

## 統合的・発展的に考察する力を養うことを意図した 問題づくりに関する授業実践 —「カレンダーの問題」を原題として—

Lesson Practice Related to Problem-Posing Intended to Cultivate  
the Ability to Think an Integrated and Developmental Manner  
~ With the Original Problem as “the Problem of the Calendar” ~

濱谷 修\*・田中 義久\*\*  
Osamu HAMAYA, Yoshihisa TANAKA

### 要旨

本研究の目的は、原題にある条件を置き換えることで規則性を発見し、それらを分類・整理する活動をすれば、統合的・発展的に考察する力を養うことができることを明らかにすることである。このために、「カレンダーの問題」を原題として授業を構想、実践し、授業中の生徒の活動や振り返りシートから分析した。

この結果、問題づくりによって、規則性の発見がなされ、他者の作った複数の問題の発表とその解決から、それらを分類・整理する必要性が生じた。奇数個のとき、 $(\text{全ての数の和}) \div (\text{数の個数}) = (\text{真ん中の数})$ と捉えていた生徒が、偶数個のときを含めた考察により、平均と同じであるという見方に変わり、「集合による統合」がなされ、統合的・発展的に考察する力を養うことができた。

キーワード：問題づくり、統合的・発展的な考察、カレンダーの問題

### 1. 研究の目的と方法

平成29年に告示された中学校学習指導要領では、数学科の目標の1つに「数量や図形などの性質を見いだし統合的・発展的に考察する力」を養うことが設定された<sup>1)</sup>。統合的・発展的な考察について中島(2015)は『復刻版 算数・数学教育と数学的な考え方—その進展のための考察—』において、「「統合的」と「発展的」とを並列的によみとらないで、「統合といった観点による発展的な考察」というようによみとることが望ましい。」<sup>2)</sup>と述べている。

数学の学習は、数学的な結論を得るだけでなく、その過程を振り返り、新たな問題やその発見に向かわせることが重要である。実際、平成29年に告示された中学校学習指導要領の解説には、「他に分かることがないかを考えること」、「問題解決の過程を振り返り、本質的な条件を見だし、それ以外の条件を変えること」、「問題の考察範囲自体を拡げること」、「類似な事柄の間に共通する性質を見出すこと」などの活動を促すことが挙げられている<sup>1)</sup>。こうした活動を実現するとともに、上記の目標を達成するための1つとして、生徒が、与えられた問題の中にある条件に着目し、新たな問題をつくる活動が考えられる。具体的には、原題の条件を見直してその条件を置き換えることで規則性を発見し、それらを分類・整理する活動を通して、統合的・発展的に考察する授業である。そこで、問題づくりに着目する。

石山・佐々木(1984)は、『問題から問題へ』において、「児童・生徒に、与えられた1つの問題(この問題を原問題または原題と呼ぶ)から出発して、その問題の構成要素となっている部分を、類似なものや、より一般的なもの等に置き換えたり、その問題の逆を考えたりすること等を通して、新しい問題をつくり、自

\* 弘前市立第一中学校 Hirosaki Municipal Daiichi Junior High School

\*\* 弘前大学教育学部 Faculty of Education, Hirosaki University

ら解決しようとするような主体的な学習活動をさせることが必要ではないだろうか。」<sup>3)</sup>と、発展的な扱いによる指導と学習活動として、問題づくりの授業を提案している。

さらに、坂井(1995)は、『問題づくりの授業』において、問題づくりの授業の流れの中にある「つくった問題の発表・分類・整理」の場面は、「みんながどんなことを考えたかが聞けることは、自分とは異なったつくりかえの考え方を学習できる機会でもあり、そこで得られた考え方は、次の問題づくりの授業の際にも活用できるものとして残るものとなる。自分では考えが及ばなかったこともたくさん発表されたりすることもあり、生徒の興味、関心が高まる場面である。」<sup>4)</sup>と述べている。他者と協働して解決する能力の育成につながることから、本研究においても、問題づくりを取り入れることで、主体的な学習活動とともに、他者と協働して対話的な学習活動を展開し、統合的・発展的に考察する力を養えるのではないだろうか。

本研究では、問題づくりの原題として、中学校数学科教科書に掲載されている「カレンダーの問題」<sup>5)</sup>に着目する。この問題は、これまでに、様々な研究がなされている。具体的には、問題づくりはせずに一般化しているもの<sup>6-8)</sup>、問題づくりはしているが一般化していないもの<sup>9-11)</sup>に整理できる。

山下(2008)は、「3年間を見通した内容で、これらの数学的活動に対応する教材を考えた場合、いわゆる「カレンダーの数」は、教材として潜在力に優れている。(中略)また、後述するように、文字式の単元で求められる能力の質的な高まりにも十分に対応した教材である。いずれにしても、広く使われている「カレンダーの数」を、学年共通の数学的活動として位置づけることで、学習のつながり、広がりを意識しようとするものである。」<sup>10)</sup>(中略は引用者)と述べているとともに、「学年を縦軸として、同一の題材を用いて数学的活動を仕組む必要がある。」<sup>10)</sup>と述べている。さらに、柳井(2013)は、「カレンダーの教材としての価値は、3つあると考える。1つめは、カレンダーが身近な存在であり、日ごろから見慣れているものであるということ。2つめは、数の間に多くの関係があり、生徒がそれらを見だしやすいということ。3つめは、生徒が見つけた関係の多くは、2年の文字式の学習範囲で証明できるということである。」<sup>11)</sup>と述べている。このように、柳井(2013)は、カレンダーの教材の価値を認め、問題づくりの詳細な授業展開を提案しているが、つくられた問題の分類・整理や実践による効果については記述していない。

本研究の目的は、原題の条件を見直してその条件を置き換えることで規則性を発見し、他者と協働し、対話的しながら、それらを分類・整理する活動を通して、統合的・発展的に考察する力を養うことができることを明らかにすることである。このために、「カレンダーの問題」を原題として授業を構想、実践し、授業中の生徒の活動や振り返りシートから分析する。

## 2. 「カレンダーの問題」に関する授業設計

### (1) 授業の設計の概要

「カレンダーの問題」は、中学校2年生の教科書の「式の計算」に位置づけられ、文字式の説明として用いられている。生徒自ら規則性を発見する学習過程も想定されているが、学習の重点は、規則性の説明にあり、文字式をどのように利用するかにある。一方、本研究では、様々な規則性を発見する活動は、論証指導に向けた第一歩となること、および、証明することへの意欲となることが期待できるため、中学校1年生の課題学習として、この「カレンダーの問題」を位置づける。算数から数学へ移行する中学校1年生において、性質を見だしやすく、多様な考え方を生徒から引き出すには、最適の素材であると考えられるからである。また、中学校2年生が「カレンダーの問題」を再度、学習する際には、規則性を発見する過程は経験済みなので、この過程を振り返り、文字式による説明に重点を置くことができる。

石山・佐々木(1984)は、「授業の展開の典型的な例として、(1)原題の解決(2)問題づくり(3)つくった問題の発表と分類・整理(4)つくった問題の解決(5)まとめと発展」と示し、「1つの原問題について2～4時間を要する。」<sup>12)</sup>と述べている。本研究においても、生徒が多様な解決をしたり、他者の考えに触れたりする時間を保障するために、本授業は2時間で構成し、1次方程式の単元終了後に1年生の課題学習として実施する。

中島(2015)は、「統合」の主要な場合を「集合による統合」、「拡張による統合」、「補完による統合」の3種類としている<sup>13)</sup>。「集合による統合」は、「はじめは、異なったものとしてとらえられていたものについて、ある必要から共通の観点を見出して一つのものにまとめる場合である。」<sup>14)</sup>と述べている。生徒が異なっ

たものにとらえていたものを一つにまとめることができるように、1時間目では「条件を置き換えることで、生徒に気づかせたい規則性」、2時間目には「整理・分類による、集合による統合」の2点に分けて授業に臨む必要があると考える。

### (2) 本研究における「カレンダーの問題」の原題

カレンダーの数にはいろいろな規則性があることに興味をもたせ、それらの規則性に気づかせるために、原題を以下のようにした。

原題は変更が可能な3つの条件（下線部分）で構成されている。1つ目は「囲む数の個数」、2つ目は「数を囲む図形」である。長方形（縦や横、斜めなど向きを変えた図形を含む）や正方形、十字型、L字型など多様な図形に変更が可能である。3つ目は「囲まれた数の計算による関係」である。これらの条件を別な条件に置き換えることで問題づくりができることを生徒に指示する。実際、柳井（2013）

**原題**

ある月のカレンダーです。3つの数を縦の長方形の□で囲むとき、その3つの数の和は、いくつになりますか。

日	月	火	水	木	金	土
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

は、「縦に並んだ3つの数を長方形に囲み、その数の和が真ん中の数の3倍になっている」の性質を生徒に与え、生徒に「数の個数を増やす」、「図形の向きを変える」、「図形の形を変える」、「数の対象を変える」という新しい視点を与えることで、生徒は新しい性質を見つけられることを明らかにしている。

### (3) 1時間目の授業設計

1時間目は、原題に基づいて問題づくりをする時間である。生徒が主体的に取り組めるように、原題にある上述の3つの条件に着目し、それらを変更することで、規則性に気づかせ、問題づくりをするのである。本研究では、中学校1年生を対象としているため、規則性という語句を使わず「カレンダーの中にある数のひみつ」として、生徒が規則性を発見することに興味・関心をもって取り組めるようにする。また、つくった問題は、2次方程式など未履修の学習内容でなければ解決できない問題に配慮し、 $(x-7) + x + (x+7) = 39$ のように方程式で解決するとともに、 $39 \div 3 = 13$ （真ん中の数）のように規則性を利用して、解決するよう仕向ける。条件を置き換えることで、生徒に気づかせたい規則性は以下のとおりである。

#### ① 囲む数の個数を変更した場合

ア. 奇数個と偶数個の違い

- 奇数個（3個、5個）

6
13
20

1
8
15
22
29

(全ての数の和) ÷ (数の個数)

= (真ん中の数)

- 偶数個

7
14
21
28

3個や5個のとときと同じ関係式は成り立たない

#### ② 数を囲む図形を変更した場合（個数の変更を含む）

ア. 長方形の向きを変更しても、規則性は同じ

- 奇数個（3個、5個）

5	6	7
---	---	---

5
13
21

- 偶数個の数（4個、6個）

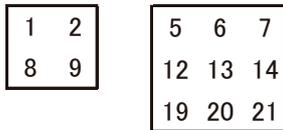
7	8	9	10
---	---	---	----

5	6	7
12	13	14

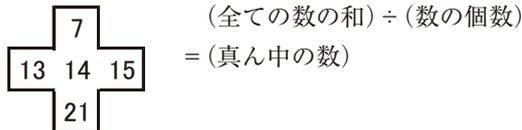
10
16
22
28

## イ. 長方形以外の図形

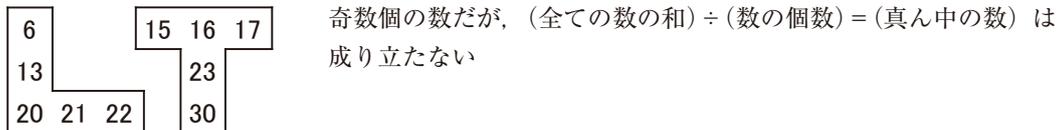
- 正方形（奇数個と偶数個に違いがある）



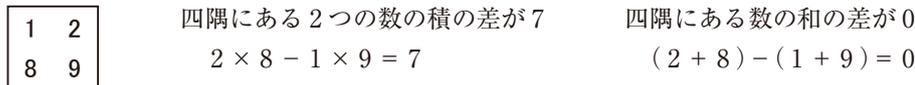
## ウ. 十字型（ひし形と見ることもできる）



## エ. L字型・T字型



## ③ 囲まれた数の計算による関係を変更する



2時間目の重点である「着目した条件を置き換えることで、発見が期待できる規則性」と「整理・分類することで、集合による統合」の2点を視野に入れて1時間目を構成する。具体的には、多様な解決が生まれるように、囲む数の個数や数を囲む図形、囲まれた数の計算方法について、机間指導しながら、他の場合はないか発問する。このとき、少なくとも2時間目の授業構成上必要な問題がつけられているかは確認する。2時間目に必要な問題とは、②ア、「囲む図形と個数との関係」とイ。「数の計算による関係を変更するとき、数の個数との関係」を考察ができる問題である。

多様な解決に関する生徒の実態を丁寧に把握し、生徒の豊かな発想を次時に生かすために、2時間目の授業展開を再検討できる時間や、生徒がつくった問題のうちどの問題を取り上げるか検討する時間、生徒全員に生徒がつくった問題を配布できるよう印刷するための時間を確保する。

## (4) 2時間目の授業設計

2時間目では、まず、生徒がつくった問題から幾つかを教師が選び、その問題を解かせ、他者がつくった複数の問題に対峙させる。次に、問題の解決を共有するとともに、分類・整理を行う。着目した3つの条件を基に分類させる。1回目は「囲む数の個数」を基に並べ替えさせ、奇数個や偶数個の数を囲んだ場合の違いや向きを変えた図形を含め囲んだ図形が異なっても、同じ規則性があること、囲んだ図形によっては同じ規則性が見えてこないものがあることに気づかせ、全体で共有する。特に、奇数個の数を長方形（向きを変えた図形を含む）や正方形・十字型（ひし形を含む）に囲むと、「(全ての数の和) ÷ (数の個数) = (真ん中の数)」になり、平均の考え方と同じであることを強調する。

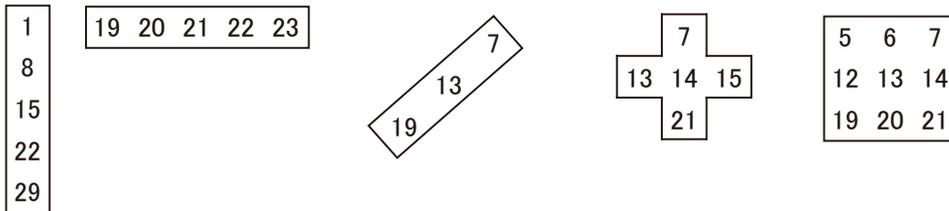
2回目は、「囲んだ図形」を基に並べ替えさせ、計算方法に目を向けさせる。「正方形に囲むとき、その四隅にある数の積の差」を取り上げ、それらの計算の結果が7の倍数であることに気づかせ、1週間が7日であることと関係があるかもしれないと、新たな規則性に気づかせ、「1週間が8日のカレンダーでも同じ規則性があるだろうか」と発問し、実際に調べさせることで、9日のカレンダーではどうだろうか、生徒の学習意欲をかきたてる。

まとめとしては、「分類や整理を通して、どんなことが見えたか」と発問し、生徒自身が見つけたカレンダーの中にあつた規則性を振り返らせる。また、学習活動にも目を向けさせ、条件を置き換えることで規則性が見つかったり、分類・整理をすることで新たな規則性が見つかったりするなど、数学のよさや美しさを感じ

させる。なお、整理・分類を行い、「集合による統合」をした結果は以下のとおりである。

① 囲む図形と個数との関係

奇数個の数を長方形（縦や横、斜めなど向きを変えた図形を含む）や正方形・十字型（ひし形を含む）の図形で囲むとき、 $(\text{全ての数の和}) \div (\text{数の個数}) = (\text{真ん中の数})$  が成り立つと考察できる。また、真ん中の数は、それらの数の平均であると、見方を変えることができる。



② 数の計算による関係を変更するとき、数の個数との関係

1 2 8 9	$2 \times 8 - 1 \times 9$ $= 7$
------------	------------------------------------

5 6 7 12 13 14 19 20 21	$7 \times 19 - 5 \times 21$ $= 28$ $= 2^2 \times 7$
-------------------------------	---

4 5 6 7 11 12 13 14 18 19 20 21 25 26 27 28	$7 \times 25 - 4 \times 28$ $= 63$ $= 3^2 \times 7$
--	---

『 $(1 \text{ 辺に並ぶ数の個数} - 1)^2 \times 7$ 』から、1週間が7日と関係があるのではと考察ができる。 $(1 \text{ 辺に並ぶ数の個数} - 1)^2$ については、深入りしない。

1週間が8日のカレンダー

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	$3 \times 10 - 2 \times 11 = 8$ $4 \times 18 - 2 \times 20 = 2^2 \times 8$ $5 \times 26 - 2 \times 29 = 3^2 \times 8$
--	---

一般化すると

1週間がn日のカレンダーにおいて1辺に並ぶ数の個数がm個の正方形のとき  $(m - 1)^2 \times n$

3. 授業の実際

実践校：弘前市内公立中学校 1学年

実践日：1時間目 2020年10月2日（金）

2時間目 2020年10月6日（火）

授業者：教諭 濱谷修

(1) 1時間目の概要

導入場面では、原題を提示して、同じようにどこでもいいので、3つの数を縦の長方形で囲ませその和を求めさせた。数名の生徒を指名し3つの数の和からどこを囲んだかを教師が当ててみせたところ、生徒はどうやって当てたのかに興味を示し、カレンダーの中に何か規則性があるのではないかと考え始めた。1次方程式を用いて解決し、3で割ると真ん中の数がわかることを確認し、カレンダーの中にあるひみつに関心を

もたせた。

原題を基に新しい問題をつくるよう指示した。どのように問題をつくったらよいか考えさせ、原題にある3つの条件、「3つの数」、「縦の長方形の□」、「3つの数の和」を置き換えることでつくられることを確認し、「条件を変えることで、カレンダーの中にある数のひみつをみつけることはできるだろうか」と本時の課題を設定した。また、つくった問題は、方程式ではなく、カレンダーにある規則性を利用して解くことにした。

多様な解決が生まれるように机間指導した。特に、囲む図形やたし算以外の計算方法に目を向けさせるよう発問した。他者の考え方に触れることで、思考を広めさせ、完成度の高い問題になるよう配慮し、3～4名のグループで活動した。

## (2) 2時間目の概要

導入場面では、分類・整理するための起点を明らかにするために、原題の3つの条件、「3つの数」、「縦の長方形の□」、「3つの数の和」を置き換えることで問題づくりをしたことを振り返る。置き換えた部分を明確にすることで、1次方程式だけでなく、カレンダーにある規則性を利用して解決できることを確認した。

次に、「集合による統合」を意図した課題設定をするために、3～4名のグループに分かれ、つくった問題を解き、他者の問題づくりにおける思考過程に触れさせることで、協働的に学ぶ場を提供する。さらに、どのような規則性があるかを確認することで、つくった問題の分類・整理し、複数の規則性を1つにまとめる必要があることを確認し、本時の学習課題を、「つくった問題から、どんなひみつが見えてくるだろうか」と設定した。(教師が選んだ問題19問は、グループに分かれ、みんなで解き、規則性を確認しながら、答え合わせする)なお、授業で生徒に提示した19問を整理したものが図1である。

生徒が異なったものと捉えていたものを1つにまとめさせるために、着目した3つの条件を基に、つくられた複数の問題にある共通点や相違点に着目させ、それらを分類・整理させた。

最初は、「同じ数の個数」を基に並べさせた。新たな規則性に気づかせるために、どのように問題を解決したかを振り返らせ、「共通することはありましたか」と発問すると、生徒は、囲んだ数が3個や5個では長方形の向きを変えても、「(全ての数の和)÷(数の個数)=(真ん中の数)」が成り立つことや長方形以外の図形でも成り立つだろうかという考察をした。

次に、「囲んだ図形」を基に並べ替えさせた。生徒は、奇数個の数と偶数個の数の違いに気づき、奇数個の数を長方形(向きを変えた図形を含む)や正方形・十字型(ひし形を含む)に囲むと、「(全ての数の和)÷(数の個数)=(真ん中の数)」になるが、偶数個のときは、同じ規則性はあてはまらないことや、奇数個の数を囲んでも、成り立たない図形があるという考察をした。さらに、真ん中の数は、見方を変えると、それらの数の平均であることを確認した。

最後に、計算方法に目を向けさせた。数の対象を変えた、「4つの数を正方形に囲むとき、その四隅にある数の積の差」に取り上げた。「囲む数を9個や16個に変更したらどうなるか」と発問し、みんなで確かめたところ、「9個のときは28」、「16個のときは63」と反応は返ってきた。「 $28 = 4 \times 7$ 」、「 $63 = 9 \times 7$ 」と素因数分解したところ、7の倍数であると考察ができた。

さらに、「7って何だろう?」と発問すると、生徒は、1週間が7日であることと関係があるのではないかと、予想したため、「8日で1週間のカレンダー」についても確かめ、1週間の日数と関係があるのではないかと考察ができた。授業では、発見した規則性を次のようにまとめた(図2)。

形 個数	横 縦	斜め	ひし形 十字型	×印型	L字型	正方形
3個	和2	和1 積1				
4個	和1				和1	和1
5個	和2	和1 積1	ひし形1 十字型1			
7個						
8個						ドーナツ型1
9個						和2
その他						四隅2

図1 授業で使用した問題

私が見つけた『カレンダーの数のひみつ』	
○	奇数の和とその数で割ると、真ん中の数になるものが多かったです。
○	十字型(ひし形)や、正方形(奇数)でそれぞれが成立する。
○	和だけでなく、積でも成立する。
○	正方形の対角線

図2 「生徒によるまとめ」から

#### 4. 考察

##### (1) 他者と協働し、対話的な学習活動による規則性の発見・発表・解決

問題づくりの場面（1時間目）では、多様な意見を創出させたかったため、他者と協働して対話的な学習活動を展開させた。条件をどのように置き換えたらいいかわからない生徒や数を図形で囲んでも、そこに存在する規則性に気づかない生徒がいた。具体的には、原題と同じく縦に3個の数を囲み、その和を考える生徒が多かったが、対話を重ねることで、長方形の向きを変えたり、正方形や十字型に図形を変更したりと思考は広がり、多くの問題をつくることができた（図1）。

また、つくった問題を相互評価する場面では、それぞれの思考過程に触れることで、新たな規則性に気づいたり、自分がつくった問題が自分とは別な方法で解決できることを知ったりすることで生徒本人がさらに納得する問題づくりとなったと同時に、多くの生徒は、「他の人がつくった問題を解いてみたい」、「友達と話合いたい」と振り返りシートに書いており、生徒は他者の考えに触れることで、自分の考えを深めることに気づくことができた。1時間目の振り返りシートでは、次の意見が見られた（図3）。

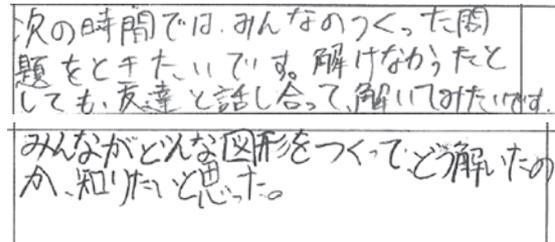


図3 1時間目の振り返りシート

さらに、つくった問題を解決する場面（2時間目）では、個人では解決できない場合が予想されるため、他者と協働して対話的な学習活動を展開させた。互いに解決の仕方（発見した規則性）を吟味することで、問題の中にある規則性に気づくだけでなく、自分とは異なった解決の仕方を学習できる機会になった（図4）。

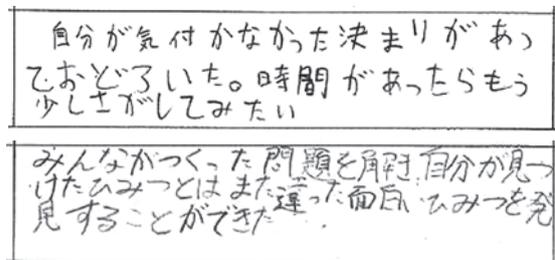
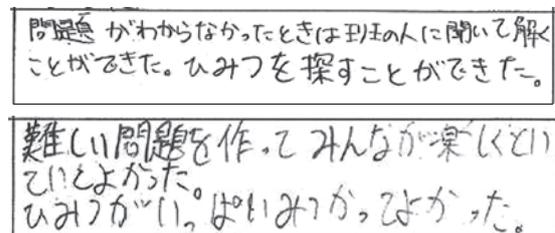


図4 2時間目の振り返りシート

他の生徒がつくった問題にある規則性に気づいたり、その問題を解決したりすることは他の生徒と共感することにつながり、自信につながった生徒もいた（図5）。このことから、問題づくりの学習において、他者と協働して対話的な学習活動を展開は、背後にある新たな関係に気づかせることができ、生徒に数学のよさや美しさを感じさせ、生徒の主体的な学習態度の育成につながることがわかった。



$2^2$ 、 $3^2$ が(1辺に並ぶ数の個数-1)<sup>2</sup>となっていることについては触れなかった。

生徒から「1週間が8日のカレンダーでは、正方形で囲み、その四隅の数の積の差を求めると8の倍数になる」という意見を引き出したかったので、「7の倍数である」ことを強調する必要がある、その手段として、素因数分解が有効であった。

今回の学習指導要領の改訂では、1学年で素因数分解を学習するように変更されたことは、規則性を発見させる授業においては、有効的であることがわかった。2時間目の振り返りシートでは、次のような意見が見られた(図6)。

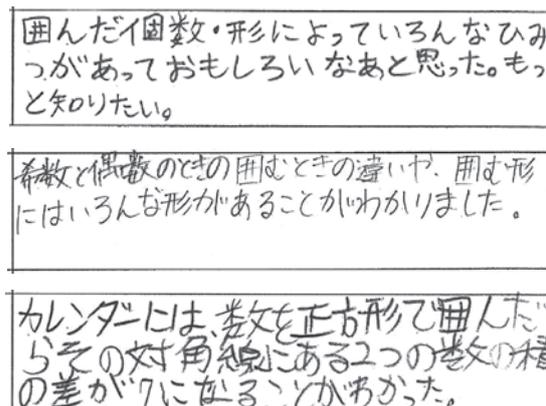


図6 2時間目の振り返りシート

## 5. まとめと今後の課題

本研究の目的は、原題にある条件を置き換えることで規則性を発見し、それらを分類・整理する活動を通して、統合的・発展的に考察する力を養うことができることを明らかにすることであった。このために、授業を構想、実践し、授業中の生徒の活動や振り返りシートから分析した。

この結果、第一に、他者と協働し対話的な学習活動による規則性の発見がなされた。背後にある新たな関係に気づかせることができ、生徒に数学のよさや美しさを感じさせることができる実践であった。学習感想から主体的に学習に取り組む態度の育成につながっていることもわかった。

第二に、他者と協働し、つくった問題の発表・分類・整理する活動により、「最初は真ん中の数を求めるとしか思っていなかったけれど、平均を求めているのと同じだったので、見方が変わりました。」や「計算をしているときは気がつかないけれど、後で見るといろんなひみつがあった。」と生徒の感想にあるように、「集合による統合」がなされた。計算方法を覚え、文章問題を解くという授業スタイルではなく、条件を置き換えたり、それらを分類・整理したりする学習過程を通して、学習指導要領の目標である「数量や図形などの性質を見いだし統合的・発展的に考察する力」を養うことができたと考える。

今後の課題としては次の4点が挙げられる。

- ア) 囲まれた数の計算方法に加法が多かった。乗法や四則など多様な計算方法を生徒から引き出すための、教師の支援を検討すること。
- イ) 対象学年を2学年や3学年に変更して実践した場合、どのような効果が得られるか明らかにすること。
- ウ) 方程式や図形を含め、カレンダー以外の教材での問題づくりの授業においても、生徒は規則性を発見し、他者がつくった問題に興味をもち、分類・整理する活動を通して、複数の規則性を1つにまとめる授業を実践することができるかを検討すること。
- エ) 生徒が他者の問題に強く興味を示していたことから、授業構成に関して、問題づくり(1時間)、つくった問題の解決(1時間)、つくった問題の分類・整理(1時間)の3時間構成にした授業実践を行うこと。以上を踏まえ、より深い学びのある授業実践となるように引き続き研究を行っていきたい。

## 引用・参考文献

- 1) 文部科学省(2017) 中学校学習指導要領解説 数学編。
- 2) 中島健三(2015) 復刻版 算数・数学教育と数学的な考え方—その進展のための考察—。東洋館出版社。p.40。
- 3) 石山弘・佐々木周栄(1984) 発展的な扱いによる授業の展開。竹内芳男・沢田利夫編著。問題から問題へ—問題の発展的な扱いによる算数・数学科の授業改善—(pp.25-46)。東洋館出版社。p.25。
- 4) 坂井裕(1995) 問題づくりの授業設計と指導過程。澤田利夫・坂井裕編著。中学校数学科〔課題学習〕問題づくりの授業(pp.15-27)。東洋館出版社。p.22。
- 5) 藤井亮ほか(2016) 新しい数学2。東京書籍株式会社、平成27年検定済。pp.25-26。

- 6) 島田和昭 (1995) 活用力の育成をめざした算数・数学の指導—カレンダーの数の和をもとに—. 千葉大学教育実践研究 2. pp.167-179.
- 7) 松沢要一 (2011) 手法「一般化を試みる」による教材開発. 教育科学 数学教育. 7月号. pp.92-95.
- 8) 吉村昇 (2014) 「ある性質を基にした別の性質の説明」の読解. 教科科学 数学教育. 1月号. pp.44-47.
- 9) 細矢和博 (1995) 「カレンダー」のひみつ. 澤田利夫・坂井裕編著. 中学校数学科〔課題学習〕問題づくりの授業 (pp.70-75). 東洋館出版社.
- 10) 山下徹 (2008) 同一教材としての「カレンダーの数」. 教育科学 数学教育. 10月号. pp.63-67.
- 11) 柳井崇史 (2013) カレンダーの数の秘密. 教育科学 数学教育. 12月号. pp.14-17.
- 12) 前掲書3) pp.26-27.
- 13) 前掲書2) pp.127-129.
- 14) 前掲書2) p.127.

**【資料】2時間目の学習指導案**

題材名 「問題づくり」 (原題: カレンダーの問題)

本時の目標

- つくった問題を原題と対比しながら, 分類, 整理することで, カレンダーの中にある数のひみつ (数の関係) をどのように発展させたか捉えることができるとともに, 新しく見えてくる数のひみつ (数の関係) を理解できる。

	学習活動と教師の働きかけ	指導上の留意点・評価
導 入	1 前時の振り返り ○どんな条件に着目したか確認しましょう  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">                         3つの数を縦の長方形の□で囲むとき, 3つの数の和が39になるところをみつけなさい  <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 5px;"> <span>①</span> <span>②</span> <span>③</span> </div> </div>	
	2 問題の把握 ○つくった問題をいくつか解いてみましょう ① 3個の数の和の問題 (縦, 横, 斜め) ② 4個の数の和の問題 (縦, 横, 斜め, 正方形) ③ 5個の数の和の問題 (縦, 横, 斜め, 十字型) ④ 6個の数の和の問題 (2列の長方形) ⑤ 9個の数の和の問題 (正方形) ⑥ 4個の数を正方形で囲み, 対角線の積の差	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 前時でつくられた問題の中から, 指定した問題を解かせるが, 意図する問題 (⑤, ⑥) がいない場合は教師が準備する</li> <li>• 見つけたところは赤で囲む 計算式は不要</li> <li>• グループで分担, 協力</li> <li>• 机間指導</li> </ul>
展 開	3 課題設定 ○つくった問題から, カレンダーの中には, どんなひみつが見えてきますか  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">                         つくった問題から, どんなひみつが見えてくるだろうか                     </div>	
	4 見通しをもつ ○どうしたら, 何か見えてきますか • 着目した条件で分類する (数の個数, 囲んだ図形の形, 計算) ○個数で分類すると, 共通することはありましたか • 3個のときは, 横, 斜めでも3で割ると真ん中の数がわかる • 4個のときは, 4で割ってもどこかはわからない • 5個のときは, 横, 斜め, 十字でも和を5で割ると真ん中の数になる など ○囲んだ図形の形で分類するとどうですか • 3個, 5個, 7個, 9個を帯状 (縦, 横, 斜め) に囲んだときは, 個数で割ると真ん中の数がわかる • 5個は十字型に囲んだときでも, 真ん中の数がわかる • 4個の正方形のときは真ん中がないのでできないけど, 9個の正方形は真ん中があるので, 同じことがいえる	評価 • つくり変えた問題を原題と対比し, 分類, 整理しているか (行動観察)  評価 • カレンダーの中にある数のひみつ (数の関係) をどのように発展させたか捉えさせ, 新しく見えてくる数のひみつを理解しているか. (行動観察)

