弘前大学教育学部紀要　第 129 号：23 ～ 30（2023 年 3 月）
Bull. Fac. Educ. Hirosaki Univ. 129：23 ～ 30（Mar. 2023 ）

津軽こぎん刺しの数学
― モドコの数え上げとフィボナッチ数列 ―

Mathematics of Tsugaru Kogin-zashi:
Modoko enumeration and the Fibonacci sequence

上　山　健　太*
Kenta UEYAMA*

概　要

津軽地方の伝統的な刺し子の一つであるこぎん刺しには，幾何学模様や奇数律など，数学的な面白さが内在していることを感じさせる特徴がある．本稿の目的は「こぎん刺しの数学」という未開の分野を切り拓くことである．そのためにこぎん刺しのモドコ（基礎模様）の数学的定義を与え，モドコを数え上げることは，かの有名なフィボナッチ数列と深い関係があるという結果を述べる．本稿を契機にこぎん刺しの数学を発展させていくことは，こぎん刺し（津軽文化）と数学の魅力を相互に普及する新しい取り組みとなると考えられる．

キーワード：こぎん刺し，モドコ，数え上げ，フィボナッチ数列

１．はじめに

こぎん刺しとは，江戸時代の頃より青森県津軽地方に伝わる刺し子技法の一つである．藍染の濃紺色の麻布に，真っ白な木綿の糸でびっしりと正確に施された幾何学模様には，見る者を魅了する美しさがある．こぎん刺しの大きな特徴の一つとして「奇数律」が挙げられる．こぎん刺しは，経糸（たていと）と緯糸（よこいと）の間を経糸の本数を数えながら緯糸に沿って刺し進めることで模様を形成するが，１目，３目，５目…と奇数の律に従って運針していく．この規則性が，他の刺繍とは異なるこぎん刺しならではの幾何学模様の表現に繋がっていると考えられている[注1)]．またこぎん刺しには「モドコ」と呼ばれる基礎模様を様々な形で組み合わせることで大きな模様を構成するという特徴もある．現在，モドコは約40種類ほど存在しているという[1, p. 73)]．これらを巧みに組み合わせることで，バリエーションに富んだ幾何学模様が展開される（図１，図２）．「幾何学模様」，「奇数律」，「40種類」などと聞くと，こぎん刺しには何か数学的な面白さが潜んでいるのではないかと考えられる．本稿の目的は，それに対する一つの答えとして，「モドコの数学的定義を与え，それを数え上げることは，かの有名なフィボナッチ数列に関係している」という結果を述べ，こぎん刺しと数学の間の全く新しい接点を提供す

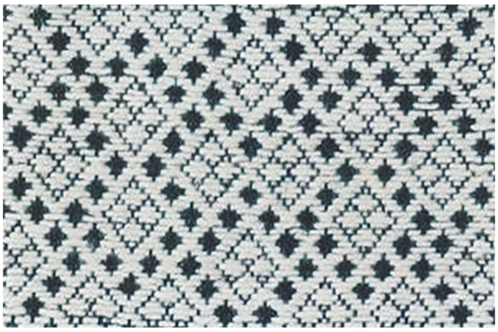


図１　こぎん刺しの模様の例（1）[1, p.109)]

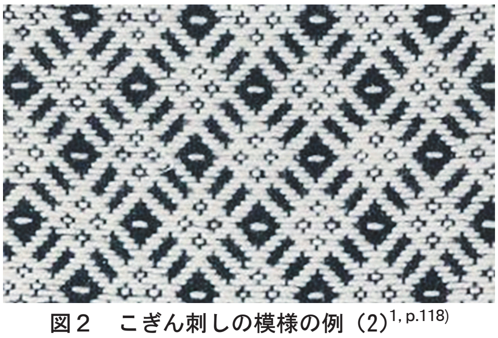


図２　こぎん刺しの模様の例（2）[1, p.118)]

＊弘前大学教育学部数学教育講座
Department of Mathematics, Faculty of Education, Hirosaki University

ることである．

本稿の構成は以下の通りである．第２章でモドコとその図案について説明を加える．第３章では，モドコの数学的定義として無限モドコと単純モドコを導入する．第４章で無限モドコの数え上げを行い，フィボナッチ数列との関係を述べる．第５章では単純モドコの数え上げを行い，ナーラーヤナの牛数列との関係を述べる．第６章では，今回の数え上げに関連するトピックとして，黄金数と超黄金数について説明する．第７章では，偶数律という特徴を持つ南部菱刺しとの比較のために，無限型コの数え上げを行う．第８章では，まとめ及び今後の課題と展望について述べる．

なお，こぎん刺しの算数・数学的側面として，囲み模様や流れ模様を構成するときの計算方法が知られているが[2]，それと本稿の内容は全く異なるものである．

２．モドコとその図案

本稿で注目するこぎん刺しのモドコについてもう少し説明する．モドコの多くは図３，図４のような菱形である．モドコの模様は上下対称かつ左右対称のものが多い[1, p. 72]．モドコを刺す際は図５のような図案を基に刺す．図案は縦横比１：１であるが，刺し上がりは縦長になる．図案を見ると奇数律が良く分かる．

図３　モドコの例 (1)[1, p.72]

図４　モドコの例 (2)[1, p.72]

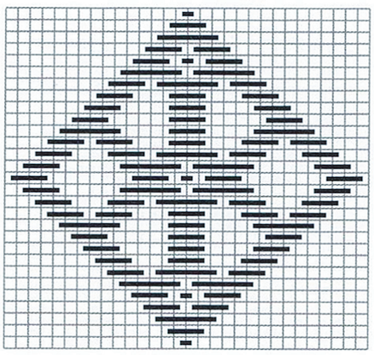
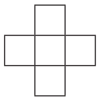


図５　図３の真ん中のモドコの図案[1, p.184]

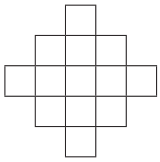
３．モドコの定義

多くのモドコ及びその図案が持つ特徴を抜き出すことで，モドコの数学的な定義を与える．n を自然数とする．次の図のように，正方形のマスを上から１個，３個，５個，…，$2n-3$個，$2n-1$個，$2n-3$個，…，５個，３個，１個と左右対称になるように並べて作る図形をサイズ$2n-1$の基本領域と呼ぶ．基本領域のマスの横並びのことを行といい，縦並びのことを列という．

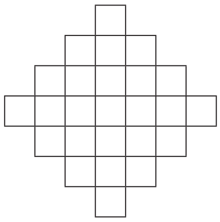
サイズ１の基本領域



サイズ３の基本領域



サイズ５の基本領域



サイズ７の基本領域

このとき，次の(M1)～(M3)及び(M4a)を満たすものをサイズ$2n-1$の無限モドコと定め，次の(M1)～(M3)及び(M4b)を満たすものをサイズ$2n-1$の単純モドコと定める．

(M1) サイズ$2n-1$の基本領域の各マスを白か黒に塗ったものである．

(M2) 基本領域に対して，白黒の塗り方は上下対称かつ左右対称である．

(M3) 基本領域の各行の両端のマスは黒で塗られている．

(M4a) 基本領域の各行の白黒の塗り方は奇数目で構成されている．

(M4b) 基本領域の各行の白黒の塗り方は１目または３目で構成されている．

条件（M1）は実際のモドコの図案の特徴からきている．但し，図案における経糸（縦線）は基本領域における列に対応している点に注意が必要である．（M2）

と（M3）は刺し上がったモドコが対称性のある菱形となるように定めた条件である．（M4a）も実際のモドコの特徴である奇数律からきている．しかし現実的には，刺し糸が表に出る部分（つまり黒の部分）が長く続くと糸がだれやすくなり，刺し糸が裏に隠れる部分（つまり白の部分）が長く続くと数えるのが大変で刺し間違えやすいというデメリットがあるため，奇数の中でもほとんどが１，３，５，７目で構成されている．このような状況及び簡単な設定から考察をしていきたいことを踏まえて，１，３目のみに注目したのが（M4b）である．

上のように定義した無限モドコや単純モドコにどのような模様が現れるかを理解するために，本稿では「無限モドコや単純モドコは何種類あるか？」という問題に焦点を当てて考察する．この問題を考察するため，無限モドコ行と単純モドコ行を定義しておく．n を自然数とする．次の(L1)～(L3)及び(L4a)を満たすものを長さ$2n-1$の無限モドコ行と定め，次の(L1)～(L3)及び(L4b)を満たすものを長さ$2n-1$の単純モドコ行と定める．

(L1) 正方形のマスを$2n-1$個横に繋げてできる長方形の各マスを白か黒に塗ったものである．

(L2) 長方形の白黒の塗り方は左右対称である．

(L3) 長方形の両端のマスの色は黒とする．

(L4a) 長方形の白黒の塗り方は奇数目で構成されている．

(L4b) 長方形の白黒の塗り方は１目または３目で構成されている．

定義より，無限モドコや単純モドコの各行は無限モドコ行や単純モドコ行になっている．ここで，

a_n を長さ$2n-1$の無限モドコ行の個数，

b_n を長さ$2n-1$の単純モドコ行の個数

と定める．上下対称性より，サイズ$2n-1$の無限モドコや単純モドコは１行目から n 行目までを決めることで一意に定まる．このことから次が成立する．

命題１． 任意の自然数 n に対し，サイズ$2n-1$の無限モドコの個数は$\prod_{i=1}^{n} a_i = a_1 \times \cdots \times a_n$であり，サイズ$2n-1$の単純モドコの個数は$\prod_{i=1}^{n} b_i = b_1 \times \cdots \times b_n$である．

この命題より，無限モドコや単純モドコが何種類かを知るには，数列$\{a_n\}$, $\{b_n\}$を調べればよいと分かる．

４．無限モドコの数え上げとフィボナッチ数列

この章では，無限モドコ行を数える数列$\{a_n\}$の考察を行う．$F_1=1$，$F_2=1$，$F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$ $(n \geqq 3)$ で定まる数列$\{F_n\}$ はフィボナッチ数列と呼ばれる数列である．第１～15項の値は次の通りである．

$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610.$

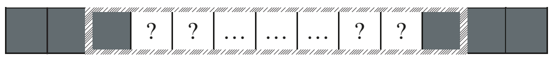
フィボナッチ数列やそれと関連深い黄金数は自然界の現象に数多く出現するとされている[3, 2章) 4, 3章)]．さらに，美しさや安定性の一つの根拠として用いられている[3, 7章)]．フィボナッチ数列に関する性質，応用，関連事項は数多く知られているが，現在でも活発に研究されている[注2)]．

そのようなフィボナッチ数列と数列 $\{a_n\}$ の間には次の関係が成り立つ．

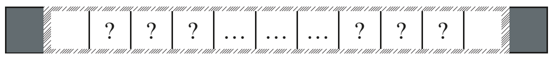
定理２． 任意の自然数 n に対し，$a_n=F_{n+1}$が成立する．

（証明）n についての数学的帰納法で証明する．$a_1=1=F_2$，$a_2=2=F_3$ が成立することは，実際に無限モドコ行を数えてみれば分かる．$n \geqq 3$とし，$n-1$まで正しい（つまり $i \leqq n-1$のとき $a_i=F_{i+1}$が正しい）と仮定する．ここで，長さ$2n-1$の無限モドコ行を次の２通りに場合分けして考察する．①左端２マスが「黒，黒」の場合と②左端２マスが「黒，白」の場合である．

①の場合，奇数性より左から３マス目も黒になる．このとき，次の図のの部分が長さ$2n-5$の無限モドコ行になっている．このことから，この場合は a_{n-2}通りと分かる．



②の場合，次の図のの部分の白と黒の色を反転させたものが長さ$2n-3$の無限モドコ行になっている．このことから，この場合は a_{n-1}通りと分かる．



以上より $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$が成り立つ．従って

$$a_n=a_{n-1}+a_{n-2}=F_n+F_{n-1}=F_{n+1}$$

が得られる．（証明終わり）

驚いたことに，無限モドコ行を数える数列 $\{a_n\}$ は第２項以降のフィボナッチ数列に一致するということである．別の言い方をすれば，数列 $\{a_n\}$ と数列 $\{F_n\}$ は「同じ漸化式で与えられるが，初期値の違う数列」という関係になっている．さらに，命題１より次の結

果を得る．

定理３． 任意の自然数 n に対し，サイズ $2n-1$ の無限モドコの個数は $\prod_{i=1}^{n} F_{i+1} = \prod_{i=2}^{n+1} F_i = \prod_{i=1}^{n+1} F_i$ である．

目的の一つであるサイズ $2n-1$ の無限モドコの個数は，第 $n+1$ 項までのフィボナッチ数列の積で与えられることが分かった．従って，サイズ $2n-1$ の無限モドコの個数は，$n=1,2,3,\cdots$ に対して，

$$1, 2, 6, 30, 240, 3120, 65520, 2227680, \cdots \qquad (4.1)$$

と増加していく．例として，$n=4$ のとき，つまりサイズ７の無限モドコの30個を全て列挙しておく（図６）．このうちの18個は「白または黒が５目以上続く行」を含んでいるため単純モドコにはならない．それらを除いた12個がサイズ７の単純モドコ全てとなる．なお，図６における，左から１番目かつ上から１番目の無限モドコが「七筋のカチャラズ」，左から１番目かつ上から３番目の無限モドコが「一筋上げヒシ（花つぼみ）」という名前で，実際のモドコとして，モドコ DB[5] に登録されている．

５．単純モドコの数え上げとナーラーヤナの牛数列

この章では，単純モドコ行を数える数列 $\{b_n\}$ の考察を行う．そのために，$G_1=1$，$G_2=1$，$G_3=1$，$G_n=G_{n-1}+G_{n-3}\,(n \geqq 4)$ で定まる数列 $\{G_n\}$ を考える．第１～15項の値は次の通りである．

$$1, 1, 1, 2, 3, 4, 6, 9, 13, 19, 28, 41, 60, 88, 129.$$

数列 $\{G_n\}$ はナーラーヤナの牛数列と呼ばれる数列である．まずこの名前の由来を説明する．

フィボナッチ数列は「兎のつがいの問題」がルーツとされている．これは「どの兎のつがいも産まれて２カ月後から毎月１つがいの兎を産む．兎が死ぬことはない．この条件の下で，産まれたばかりの１つがい

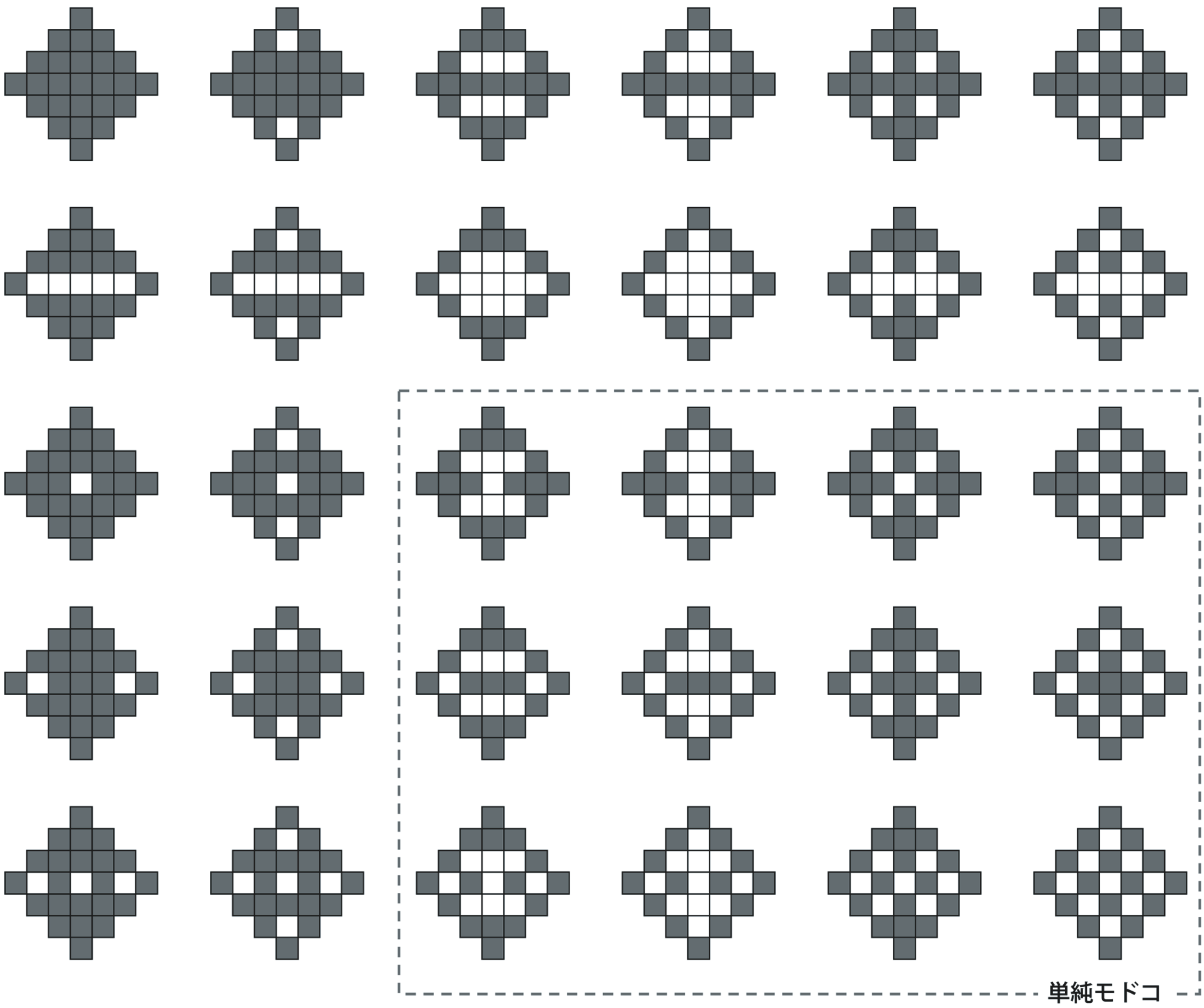


図６　サイズ７の無限モドコ（点線内は単純モドコにもなっている）

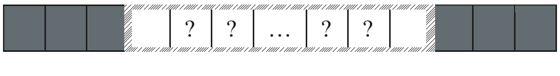
の兎は$n-1$カ月後に何つがいになるか？」という問題である．兎のつがいの数は1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, …と増えていき，これがフィボナッチ数列 $\{F_n\}$ に一致する．14世紀のインドの数学者ナーラーヤナ（Narayana Panditha）は牛を用いて「兎のつがいの問題」の類似の問題を考えた．それは「どの牛も産まれて３年後から毎年１頭の子牛を産む．牛が死ぬことはない．この条件の下で，産まれたばかりの１頭の牛は$n-1$年後に何頭になるか？」という問題である．牛の数は1, 1, 1, 2, 3, 4, 6, 9, …と増えていき，これが数列 $\{G_n\}$ に一致する．このことがナーラーヤナの牛数列の名前の由来である．ナーラーヤナの牛数列はフィボナッチ数列に似た数列として様々な角度から調べられている[6) 7) 8) 9)]．

ナーラーヤナの牛数列 $\{G_n\}$ と数列 $\{b_n\}$ には次の関係がある．

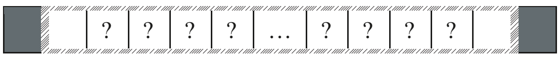
定理４． 任意の自然数nに対し，$b_n=G_n+G_{n-1}$が成立する．但し，$G_0=0$とする．

（証明）nについての数学的帰納法で証明する．$b_1=1=G_1+G_0$, $b_2=2=G_2+G_1$, $b_3=2=G_3+G_2$が成立することは実際に単純モドコ行を数えてみれば分かる．$n\geqq 4$とし，$n-1$まで正しい（つまり$i\leqq n-1$のとき$b_i=G_i+G_{i-1}$が正しい）と仮定する．ここで，長さ$2n-1$の単純モドコ行を次の２通りに場合分けして考察する．①左端２マスが「黒，黒」の場合と②左端２マスが「黒，白」の場合である．

①の場合，奇数性より左から３マス目も黒になる．また，黒のマスが４目以上続くことはないので，左から４マス目は白になる．このとき，次の図の部分の白と黒の色を反転させたものが長さ$2n-7$の単純モドコ行になっている．このことから，この場合はb_{n-3}通りと分かる．



②の場合，次の図の部分の白と黒の色を反転させたものが長さ$2n-3$の単純モドコ行になっている．このことから，この場合はb_{n-1}通りと分かる．



以上より，$b_n=b_{n-1}+b_{n-3}$が成立する．従って

$$\begin{aligned} b_n &= b_{n-1}+b_{n-3} \\ &= G_{n-1}+G_{n-2}+G_{n-3}+G_{n-4} \\ &= G_n+G_{n-1} \end{aligned}$$

が得られる．（証明終わり）

定理４から，単純モドコ行を数える数列 $\{b_n\}$ は$b_1=1$，$b_2=2$，$b_3=2$，$b_n=b_{n-1}+b_{n-3}\,(n\geqq 4)$ という漸化式で定まる数列であり，ナーラーヤナの牛数列を用いて（項をずらして足すことで）得られることが分かった．別の言い方をすれば，数列 $\{b_n\}$ と数列 $\{G_n\}$ は「同じ漸化式で与えられるが，初期値の違う数列」という関係になっている．

これより，数列 $\{b_n\}$ は，$n=1,2,3,\cdots$に対して，

$$1,2,2,3,5,7,10,15,22,32,47,69,101,148,217,\cdots$$

と増加していく．さらに命題１より，次の結果を得る．

定理５． 任意の自然数nに対し，サイズ$2n-1$の単純モドコの個数は$\prod_{i=1}^{n}(G_i+G_{i-1})$である．但し，$G_0=0$とする．

以上より，目的の一つであるサイズ$2n-1$の単純モドコの個数はナーラーヤナの牛数列によって理解できるという結論が得られた．特に，サイズ$2n-1$の単純モドコの個数は，$n=1,2,3,\cdots$に対して，

$$1,2,4,12,60,420,4200,63000,\cdots \tag{5.1}$$

と増加していく．

６．隣り合う項の比の極限

無限モドコ行を数える数列 $\{a_n\}$ は第２項以降のフィボナッチ数列なので，nを限りなく大きくしたときの$\frac{a_{n+1}}{a_n}$の極限φは黄金数と呼ばれる数

$$\varphi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1.6180339887\cdots$$

になる．φは二次方程式$x^2-x-1=0$の正の実数解であり，$1:\varphi$は黄金比と呼ばれている．では，単純モドコ行を数える数列 $\{b_n\}$ に対して，nを限りなく大きくしたときの$\frac{b_{n+1}}{b_n}$の極限ψはどんな数になるだろうか．計算してみるとψは

$$\psi=\frac{1}{3}\left(1+\sqrt[3]{\frac{29+3\sqrt{93}}{2}}+\sqrt[3]{\frac{29-3\sqrt{93}}{2}}\right)$$

$$=1.4655712318\cdots$$

という値になる[注3)]．ψは三次方程式$x^3-x^2-1=0$の唯一の実数解であり，超黄金数と呼ばれている[10)]．黄金数と超黄金数は様々な類似の性質を有している．例えば，黄金数が$\varphi-1=\varphi^{-1}$を満たすのに対して，超黄金数は$\psi-1=\psi^{-2}$を満たす．また，黄金数が

$$1+\frac{1}{\varphi}+\frac{1}{\varphi^2}+\frac{1}{\varphi^3}+\cdots=\varphi^2$$

を満たすのに対し，超黄金数は

$$1+\frac{1}{\psi}+\frac{1}{\psi^2}+\frac{1}{\psi^3}+\cdots=\psi^3$$

を満たす．加えて，縦横の長さの比が$1:\varphi$の長方形は黄金長方形，縦横の長さの比が$1:\psi$の長方形は超黄金長方形と呼ばれ，どちらも「特定の操作で無数の相似な図形が作れる」という面白い性質を持つ[10]．さらに，φとψはどちらもPisot数（Pisot-Vijayaraghavan数とも呼ばれる）であるという共通点もある．Pisot数は「実の代数的整数で，他の共役の絶対値が１より小さな数」として代数的に定義される数であるが，調和解析，準結晶，自己相似タイル張りなど数理科学の様々な分野に現れる興味深い数である[11]．

まとめると，無限モドコ行を数えることや単純モドコ行を数えることは，黄金数や超黄金数といった数学的に面白い数と繋がっている．

７．南部菱刺しとの比較　―無限型コの数え上げ―

青森県南部地方を中心に発展を遂げた刺し子の技法に菱刺しがある．目を数えながら刺す技法としてはこぎん刺しも菱刺しも同じである．その一方，模様の構成方法には違いがある．こぎん刺しが奇数律で模様を構成するのに対し，菱刺しは偶数律で模様を構成する．菱刺しの基礎模様は「型コ」と呼ばれ，２目，４目，６目…と偶数目を拾って刺すので，型コの模様やその図案は横長になる（図７）．

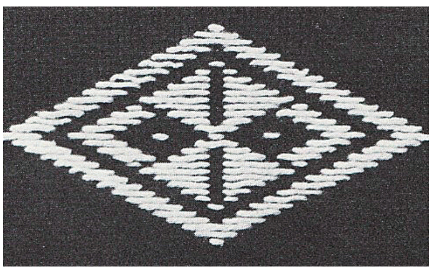
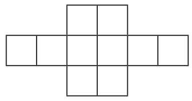


図7　型コの例[12, p.31]

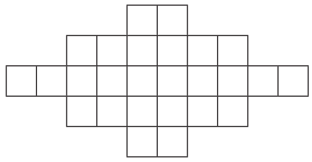
ここでは，第３章及び第４章における無限モドコの考察の型コ版として，基本領域を縦横比１：２に変え，奇数律を偶数律に変えたらどうなるかを考える．

nを自然数とする． 次の図のように，正方形のマスを上から２個， ６個，10個， …，$4n-6$個，$4n-2$個，$4n-6$個，…，10個， ６個， ２個と左右対称になるように並べて作る図形をサイズ$4n-2$の偶基本領域と呼ぶ．

サイズ２の偶基本領域



サイズ６の偶基本領域



サイズ10の偶基本領域

このとき，次の(K1)～(K4)を満たすものをサイズ$4n-2$の無限型コと定める．

(K1) サイズ$4n-2$の偶基本領域の各マスを白か黒に塗ったものである．

(K2) 偶基本領域に対して，白黒の塗り方は上下対称かつ左右対称である．

(K3) 偶基本領域の各行の両端のマスは黒で塗られている．

(K4) 偶基本領域の各行の白黒の塗り方は偶数目で構成されている．

また，次の(J1)～(J4)を満たすものを長さ$4n-2$の無限型コ行と定める．

(J1) 正方形のマスを$4n-2$個横に繋げてできる長方形の各マスを白か黒に塗ったものである．

(J2) 長方形の白黒の塗り方は左右対称である．

(J3) 長方形の両端のマスの色は黒とする．

(J4) 長方形の白黒の塗り方は偶数目で構成されている．

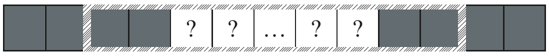
ここで，c_nを長さ$4n-2$の無限型コ行の個数と定める．命題１と同様に，サイズ$4n-2$の無限型コの個数は$\prod_{i=1}^{n} c_i$となるため，数列$\{c_n\}$を調べればよい．

定理６．任意の自然数nに対し，$c_n=2^{n-1}$が成立する．

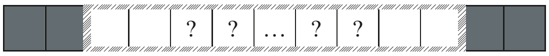
（証明）nについての数学的帰納法で証明する．$c_1=1=2^0$が成立することは明らかである．$n\geqq 2$とし，$n-1$まで正しい（つまり$i\leqq n-1$のとき$c_i=2^{i-1}$が正しい）と仮定する．ここで，長さ$4n-2$の無限型コ行を次の２通りに場合分けして考察する．①左端３マスが「黒，黒，黒」の場合と②左端３マスが「黒，黒，白」の場合である．

①の場合，偶数性より左から４マス目も黒になる．このとき，次の図のの部分が長さ$4n-6$の無限型コ行になっている．このことから，この場合はc_{n-1}

通りと分かる．



②の場合，偶数性より左から４マス目も白になる．このとき，次の図の の部分の白と黒の色を反転させたものが長さ$4n-6$の無限モドコ行になっている．このことから，この場合はc_{n-1}通りと分かる．



以上より，$c_n=2c_{n-1}=2\cdot 2^{n-2}=2^{n-1}$が成り立つ．（証明終わり）

定理６より，サイズ$4n-2$の無限型コの個数は$\prod_{i=1}^{n} 2^{i-1}=2^{(n-1)n/2}$と分かる．無限型コ行を数える数列 $\{c_n\}$ がフィボナッチ数列とは異なることは特筆すべきことであろう．このことから，モドコとフィボナッチ数列の関係性には奇数律が重要であると結論付けられる．

８．まとめ，今後の課題と展望

モドコの定義を提案し，その個数を数え上げることはフィボナッチ数列と深い関係があることを示した．もう少し正確に言うと，奇数目という条件の場合（無限モドコの場合）には，フィボナッチ数列と関係し，１，３目という簡素な条件を課した場合（単純モドコの場合）には，フィボナッチ数列に似た数列であるナーラーヤナの牛数列と関係することを述べた．フィボナッチ数列やナーラーヤナの牛数列は数学的に奥深い数列であり，それらとモドコの数え上げが関係することは非常に興味深い．特に，第７章の考察により，モドコの数え上げとフィボナッチ数列の関係性は奇数律による特徴と言える．こぎん刺しの作り手はおそらく数学的なことは気にせず，模様を良いものにするために経験や工夫を重ねることで奇数律に辿り着いたと思われるが，それが数学的な面白さと繋がることには興趣を感じる．

今後の課題は沢山ある．まず，本稿は数え上げることに焦点を絞ったので，幾何的な考察が行えていない．無限または単純モドコの回転対称性や，第６章で見た黄金数φや超黄金数ψの模様的意味などが考察できれば面白い．本稿ではモドコという基礎模様しか考察していないが，基礎模様を囲んだり繋いだりして広げていくところにこぎん刺しの大きな魅力がある．そのため，連続模様，囲み模様，流れ模様など，模様を大きく展開する視点からの数学的考察も非常に興味深い．

本稿で考察した無限モドコや単純モドコは，あくまでもこぎん刺しのモドコを数学的に捉える方法の一つに過ぎない．(4.1) や (5.1) を見て，模様が多すぎると思う人もいれば，図６の無限モドコの分類を見て，模様が足りないと思う人もいると思われる．本稿の発展として，こぎん刺しの実状やこぎん刺しらしさをより反映するように条件を変えて数学を展開することで，また新しい発見が起こり得る．

本稿をきっかけに，多くの人々を巻き込んで，助言を受けながら試行錯誤し，こぎん刺しと数学の繋がりを拡大させていくことは，地域文化と数学教育の相互振興に資するものと考えている．

数学は世界共通語であり，例えば，フィボナッチ数列に魅せられている人々は世界中にいる．そこからこぎん刺しに興味を持つ可能性がある．特に，今回のようにこぎん刺しを数学的に考察するためには，こぎん刺しの成り立ちや特徴を理解する必要があり，こぎん刺し，ひいては津軽の文化を知る機会となる．実際，本稿を執筆するにあたり，筆者がそうであった．数学的考察を活発にすることで，こぎん刺しの新たな魅力を見出し，次代に語り継ぐ役割に新たな角度から貢献できると考えている．

逆に，こぎん刺しを知っている人々に対しては，数学を身近に感じ，数学への関心を高める機会となることも期待できる．例えば，平成30年告示の高等学校学習指導要領解説数学編にも「数学を文化との関連から捉えることは，それ自身重要であるが，数学をより身近なものとして感じとらせ，数学に対する興味や関心を高めるための有効な方法の一つ」[13, p.96] と記されている．さらに，こぎん刺しと数学に関心を持った人が，そこから数学的な課題を探究する活動に進めるように情報発信や教材化の方法を工夫することで，「自ら探究する数学」の認知度拡大と楽しさの普及が図れる．また，それは教科等横断的な学びの推進にもなる．

極めて普遍性の高い学問である数学（ユニバーサル）と津軽の地で育まれた伝統技術であるこぎん刺し（ローカル）の魅力を融合し普及するプロジェクトのきっかけに本稿がなれば幸いである．

謝辞

本稿の作成に際し，弘前大学教育学部の山本稔先生，田中義久先生，並びに弘前こぎん研究所の成田貞治代表取締役から貴重なご意見を頂いた．ここに感謝

の意を表する．

注

1） 但し，誕生当初のこぎん刺しは奇数律ではなく，歩みの過程で奇数律が定着したようである．
2） 例えば，The Fibonacci Quarterly という国際学術雑誌も存在する．
3） 漸化式 $b_n=b_{n-1}+b_{n-3}$ の特性方程式 $x^3-x^2-1=0$ が３つの異なる解 ψ,α,β（但し，α,β は複素数）を持つことから，一般項 b_n は定数 p,a,b を用いて，$p\psi^{n-1}+a\alpha^{n-1}+b\beta^{n-1}$ と表せる．さらに，$|\alpha|<1,|\beta|<1$ であることから，$\lim_{n\to\infty}\frac{b_{n+1}}{b_n}=\psi$ が確認できる．ψ,α,β の具体的な値はカルダノの公式で求められる．

参考文献

1） 弘前こぎん研究所「津軽こぎん刺し　技法と図案集」誠文堂新光社，2013年.
2） 横島直道（著編）「津軽こぎん」日本放送出版協会，1974年.
3） アルフレッド・S・ポザマンティエ，イングマル・レーマン，松浦俊輔（訳）「不思議な数列フィボナッチの秘密」日経 BP 社，2010年.
4） 中村滋「フィボナッチ数の小宇宙（改訂版）」日本評論社，2008年.
5） こぎん刺しウェブマガジン koginbank（こぎんバンク），「モドコ DB」，https://koginbank.com/modoko/（参照2023-1-13）.
6） J. P. Allouche and T. Johnson, Narayana's cows and delayed morphisms, In: Articles of 3rd Computer Music Conference JIM96, France, 1996.
7） C. Flaut and V. Shpakivskyi, On Generalized Fibonacci Quaternions and Fibonacci-Narayana Quaternions, Advances in Applied Clifford Algebras, 23 (2013), no. 3, 673–688.
8） J. L. Ramírez and V. F. Sirvent, A note on the k-Narayana sequence, Annales Mathematicae et Informaticae 45 (2015), 91–105.
9） J. J. Bravo, P. Das, and S. Guzmán, Repdigits in Narayana's cows sequence and their consequences, Journal of Integer Sequences 23 (2020), no. 8, Art. 20.8.7, 15 pp.
10） T. Koshy, Fibonacci and Lucas numbers with applications, Vol. 1, Second edition, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, 2018.
11） 秋山茂樹「Pisot 数」数理科学 No. 8 (2008)，40–45.
12） 八田愛子，鈴木尭子「菱刺しの技法」美術出版社，1980年.
13） 文部科学省「高等学校学習指導要領（平成30年告示）解説数学編　理数編」2018年.

（2023. 1 .13受理）