富士山の6合目の気温を予測し、服装を考えよう、っていう問題です。中学生が富士山の6合目まで行くんですね。その時の6合目の気温をもとに、準備する服装を考えようという問題です。データは何があるかっていうと、

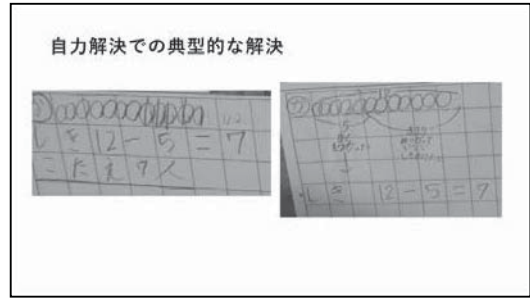


図33.

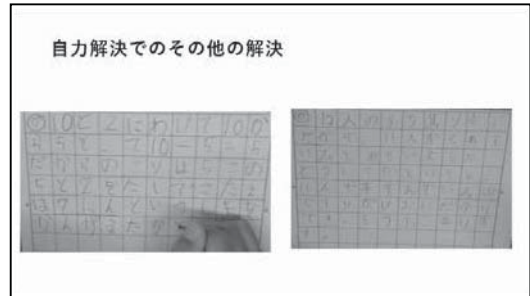


図34.

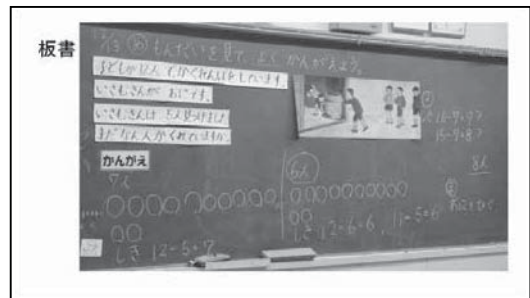


図35.

子どもの考えの現れ：解決の予測と考える過程の予測は異なる

- ・「式と、答えがちがってしまふ」
- ・答え 8人
- ・式 $16-7$
- ・ $16-7=9$

図36.

提示されたデータ

- ・甲府
- ・勝沼
- ・古閑
- ・河口湖
- ・山中湖
- ・富士山頂

図37.

山中湖と河口湖と甲府市などの富士山周辺の気温と、あと富士山頂のデータがあります。気象庁に毎日です。

示されたデータで実際にグラフを書いてみると、このあたりに固まっているのが山中湖とか河口湖とか甲府市のあたりのデータです(図38)。これが富士山頂の気温で、これを結んでこの6合目の気温を予測しようという問題なんです。一次関数とみなすってことが非常に大切なんですけど、これがなかなか子どもにはできない。

なぜかという小学校での比例とみなすってことは速さを考えるとき、時間と距離は比例していると仮定する。今度これ一次関数とみなすのはばらつきのあるデータで、標高と気温の関係を一次関数と仮定するって言うのはちょっとイメージ違う。子どもの様子としてそれがどのように現れるかって言うと、点を描いて、直線を引いては消す。次は何やるかっていうと、点がたくさんあるとして、このように定規を何度もいろいろに当てて困っている(図39)。

考えてみると、一次関数の学習では、一直線上に並んだ点か、2点を結んだ経験しかない。そのため、困って、どうしようもなくなっちゃうんですね。しかし、とりあえず適当な両端の二点を結ぶことをした子どもがいます。これは非常に賢いですね。適当に二点を結ぶ。今までが二点だから。

授業者からすると3点を通りバランスよく引くことを期待していた。これは最小二乗法をわかっているからこのやり方が出るのであって、中学校で教えませんのでこれを最初に取り上げても意味ないですよ。既習事項からちゃんとやっているのは両端の二点を結ぶことです(図40)。これを取り上げるべきだし、そこを見て、ここから何かできないかっていう授業を設計できる。ですから授業で子どもたちのどの解決を取り上げていくかっていうのは評価と授業の改善です。子どものばらばらの反応で、それぞれに困っている状況をどうやって整理するか。そのときにやっぱり二点を結ぶといういままでの基本的な知識を使ってやっているのを大切にします。そうするとさっきも示したようにですね、一番上と一番下で間を全部調べて、それぞれの式を求めてみる。それらの間でどれもある程度近い温度の予想ができる。または、ある範囲で温度が予想できることに気づく。そして適当に真ん中あたりをねらって引いた直線での予想もなかなかよいことがわかる。そしてそこから最小二乗法のような発想につなげる可能性がでてきます。授業の評価では、要するに子どもの持っている知識、子どもの持っている知識から考えたことを次につなげられるかどうかをちゃんと評価していった授業を展開していくってことになります。

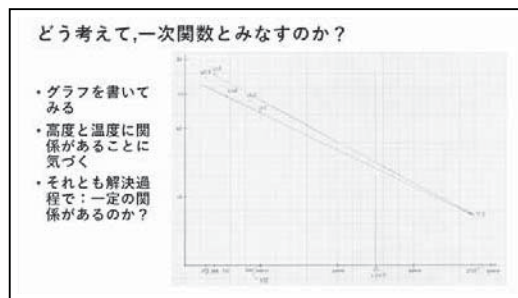


図38.

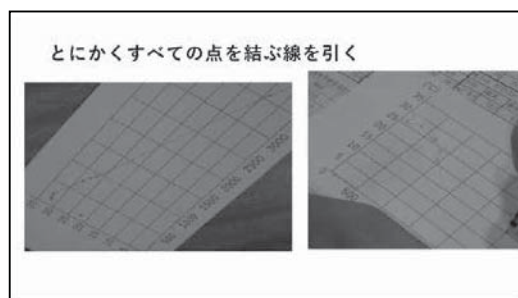
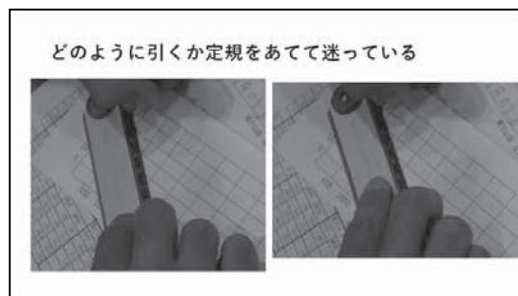
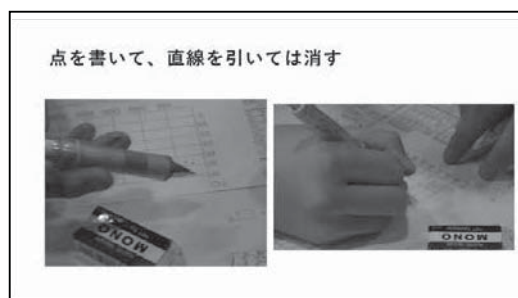


図39.

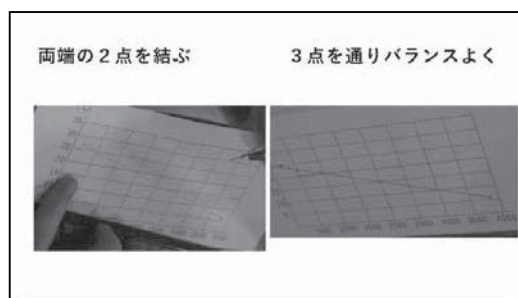


図40.

(2) 評価と授業の改善

もう一つですね。もうちょっと時間ありますね。興味深い1/3の導入の授業です。新しい教科書では小学校2年生で1/3を導入します。今まで1/2, 1/4だけだったんですけど。1/3の導入は非常に難しいです。教科書の紙面上はこうやって実際の具体的な1/3のものを与えてですね、やらせようとします。でも普通ですね附属の授業でもそうですけどどこの小学校でもそうですけど1/3を子どもたちは「無い」って言います。1/2はありますけど1/3は「無い」と言っています。きちんと折れないからです。二分の一や四分の一はきちんと折れるから大丈夫だと、1/3はなかなかはっきりしない。そりゃそうですよね。われわれも手紙を1/3に折るとき困りますよね。そういう、そういう事が起こっちゃう。上手くいったのが、成城学園で参観させて頂いた授業です。

「めがねチョコレートを班の人にプレゼントします。チョコレートを分けましょう。最初二人に分ける。真ん中を割ればいい」という問題場面です(図41)。

三人に悩みながら割るんですね。めがねチョコレート、正方形がこれ12個つながっている。1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12個つながっている。これを三人に分けようとする、何が起るかっていうと、ここにありますように、真ん中の四個、こっち側にもこっち側にも。この子は分けているのは、この四個と、この四個この四個。なかなか上手く分けられない。3つには分かれるんですけど、同じ形にならないですよね。これがこの授業をおもしろくしました。

どういう風になったかという、黒板に、ある子どもの分け方が出たんですけども同じ形じゃない。「重ねてぴったりじゃない。だからこれ三人ちゃんと分けられるかどうかわからない。1/3かどうかわからない。」というのが出てくる。そうすると何をするかって言うと、ある子どもが出てきて、「切って移動させれば同じ形になるじゃないか。」そう言ったわけです。でもう一人の子どもは「数えてみればいい。」って言ったんです。正方形の個数が同じだから、実は同じ大きさなんだよ。そうすると子どもたちは何を導き出すかという、「移動すれば同じ形になるから」「マスが同じだから」「正方形4個でそれが3つだから1/3と言ってよい」といいます。ですから単純にこのテープ図、テープでやるとういう、同じかということに議論が焦点化されないで、3つの等分されていることがはっきりしないで、1/3であるかどうかははっきりしないで終わっちゃうんです。

こういう形にすることによってですね、一番大切な同じ大きさが3つあるってことは明示的にできるわけです。最後何となくははっきりしない子も当然出てきますけ

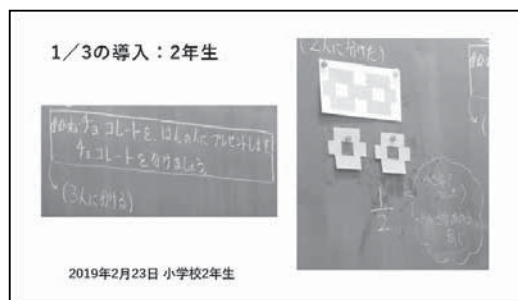


図41.

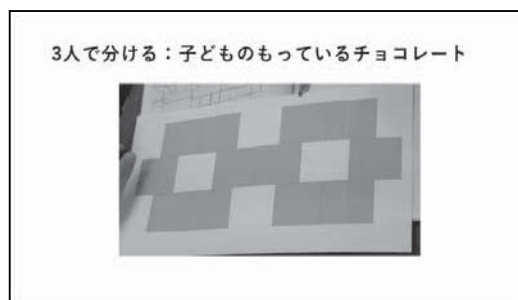


図42.

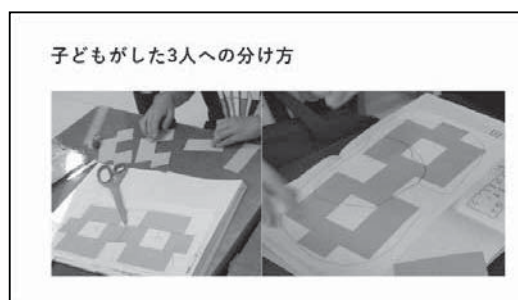


図43.

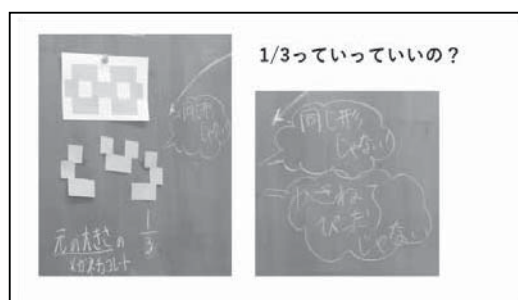


図44.

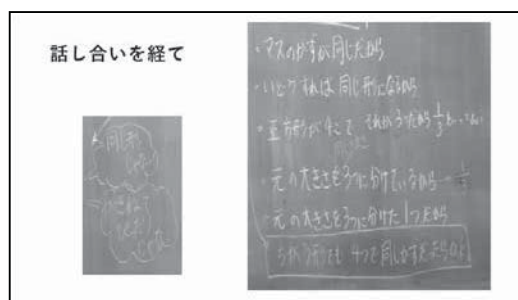


図45.

ど、でも間違いなく同じ大きさが3つあるよ。だから同じ大きさが3つあってその1つずつは1/3, 1/3, 1/3だよ。という子が出てきます。で、この授業の肝心なことは、要するに1/3ということはですね、1/3は実際にきちんと簡単に作れませんので、1/3を考えることは、抽象の世界に入ってく第1歩です。2年生においては、それができるように、全部同じ大きさってことを確実に議論させ、言語化することで、抽象の世界に入っていくっていきます。人間は言語化して思考しますのでそういう、その第一歩を子どもが授業で経験したことが大切です。そういう事をぜひ考えていただけたらと思います。

中学校の、これもおもしろい例なんですけど、小学校で学んだいろいろな図形についてその面積と周の長さを文字を用いて表せ。文字式の導入でですね。この問題を出したんですね。何が起こったかっていうと、正方形の場合、正方形なのに辺の長さをaとbとしています。ここは文字の使い方が違う。なぜかという、ここに書いている。文字の知識同じ文字は同じ数を表現する。異なる文字は独立して様々な値をとる。これをちゃんと教えてないからですね。これちゃんと教えていけば子どもは確実にできる。でもっと興味深いのは、ここなんです。円の周の長さや面積を書かされると、半径y, 半径y, 直径zと文字を使って、周の長さz×3.14。面積はy×y×3.14, 別の子どももまったく同じようにしています。これもさっき言った歴史、子どもの学習の歴史を考えると、円の面積は半径×半径×円周率と記憶していますから、当然、半径×半径×円周率を文字に置き換える。

周の長さは直径×3.14だから直径に文字を変えて立式します。ところがわれわれは文字を用いてどう書くかって言うと、 $l = 2\pi r$, $S = \pi r^2$ と表現します。

なぜかこのように表現するのか明示的に教えないんですね。背景に見方考え方がある。なるべく、使う文字を減らしますし、何が何に依存しているかわかるように書きますし、数学ではそのように表現します。円の周の長さ、面積は半径で決まるっていうのがこの表現の仕方です。球の表面積、体積も同様です。

これら文字の見方考え方、なるべく簡潔な表現にするとか、独立変数、従属変数の考え方とか。そういう事を明示的に教えるべきでしょう。

これら(図50)は誤答じゃないですけど、ちょっと不思議な解決や反応は、見方や考え方、そして知識を教えるチャンスになります。ですから子どもの評価っていうのをこういう風に見ていくことも常に大切かと思えます。

評価：1/3の難しさへの対応

- テープなどであると、きちんと分けるのが難しい
⇒1/3が存在しないと思う子どもがでてくる
- 12cmを分けさせると、長さに目がいってしまう
- 12個の分離量を利用
- 同じ形が3つできない
⇒同じ大きさであることが意識される(同じ4個)
⇒同じ大きさが3つあることが意識される
⇒もとの大きさを3つに分けた

図46.

子どもの反応から授業へ：文字式の導入

- 問題場面
小学校で学んだいろいろな図形についてその面積と周の長さを文字を用いて表せ
- 円 正方形 を例に示す
- 円 半径×半径×円周率 直径×円周率
- 正方形 一辺×一辺

2017年7月7日 中学校 1年生

図47.

正方形の場合

文字の知識：同じ文字は同じ数を表現する
異なる文字は独立して様々な値をとる

図48.

円の場合：既習事項を生かしているが

文字式の文化
関係を表する(半径に依存してきまる、球も同様)
できるだけ簡潔な表現をする(使う文字を少なくする)
球の表面積や体積も半径で決まる

図49.

知識、見方の違いが同時に出現する機会がある

- 生徒の書いたもの
- 教師が期待するもの
- 円の面積： $Y \times Y \times \pi$
- 円の面積： πr^2
- 円の周： $Z \times \pi$
- 円の周： $2 \pi r$
- 小学校で学んだこと
- 中学校で新しいこと
- 円の面積：半径×半径×3.14
- 円の周：直径×3.14
- なるべく少ない変数で簡潔に表現する
- 同じ変数を使い関係があるものとして表現する

図50.

(3) 授業で提示する「めあて」について

これは、余分な話しですけど、みなさんめあては書かれますか？やめてください。えっとこれ1年生の授業で乗り物の券が14枚あります。9人の子どもに1枚ずつ渡すと何枚残りますか？っていう問題を提示した授業です。引き算するときと同じものでないと引けない。それをいかに理解するかという問題なんですけど、めあてとして、「もののかずと人の数が出てくる問題の解き方を考えよう。」と書くわけです。1年生にこんなめあてありますか？ありえないですよ。

それから、このめあてもそうなんですけど「見積もりを使って一番100に近いペアを探して見積もることができるようになる。」って最初に書いて、与えた数値が100になるようにやれて言うんですね。子どもが数値をみて工夫することがすでに書かれてしまっている。めあてを書くとは何がよくないかって言うと主体的活動にならないからです。めあてを書いた瞬間にそのようにみて、そのように考えるようにと先生に言われるわけです。逆に言えば本当にどのようにみてどのように考えべきかを考えながら、主体的な活動ですから、自分から考えることをコントロールしなければいけない。日常を考えても、人と会話するとき、相手にみえるように、めあて書くわけ無いですよ。相手に私のめあてはあなたを説得することですって。絶対言わないですし、隠して説得しますよね。だからやっぱり相手の意図をよむ、想定する思考がありますので、人間らしい思考活動をですね授業でやってそういう評価をやって欲しいと思います。

最後に余分な話しをしましたが、えっと、三つの柱を想定した学習評価をするために、良い授業をしないと意味がない。だから子どもが考える良い授業をするためには、授業、教師へのフィードバックが一番大切です。評価では子どもの考えるプロセス、それを想定してそれがどういう形で出てくるかっていう事に注目することが非常に大切だと思います。

質疑応答

質問者①：お話ありがとうございました。附属小学校のKと申します。えーっと私研究主任をしております今校内研やって、子どもの実態を基に、子どもの姿から評価していくということで取り組んで、頑張っているところなんですけれども、中村先生がおっしゃっているように教師が子どもを見取る力っていうのをこう、子どもを見取る力をつけていかないとということにすごく共感できたのですが、提案授業や協議会っていうのをやる中で、教師が子どもを見取る力を高めていくために例えば授業においてどのような方法で見取っていったらいいのかとか、また協議会でこういう工夫をしたらどうだろうとかっていう風なお話があったら、お聞きしたいなと思います。お願いします。

中村先生：はい。結構根本的な問題。今日その話全然入ってなかったので申し訳なかったんですけど、えっ

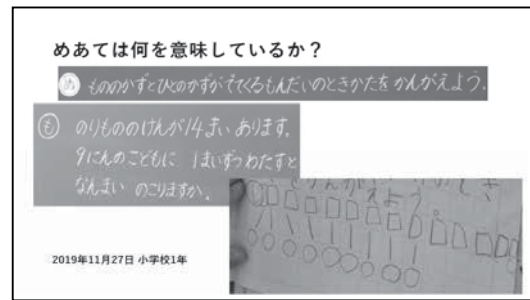


図51.

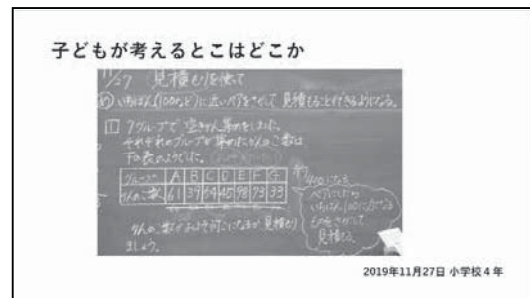


図52.

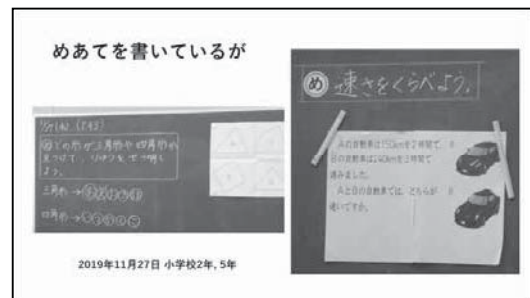


図53.

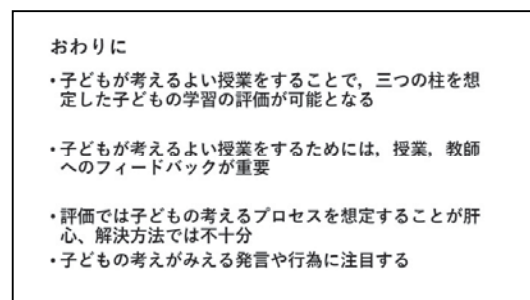


図54.

とあの子どもを見取るときにですね大切なことは、さっきの中で言えばですね、指導案が出てくるじゃないですか。指導案を見たらちゃんと自分で解いてみるっていうのが大切ですね。当たり前ですけど。協議会に参加させていただくとき必ず指導案を貰いますけど、そのとききちんとちゃんとその問題にしたがって自分の知識をちゃんと消してですね一回、5年生なら5年生で、5年生で何学んだことだけ頭に入れてその問題に取り組む。しかしその学校の歴史を知りませんので、そのいわゆる教科書に載ってる既習事項だけでその問題にアプローチする。そうすると単純にその問題が変だとか、こういう解決が予想で出てくるとかが見えてくる。ですから、指導案を頂いたときは最初に予想される反応はそのとき見ないです。そういう思考をして自分でその授業で出てくる思考を考えてみる。このことがまず第一歩になります。だからもう一つ大切なことは、そういう思考するためには子どもの観察のところをちゃんとしていくことが必要になります。なかなか自分のクラスの中ではですね、観察する機会あんまり無いんですけど、前いらっしやった太田先生はそういう事をやられていましたけど、一人の子どもを一時間ずっと追ってみる。授業参観に行った時がチャンスだと思いますが、一人の子どもがですね、どういう思考をたどってずっと解いていくかを見てみると。でそれが非常に大切になります。特にですねあの、東京都習熟度よくないんですけどやっていますけど、あの、算数が苦手なクラスほどおもしろいですよ。子どもの思考がよく見えます。なぜかという苦手な子はゆっくり進みます。得意な子はどんどんジャンプしていきますので見えません。苦手な子は幸いなことに全部引っかかってくれます。ですから苦手な子が何で困っているかをよく見ることによってですね、いろいろな困難点が出てくると思います。そのときに、きちんと子どものやったことを全部ある程度正確に書き取って、間の思考をさっきどう考えていたか想像することが、授業を考え、展開する上で非常に役立ちます。同じように考えると授業の協議会でどういう工夫をすればいいのか考えると、子どもの事実を取り上げてあげるかどうかです。子どもはあの場面でこうしゃべった。あの場面ってどういう場面かですね、具体的にその前にこういう問題が提示されてこうしゃべったと、そこに整合性はあるか、ということもちゃんと考えるべきです。時に予想外の反応があったときに予想外っていうんだけど、予想外にも理由はあるわけなんです。さっきいったような。過去の授業の影響だったり、知識だったり実は前の時間にやったことだったり。そこをちゃんと考えていくことによって予想外じゃなくて、予想外を予想内にする。ですから、予想外は出れば出るほど本当は深まった授業研究会になる。なぜかっていうとそれがなぜ生じたかを考えますから。予想外にどう対応しますかじゃなくて、なぜ予想外が起こったかを考えると、どう対応するかが自然に出てきます。そのところを考えていけば多分もっとよくなると思います。ですから教師がすぐに理解できない子どもたちの描いた図であるとか話は非常に大切なことなんです。協議会ではそういう事やっていけばいいかと思います。でそのためにはさっきあの最初言ったようなこの学年では何をすべきだとか、この学年でこんな傾向があるってことをある程度理論的にわかることもありますし、経験から伴うこともありますし、そういう事をちゃんと共有していく。教諭同士がですね。そういうことによって見るが変わってくると思います。ですから協議会で感想はいらなないと思います

質問者①：はい。ありがとうございます。

質問者②：スライド番号26ページ（図23, 24）のことで質問いたします。この授業時期が7月5日ですから、小学校1年生4月に入学して、あの直線をなぞったり曲線をなぞったりぐるぐるまきをやったり、そしていよいよひらがなを書きます。そういったとき、子どもはどれくらいまずこの時期の小学校1年生がどれくらいまずノートとれるのか。まずそこが大事なのかなあと。算数だけで考えると確かにこれだと話し言葉。でも算数において大事なものは、具体物を動かしていく、取り除くってところと式を対応させる。図や自分の行動、操作と式を対応させるって言う点では、この先生そこまで失敗した授業じゃなかったんじゃないかなって私は考えるんですけども、あのなぜ、そこまで失敗だっというのかもうちちょっと根拠をわかりやすく教えていただければと思います。

中村先生：これで子どもは何を学びますか？ノートのページを見てもらえばわかりますけど、4のそこには矢印が描いてありますよね。これで演算決定を何も考える必要ないです。子どもはこの授業で新しい何かを思考していますか。加法か減法かの判断はそれまでに丁寧に行っています。しかしこの授業では、引き算っていうのは、最初から。引き算によって（矢印で）示しています（図55）。この動作を行っていますし、こ

の図を描くことによって引き算ってことをそれまでたくさん経験していますので、ここで新たにやるべきことじゃないです。それをわざわざ先生は見せている。絵もそうになっていますし、黒板のもの。ノートも同じようになっています。だから子ども何を考えるんですかね。今までやったことをもう一回やっているだけです。ここでやることじゃないですよ。で、子どもたちは大喜びするわけですよ。かえるが出てくるから。でも大騒ぎ、大喜びして何を考えているかって思ってしまい、ほんとにこれでいいのか。という事ですね。

残念ながらこの授業のビデオがありませんし、そこで見ているわけじゃありませんので、なんとも言えないでしょうけども、この先生はたくさんの手立てを打たれていますよ、当然。だけれども、それが邪魔になっているという事です。教師ってのは、教えたいと思うから一生懸命手立てを考えるわけです。ところが考えさせる授業ってのいうのは、手立てを全部与えた瞬間に子どもは考えなくなってしまいます。ですから、教師ってのいうのは、子どもから恨まれますけども、大学なんかでも我々も恨まれますけども、やっぱりここまでこられるかな？だめだったらちょっと手を出す。だめだったら一緒に並んで歩く。その順番をちゃんと守らないと、最初っから全部、はいここ来なさい、こっち来なさい、左足右足交互に出しなさいってやると、子ども育たないと思いますよ。でももちろん苦手な子はいます。そういう子はやっぱり対応するしかないですけど、全体の授業考えたときにですね、やっぱりこの授業をやっていると子どもは育たないと思います。

ある地方の学年1クラスの学校に何度か通いました。その学校は学力が伸びないとして困っていました。授業をみせて頂いたら、わかりやすい授業、全部こうやって見せるんです。教科書の問題を簡単に提示する。学力が低いからといってレベルを下げて丁寧にやりすぎると、子どもは育ちません。そのときに何をやるかっていうと、教科書の問題をそのまま出しましょう。最初三分間でいいから、子どもだけにやらせましょう。できたところまででよいから子どもが自分でやったことをしゃべらせましょう、できたところから目指すところへ指導をしましょう、ということを提案しました。それをやり始めて3年後、学力テストは平均点まで届くようになりました。子どもの力ってのは、やっぱり、信じてあげること、子どもができること、信じてあげること、そういう課題をちゃんと提供してあげること。そういう意味で、この授業ってのは非常によくない授業だなんて。間違いなく1年生のこの時期に難しいのはわかりますよ。でもチャレンジさせないと、子どもは伸びないと思います。

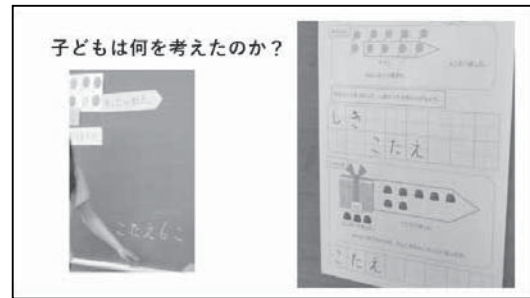


図55 (図24).